CONOIDE CON NUCLEO ESFERICO

TRAZADO DE TANGENTES A LA CURVA DE CONTACTO

En el No. 4, 1942, de esta Revista, se publican soluciones al problema del título, que apareció como tema propuesto (No. 13) en otro número anterior.

En la una, del señor E. Gaspar, se trata únicamente del caso sencillo del conoide recto; en la otra, del Dr. J. Rey Pastor, se resuelve el problema en su aspecto más general, pero con método un tanto laborioso. Esta circunstancia fué la que nos indujo, cuando conocimos esa solución, que el estimado maestro tuvo a bien enviarnos, a continuar la investigación de otro método más simple, y conforme a los procedimientos de la Geometría Descriptiva.

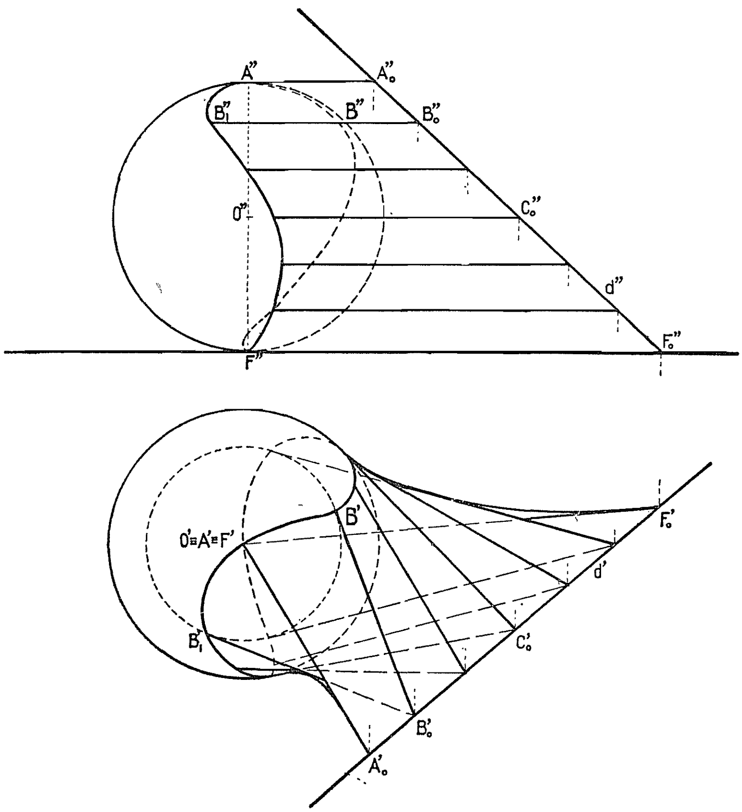

Fig. 1.

El problema se refiere a un conoide, oblícuo como caso general, determinado por un núcleo esférico y dos directrices rectilíneas, una de ellas impropia, y se trata de trazar tangentes a la curva de contacto con el núcleo.

En los puntos de esa curva, el plano tangente a la superficie reglada coincide con el plano tangente a la esfera; se necesita otro plano que dé, por intersección con aquél, la tangente buscada.

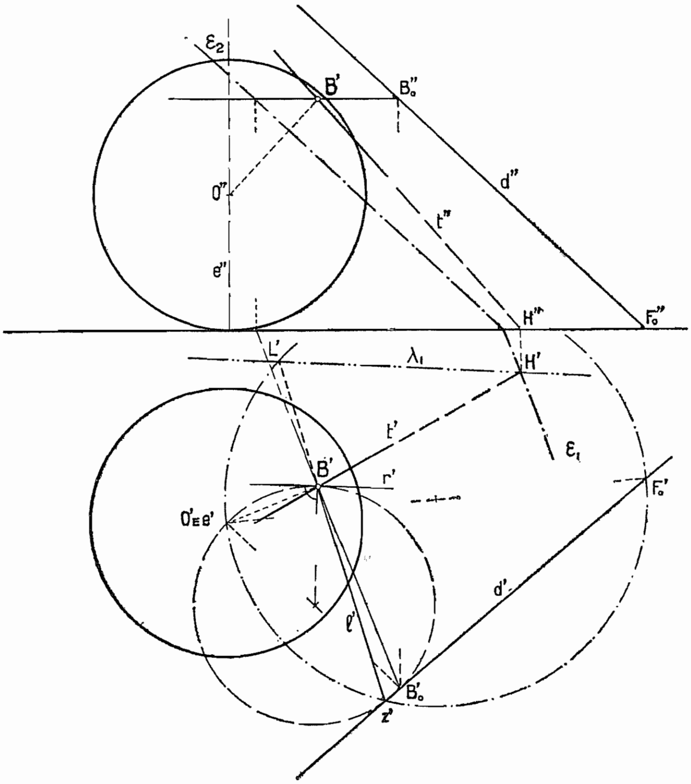

Fig. 2.

Nuestro procedimiento consiste en: *Encontrar otra superficie que contenga a la curva, que resultará así como de intersección con la esfera; trazarle el plano tangente en el punto elegido y determinar su intersección con el plano tangente a la esfera.*

Representemos el conoide en proyección diédrica (Monge) (Fig. 1) y sea la directriz impropia la recta en el infinito del plano horizontal. Generatrices de la superficie se obtienen mediante planos horizontales, que cortan a la directriz propia en puntos A_0, B_0, C_0, y trazando luego, desde éstos, las tangentes a las respectivas secciones circulares de la esfera.

Resulta un conoide de 4°. orden y la curva de contacto una cuártica, de primera especie.

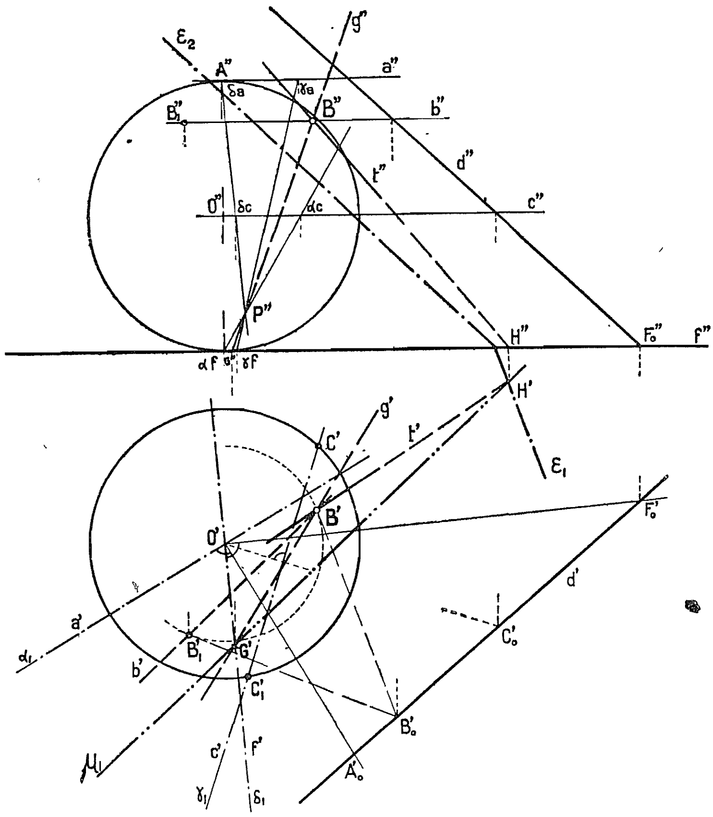

Fig. 3.

La construcción indicada muestra que cada plano auxiliar da dos puntos de la curva de contacto, los que están sobre círculos que tocan al eje de la esfera y a la directriz propia; sus centros están alineados en una recta equidistante de esas dos. Todos esos círculos son pues, secciones horizontales de un *hiperboloide reglado* del que el eje e de la esfera y la directriz d propia son generatrices y que corta a la esfera (y al conoide) según la curva de contacto.

El trazado de la tangente es ahora fácil. Sea el punto B (Fig. 2). El plano ε tangente a la esfera se traza inmediatamente como plano perpendicular al radio OB. El plano tangente al hiperboloide se obtiene con la tangente r a la sección circular horizontal y la generatriz l por B, cuya posición se deduce de las consideraciones siguientes: Si e es una generatriz del hiperboloide, habrá otra, z, (del otro sistema) que le es

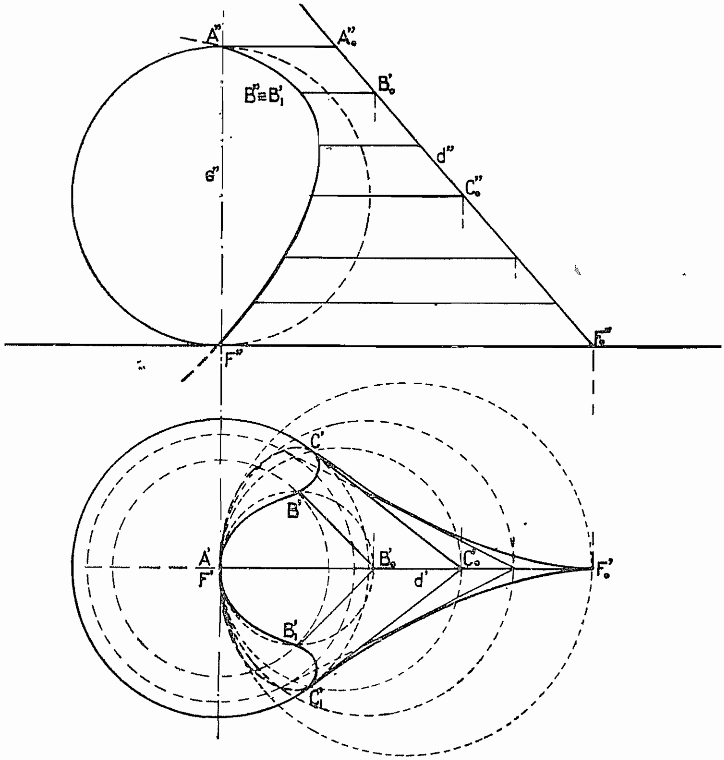

Fig. 4.

paralela y a la que tocarán todas las g. En el caso de la figura, como e es vertical, z también lo será, y su icnografía un punto z' por el que pasará la icnografía l' de la g buscada; la traza de ésta L' se encuentra sobre el círculo de diámetro $O'F'_0$, traza del hiperboloide. La traza λ_1 del plano tangente a éste, corta a la ε_1 del plano tangente a la esfera en el punto H', que determina la tangente pedida a la curva de contacto. De la proyección H'' se deduce t''.

Otro procedimiento. — En vez de un hiperboloide puede emplearse como superficie auxiliar un *paraboloide reglado* (Fig. 3) del cual son directrices las rectas que unen los pares de puntos correspondientes a cada plano horizontal. Estas rectas son perpendiculares a la bisectriz de las generatrices del conoide, que, para los puntos más alto y más bajo son coincidentes y sus perpendiculares son ya tangentes a la curva.

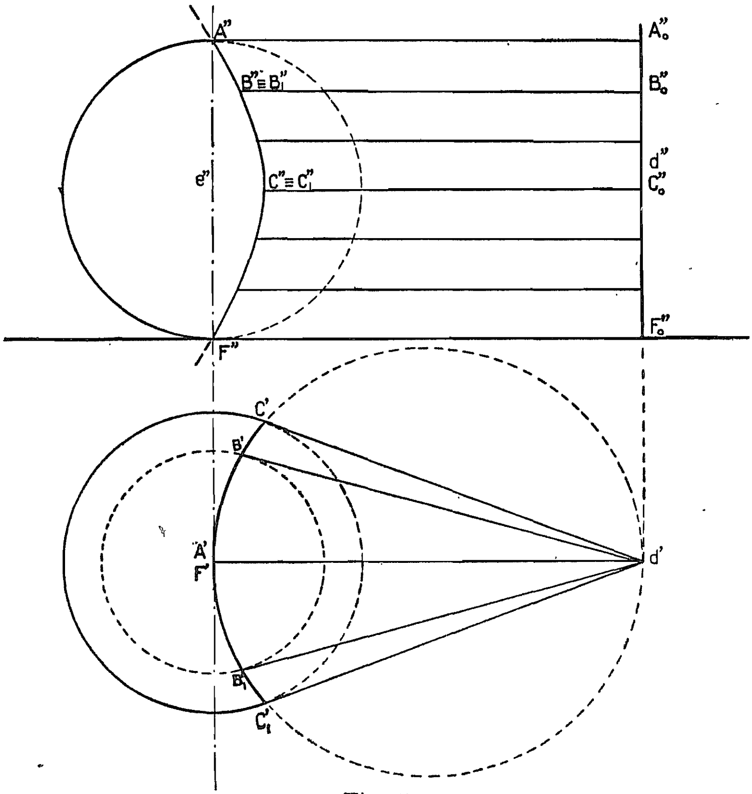

Fig. 5.

Para un punto B por ej., se buscan la g y la d del paraboloide; la d es la recta BB_1; la g hay que determinarla por el método corriente, partiendo de tres directrices conocidas, a, c, f, por ej. y planos que pasan por ellas α, γ, δ; en nuestro caso se simplifica la construcción, pues siendo el plano ortográfico perpendicular al plano director del paraboloide, la proyección vertical de éste será un sistema de rectas concurrentes. La g por el punto B es, pues, en ortografía, la $B'' P''$; su traza horizontal G' (sobre f') da la del plano tangente μ, paralelo a b', cuya intersección con el plano tangente ε a la esfera es el punto H, por el que pasa la tangente buscada.

Casos particulares. — Si la directriz propia del conoide es coplanar con el eje de la esfera perpendicular al plano director, las superficies de sustitución es un *cono* (Fig. 4) o un *cilindro* (Fig. 5); pero siempre será el caso de la intersección de dos cuádricas con un plano principal común; y si el plano de proyección es paralelo a éste, la proyección de la curva será una *cónica,* hipérbola en el caso del cono, parábola en el caso del cilindro. En este caso, además, la proyección horizontal es un arco de círculo.

Buenos Aires, Enero 1943.

Pedro Rossell Soler

CRONICA

HOMENAJE AL PROF. J. REY PASTOR

En el número anterior (Vol. IX, nº 1) dimos cuenta del acuerdo del C. D. de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional del Litoral por el cual se dedicaba un volumen de las Publicaciones del Instituto de Matemáticas de dicha Facultad en homenaje al Prof. J. REY PASTOR. A la lista de adhesiones y trabajos recibidos para dicho volumen que dimos en aquella oportunidad, debemos agregar que con ulterioridad han prometido también el envío de trabajos los siguientes: Dr. AGUSTÍN DURAÑONA y VEDIA (La Plata) *''Algunas clases especiales de operadores lineales del espacio de Hilbert''*, Dr. ELÍAS A. DE CESARE (La Plata) *''Los elementos imaginarios en Geometría Proyectiva según el método de C. Segre''*.

También debemos advertir que en el número anterior el título del trabajo enviado por el Dr. ALDO MIELI apareció incompleto, debiendo decir *''Rivoluzione nelle rappresentazioni del macrocosmo e del microcosmo nell'anno fatidico 1543''*.