LAS SEXTAS JORNADAS MATEMATICAS ARGENTINAS

Las Sextas Jornadas Matemáticas Argentinas organizadas por la Unión Matemática Argentina con los auspicios de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de Cuyo, tuvieron lugar durante los días 24, 25 y 26 del mes de septiembre de 1953 en la ciudad de San Luis.

El día de la inauguración los delegados de las jornadas fueron recibidos en la Casa de Gobierno por el señor Ministro de Educación de la Provincia en representación del señor Gobernador que se encontraba ausente. En el acto inaugural, tras la lectura de un cordial mensaje de salutación y bienvenida del Rector de la Universidad de Cuyo doctor I. Fernando Cruz, leído por el Rector interino doctor Toribio Lucero, disertó el doctor Julio Rey Pastor, Director del Instituto de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Educación de San Luis, sobre el tema "Los matemáticos argentinos". En la exposición, conceptuosa y elegante, se hizo resaltar el progreso realizado en la Argentina en el campo de la matemática de los últimos treinta años, progreso al que actualmente está contribuyendo grandemente la Universidad de Cuyo por su labor en pro de la investigación matemática y en favor del desarrollo y cultivo de esta ciencia.

Las sesiones científicas y actividades sociales de las Jornadas se desarrollaron de acuerdo al siguiente programa:

Jueves 24 de septiembre de 1953

15 horas.—

I. – Conferencia del doctor LUIS A. SANTALÓ, sobre el tema "Los Espacios de la física".

II. – Comunicaciones:

1º Dr. MISCHA COTLAR (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad de Cuyo): *Sobre un teorema de Beurling-Kaplansky.*

Se demuestra que todos los elementos, para una demostrarión simplificada de este teorema, se hallan ya en el libro de Zygmund, y que el mismo argumento permite obtener las diversas extensiones dadas de esta proposición.

2º Dr. D. VOELKER (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad de Cuyo): *Transformaciones de la Hipótesis de Riemann.*

Dos ejemplos de la reducción de la hipótesis de Riemann al problema de comportamiento de ciertas funciones si su argumento tiende a infinito por valores reales. Los ejemplos se basan en correspondencias de la transformación de Laplace. Un tercer ejemplo, basándose en una operación de dicha transformación, reduce en forma análoga una generalización de la hipótesis de Riemann.

3º Dr. C. LOISEAU ROUX (Departamento de Investigaciones Cientificas de la Universidad de Cuyo): *Soluciones nuevas de la ecuación diferencial lineal inhomogenea con coeficientes constantes.*

Mediante la transformación bilateral de Laplace son ganadas nuevas soluciones. Si la ecuación característica tiene n soluciones con partes reales distintas, hay n más 1 formas de la solución de la ecuación diferencial.

4º Dr. R. A. RICABARRA (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad Nacional de Cuyo): *Cálculo del espectro de una clase de operadores.*

Se calcula el radio del espectro de operadores de la forma AT, donde T es traslación de índice y A es producto por números complejos.

5º Dr. PEDRO PI CALIEJA (Universidad de Eva Perón): *El teorema de incrementos finitos en funciones vectoriales de una variable real o compleja.*

Mediante la introducción de números derivonormados análogos a los de Dini, se extienden los resultados de Scheeffer sobre funciones numéricas a las funciones que toman sus valores en un espacio vectorial normado general, mejorando esencialmente los métodos y resultados contenidos en el tratado de Bourbaki. El caso de variable independiente compleja tiene ahora comportamiento distinto al de variable real y representa un caso intermedio del correspondiente al cuerpo p-ádico de Hensel. Se estudian también teoremas de aproximación.

21.30 horas.—

Cena fría ofrecida por el Club Universitario de San Luis a las Delegaciones visitantes.

Viernes 25 de septiembre de 1953

9 horas.—

Sesión Científica en el local del Instituto de Matemáticas.

Comunicaciones:

1º Dr. MISCHA COTLAR (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad Nacional de Cuyo): *Un teorema general de interpolación de operaciones lineales.*

Se generaliza el teorema de interpolación de M. Riesz cambiando la norma por normas más débiles. Se dan diversas extensiones y aplicaciones.

2º Dr. R. A. RICABARRA (Departamento de Investigaciones Cinetíficas de la Universidad Nacional de Cuyo): *Sobre un teorema de conos en espacios vectoriales topológicos.*

Se da una demostración simplificada y una generalización del teorema de existencia de elementos propios de conjuntos conmutativos que dejan invariante un cono.

3º Dr. ALBERTO SAGASTUME BERRA (Universidad de Eva Perón): *Ejemplos sobre grupoides y sus divisibilidades.*

Se llama *grupoide* en esta comunicación, a un conjunto $G = \{a,b,c,\ldots\}$ en el cual está definida una operación de producto, asociativa, conmutativa, con elemento de unidad y un cero (necesariamente únicos). Además no es restricción suponer que se cumple la condición

$$a = bc \ , \ b = ad \quad \text{implican} \quad a = b \ , \tag{1}$$

en cuyo caso el grupoide se llama un *holoide,* según denominación de Fritz Klein.

Una *divisibilidad* en un grupoide u holoide G es una relación $a|b$ (D), o simplemente $a|b$, que sea transitiva y tal que $a|ab$ cualesquiera sean a,b. Son ejemplos: la divisibilidad *trivial* (T), en la que $a|b(T)$ cualesquiera sean a,b; y la divisibilidad *absoluta* (A), en la que $a|b(A)$ si existe c tal que $b = ac$.

Los grupoides, como los grupos, pueden dividirse en dos grandes categorías: los finitos y los infinitos.

I. *Grupoides finitos*:

Si $G = \langle 1, a_1, \ldots a_{n-2}, 0 \rangle$ es un grupoide de orden (=número de elementos) n, y $a_i \cdot a_j = a_{ij}$, la matriz $||a_{ij}||$ caracteriza a G. Esta matriz es simétrica, de grado $n-2$, y compuesta de los elementos a_k o ceros (no pueden aparecer elementos 1 si se cumple la condición de holoide (1)). Puede, pues, indicarse G con la notación

$$G = n\,(a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1n-2}; a_{22}, \ldots, a_{2n-2}; \ldots; a_{n-2,\,n-2}).$$

Existen:

1	holoide	2(...),		irreducible;
2	holoides	3(...),		irreducibles;
7	»	4(...),	4	»
31	»	5(...),	19	»
161	»	6(...),	96	»

Irreducible significa que no es isomorfo a un producto directo de grupoides más simples.

Un ejemplo importante de grupoides finitos son los de *clases de restos* E_m *de enteros (mód. m)*, de los cuales provienen, por asociación de elementos asociados absolutos, ciertos holoides que indicamos con $E_m{}^*$. Por ejemplo $E_8{}^*$ es $4(a,0;b)$, reducible.

En general se demuestra que cada elemento de $E_m{}^*$ corresponde biunívocamente a un divisor (en sentido ordinario) de m, y que por lo tanto el orden de $E_m{}^*$ es igual al número de divisores de m, y que son isomorfos dos de estos grupoides cuando las descomposiciones de los respectivos m en factores primos tienen el mismo número de factores de cada primo, pero no depende de cuáles sean estos primos. Por ejemplo, $E_6{}^* \simeq E_{10}{}^* \simeq E_{14}{}^* \simeq E_{pq}{}^*$, si p,q son dos primos distintos.

Este $E_{pq}{}^*$ tiene 13 divisibilidades; en el $E_{p^2q}{}^*$ hay 114, en el heloide $E_{pqr}{}^*$ (de orden 8) hay probablemente más de 200.000.

El lattice de las divisibilidades de E_{p^n} es isomorfo al de subconjuntos de un conjunto de n elementos (parcialmente ordenado según la relación de inclusión).

II. *Grupoides infinitos*:

Como ejemplo de singular importancia dentro de los holoides infinitos, tenemos el $N = \langle 1,2,3,4,\ldots,0 \rangle$, formado por los números naturales (0 incluído) con la operación de multiplicación ordinaria. *El conjunto de todas las divisibilidades en N tiene por lo menos la potencia del continuo*, como resultará de lo que sigue.

Nos limitaremos a describir tres tipos de divisibilidades en N. Esta descripción se basará en la partición que una divisibilidad produce en N, Por medio de sus clases de elementos asociados; aunque esta partición *sola* no determina, como se sabe, la divisibilidad (por la existencia de divisibilidades *isómeras*).

En primer lugar tenemos la *divisibilidades tipo* (C_m), que no son sino la traducción de las divisibilidades absolutas en $E_m{}^*$, y tienen por lo tanto iguales propiedades que éstas. Se comprende que es posible transportar también a este caso otras divisibilidades de los holoides $E_m{}^*$.

Otro tipo está en las divisibilidades que llamamos *tipo* (M), en un grupoide arbitrario G y en particular en N. Sea M un subconjunto cualquiera de G. Diremos que $a|b(M)$, cuando todo múltiplo absoluto de b contenido en M es también múltiplo absoluto de a. Por ejemplo: $G=N$ y $M=tN$, conjunto de los múltiplos (en sentido ordinario) del número natural t; en esta divisibilidad, es $a|b(M)$ si y sólo si a es divisor (en el sentido ordinario) del m.c.m. $[b,t]$. En esta divisibilidad, son unidades, todos y solos los divisores de t.

En tercer lugar, tenemos las divisibilidades *tipo* (K). Indiquemos con $K = \{0, k_1, k_2, \ldots\}$ una sucesión creciente de números naturales, que puede ser finita o no. Dada K, definiremos las clases (de asociados): $A_0 = \{0\}$ $A_\nu = \{k_{\nu-1}+1, k_{\nu-1}+2, \ldots, k_\nu\}$, $\nu = 1,2,3,\ldots$ (incluso si $k_\nu = \infty$, en cuyo caso A_ν no es acotada). Finalmente, se pone $A_\nu \mid A_0$ para todo ν; $A_\nu \mid A_\mu$ (para $\mu > 0$) si $\nu \leq \mu$ o, en otros términos, que $n|0(K)$ para todo n; $n|m(K)$ (para $m > 0$) si y solo si siendo $n \varepsilon A_\nu$, $m \varepsilon A_\mu$, es $\nu \leqq \mu$.

Si K y K' son dos sucesiones, *para que* $(K) \leqq (K')$ *es necesario y suficiente que* $\{k_\nu\}$ *sea sucesión parcial de* $\{k_\nu'\}$. En particular, a sucesiones distintas corresponden divisibilidades distintas; de donde resulta que *el conjunto de divisibilidades tipo* (K) *tiene la potencia del continuo*, quedando así demostrada la afirmación hecha al principio.

De la propiedad recordada resulta que, si incluímos (T) entre las divisibilidades (K), *éstas constituyen un lattice completo* cuyo ínfimo es (T), y el supremo la divisibilidad (N) definida por la sucesión $N = \{n\}$. Puede probarse (cfr. Tesis de la Srta. N. Placeres) que tal lattice es modular. Otras propiedades interesantes de las divisibilidades (K) son: la de coincidir para ellas las nociones de cuasi-multiplicatividad y multiplicatividad, y la de que todos los ideales y coideales (K) son principales.

4º Dr. Mischa Cotlar (Departamento de Investigaciones Científicas de la Universidad Nacional de Cuyo): *Sobre un teorema de Mijlin.*

Mijlin (Uspehi, 1948) afirma que el operador dado por una integral singular cuyo símbolo es acotado, es acotado sobre el espacio de las funciones de cuadrado integrable Lebesgue. La demostración de Mijlin es incorrecta. Se da una proposición general que contiene el teorema de Mijlin como caso particular.

5º Dr. Manuel Balanzat (Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de Cuyo): *La diferencial de Hadamard - Frechet en los espacios abstractos.*

Se hace el estudio de las posibilidades de extensión de la diferencial en el sentido de Hadamard - Frechet a espacios abstractos que no sean métricos vectoriales.

6º Dr. Alberto González Domínguez (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de Buenos Aires y Dirección Nacional de la Energía Atómica): *Sobre la integral de la derivada enésima de la delta hiperbólica.*

Sean λ, u, parámetros reales, y pongamos

$$k^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 - k_4^2 \quad ; \quad (dk) = dk_1\, dk_2\, dk_3\, dk_4$$

La expresión

$$I_n = \int\int\int\int_{-\infty}^{\infty} \delta^{(n)}\,[k^2 + \lambda^2 u^2]\;(dk),$$

que aparece a menudo en las memorias sobre electrodinámica cuántica, carece de sentido como distribución, pues la integral diverge; sin embargo, si en la integral múltiple que define a la expresión $\delta^{(n)}\,[k^2 + \lambda^2 u^2]$. 1 se permuta el orden de integración y se calcula la integral resultante de acuerdo con los preceptos de la teoría de las distribuciones, se llega a la fórmula siguiente

$$I_n = \frac{(-1)^{n+2}\,(n-2)!\,\pi}{(\lambda^2 u^2)^{n-1}}$$

Esta fórmula contiene, como casos particulares, resultados de Schwinger (Physical Review, 76 (1949), pág. 800; Katayama, Progress of Theoretical Physics, 5 (1950), pág. 274; Peaslee, Phys. Review, 8i (1951), pág. 108 y Källen, Arkiv för Fysik, 5 (1952), pág. 131.

7º Ing. EMILIO ROXIN (Universidad de Buenos Aires): *Sobre las aplicaciones de la geometría algebraica o algunos problemas de la teoría de los números.*

La aplicación de la geometría algebraica a algunos problemas diofánticos es de notable fecundidad cuando se trata de hallar las soluciones enteras o racionales de ecuaciones de tercer grado. Los conocidos métodos de la cuerda y de la tangente para hallar, a partir de una o varias soluciones conocidas, otras nuevas, se generaliza fácilmente estudiando la posibilidad de aplicar curvas de grado superior en lugar de la recta. Se estudia la posibilidad de aplicar procesos análogos a curvas de grado superior al tercero, a curvas alabeadas y a las superficies.

8º Dr. A. A. MONTEIRO (Universidad Nacional de Cuyo): *Los filtros cerrados de espacios compactos.*

Resumen: Se da una condición necesaria y suficiente para que un reticulado, sea isomorfo al de los filtros de conjuntos cerrados de un espacio compacto. Se consideran los casos de espacios métricos, finitos y totalmente disconexos.

13 horas.—

Partida del local de la Facultad para el Potrero de los Funes. Asado en la casa quinta de la señora Josefina B. de Saá.

15.30 horas.—

Excursión por la zona serrana de San Luis, visitando el Volcán, el Trapiche y La Florida.

Sábado 26 de Septiembre de 1953

8.30 horas.—

Sesión Científica en el local del Instituto de Matemáticas.

Comunicaciones:

1º Dr. SERGIO SISPANOV (Facultad de Ingeniería de San Juan): *Oscilaciones de un péndulo físico cualquiera con un sólo punto fijo.*

Los tres ángulos de Euler no son cómodos para investigar pequeños movimientos de un sólido cualquiera colgado de un hilo y sometido a la acción de la fuerza de la gravedad, puesto que dos de dichos ángulos no conservan valores pequeños.

Pueden elegirse los tres ángulos en forma tal que todos sean pequeños, lo que permite desarrollar en series las soluciones del sistema no integrable de las ecuaciones del movimiento según las potencias de tres variables.

Sin tropezar con grandes dificultades de cálculo se tienen en cuenta los infinitamente pequeños de primero, segundo y tercer orden, llegando así a los resultados aplicables entre límites relativamente extensos. Se obtienen ecuaciones generales del movimiento en que figuran tres momentos axiales de inercia y tres momentos de desviación. De suerte que dichas ecuaciones pueden aplicarse a todos los sólidos colgados en cualquier posición.

Se da una fórmula para la precesión que refleja la influencia de varios factores sobre este fenómeno y se indica una manera de colgar un sólido de tal manera que la precesión sea mínima. De este modo se demuestra que cualquier cuerpo debidament suspendido puede servir como péndulo de Foucault.

Se indica una forma más ventajosa de péndulo de Foucault, lo que permite acortar considerablemente la longitud de su hilo haciendo cómodo y portátil el aparato. Se tiene en cuenta la resistencia del aire sobre el movimiento y se indica un dispositivo para disminuir su influencia a fin de obtener resultados satisfactorios con péndulo de peso liviano.

2º Dr. LUIS A. SANTALÓ (Universidad de Eva Perón y Comisión Nacional de Energía Atómica): *Sobre algunos espacios de la física.*

Se trata de ver la métrica necesaria para ciertos espacios de la física, y en particular, si la existencia de una métrica aparece como obligada o si pueden construirse independientemente de toda métrica.

3º Dres. AGUSTÍN DURAÑONA Y VEDIA y JORGE STARICCO (Universidad de Eva Perón y Comisión Nacional de Energía Atómica): *Resolución de una ecuación integral que aparece en la teoría de la dispersión de partículas.*

En la teoría de la dispersión de particulas por la acción de un centro de fuerzas surge la ecuación

$$\eta_l(k) = -\frac{\pi m}{h^2}\int_0^\infty V(r) J^2{}_{l+\frac{1}{2}}(k_\varepsilon r)\, r\, dr$$

en la cual $\eta_l(k)$ es la función de fase de las ondas dispersadas, asociadas a las partículas y $V(r)$ el potencial del centro de fuerzas que se supone del orden $o(1/r)$. Haciendo la hipótesis de que $V(r)$ es de tal naturaleza que

$$\int_0^\infty V(y)\, y^{s-1}\, dy$$

converge absolutamente para $R(s) > 1$, se determina $V(r)$ por aplicación de la transformación de Mellin.

4º Ing. GREGORIO KLIMOVSKY (Universidad de Buenos Aires): *Expresión de los cálculos funcionales de orden mayor que uno como cálculos funcionales simples aplicados de primer orden.*

Se intenta mostrar que los lenguajes lógicos más fuertes que el cálculo funcional de primer orden pueden construirse dentro de éste. Para los lenguajes del tipo ''set theory'' este es un hecho conocido, toda vez que se expresan como sistemas axiomáticos que admiten una formulación dentro del cálculo funcional de orden uno (con la restricción de que se debe admitir la identidad como relación primitiva). En este trabajo se muestra que lo mismo sucede con los cálculos funcionales de orden superior al uno, incluído el cálculo funcional de orden omega que encierra la llamada ''*teoría simple de los tipos*''.

Como ejemplo del método a utilizar, se considera el cálculo funcional puro de orden 2. Se muestra como es posible formular las reglas de formación de éste mediante postulados convenientes. Se desarrolla un artificio para la expresión de las fórmulas compuestas de variables proposicionales. Se muestra que los axiomas del sistema funcional son ahora Teoremas. Solo es necesario introducir como nuevos postulados las reglas de inferencia (y no todas). Se muestra la manera de extender esta construcción a los cálculos de orden superior al 2.

5º Dr. B. LAMMEL (Universidad Nacional de Tucumán): *Un cálculo con sucesiones que proviene de la ecuación de Laplace en tres dimensiones.*

Se obtiene, en particular, una multiplicación con "números" representados por sucesiones que tienen la propiedad conmutativa y la de no tener divisores del cero.

6º Dr. JULIO REY PASTOR (Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de Cuyo): *El nuevo cálculo infinitesimal.*

Las exigencias de la Física han obligado a ampliar los cuadros del Análisis matemático, no siempre con el rigor lógico deseable, pero con probada eficacia práctica. En este orden de generalizaciones se proponen en esta comunicación dos métodos rigurosos:

Ampliación de los operadores clásicos de las ecuaciones en derivadas parciales de la Física Matemática. sustituyéndolos por otros operadores más generales, aplicables a funciones que no admiten derivadas segundas y hasta pueden carecer de primeras.

Validación sencilla y rigurosa del simbolismo de Dirac, sin necesidad de recurrir a la novísima teoría de las distribuciones de Schwartz, basada en el Análisis funcional.

7º Dr. PASCUAL SCONZO (Observatorio de Eva Perón): *El caso de intervalos grandes de tiempo en el problema de la determinación de las órbitas planetarias.*

Se expone un método algebraico para la determinación de una órbita elíptica kepleriana, calculando por aproximaciones sucesivas la posición y la velocidad del planeta en instante determinado.

Para superar las dificultades que surgen de la no convergencia de las series f y g de Lagrange en los casos de intervalos de tiempo muy grandes, se emplean las expresiones cerradas de dichas series debidas a Kuhmert.

8º Trabajos de Seminario realizados en el Instituto Matemático de San Luis.

Sra. de SOSA PÁEZ y Srta. MUÑOZ: *Problemas sobre variedades no lineales del espacio de Hilbert.*

Srta. MAZZARINI y Srta. LOZANO: *Resolución con el compás de problemas de tercero y cuarto grado.*

13.30 horas.—

Almuerzo de despedida a las Delegaciones visitantes.

El día 25 por la noche en el salón de la Dirección de Cultura de la Provincia la concertista Srta. Roswitha Roxin obsequió a los congresistas con un brillante concierto de piano.

En la sesión de clausura se acordó por aclamación:

a) Enviar un saludo y una felicitación por la labor que viene realizando para el progreso de la investigación matemática en el país el Rector de la Universidad de Cuyo, doctor I. Fernando Cruz.

c) Agradecer a las autoridades universitarias de San Luis y en especial al Delegado Interventor de la Facultad de Ciencias de la Educación, doctor Humberto M. Lucero, por la magnífica y cordial hospitalidad prestada y por el apoyo moral y material recibido para la celebración de las Jornadas.

c) Agradecer en el mismo sentido y por las mismas causas al Gobierno de la Provincia y a la Dirección de Cultura de la misma.