RESUMENES DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS A LA TERCERA REUNION CONJUNTA DE LA SOCIEDAD MATEMATICA PARAGUAYA Y LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

VARGAS, J. (I.M.A.F.): *Descomposición de* $L^2(G/G_o, d\mu)$.

Sea G un grupo semisimple complejo y sea G_o una forma normal real de G. Mediante transformada de Radón generalizada se estudia la descomposición del espacio $L^2(G/G_o, d\mu)$, donde $d\mu$ es la única (salvo constante) medida G-invariante en G/G_o.

BIRMAN, G.S. (U.B.A.): *Densidad y medida total de cadenas en* $P_n(C)$.

Sea $P_n(C)$ el espacio complejo hermitiano elíptico de dimensión n, con la métrica dada por $\cos \frac{d}{2} = |(x,\bar{y})|$ donde d es la distancia entre dos puntos x,y.

En este espacio se definen cadenas r-dimensionales, con $1 \leqslant r \leqslant n$ y se calcula el número de parámetros de que depende su densidad; se obtiene, también, una expresión recurrente para la medida total de estas cadenas.

ALTAVISTA, C.A. (U.N. La Plata): *Sobre la existencia de cierto tipo de integrales en Dinámica.*

La integración de las ecuaciones diferenciales (canónicas) ha sido objeto de diversos estudios en las últimas dos décadas. En particular puede mencionarse el caso tratado por G. Contopoulos en donde el Hamiltoniano tiene la forma

$$F = \frac{1}{2}(R^2 + Z^2 + P\xi^2 + Qz^2 - 2b\xi z^2)$$

En este trabajo se hace una reseña de los estudios realizados con respecto a una integral hallada por ese autor y que ha sido denominada "Tercera Integral del Movimiento Galáctico", en la perspectiva de dilucidar la naturaleza de la función hallada por G. Contopoulos.

BONESANA, N.D. y D'ATTELLIS, C.E. (C.N.E. Atómica): *Sobre la regulación óptima de plantas nucleares.*

Se presenta una simulación de la Central Nuclear Atucha basada en un modelo no lineal desarrollado por Gvirtzman y Castaño, modificado de tal modo que resultan 41 variables de estado. Se consideran un modelo puntual del reactor, los circuitos del moderador y primario de extracción de calor, el generador de vapor, el precalentador y los retardos involucrados.

Dicha simulación se realizó usando el sistema CSMP en la IBM 370 de la C.N.E.A.. Linealizado el modelo en un punto de equilibrio, se aplica la teoría de regulación óptima, asociando a la operación una funcional cuadrática que debe ser minimizada. Para eso se calcula la matriz óptima de realimentación, lo que implica resolver la ecuación diferencial matricial de Riccati y conocer su solución estacionaria. Se emplearon para ello métodos distintos y se muestran resultados.

VIOLLAZ, A.J. (U.N. Tucumán): *Sobre el grado de indeterminación del test* χ^2 *de bondad de ajuste.*

En este trabajo se considera el caso de una hipótesis nula completamente especificada por una función de densidad en R, la cual por lo tanto, puede reducirse a la hipótesis de distribución uniforme sobre el intervalo $[0,1]$.

El clásico test χ^2 de bondad de ajuste depende de la partición elegida por el investigador para calcular el test. En esta investigación se considera la familia de todos los test χ^2 obtenidos por traslación (módulo 1) de una partición uniforme del intervalo $[0,1]$ y se determina su estructura de covarianza. Esta estructura proporciona una medida del grado de interdependencia de dos tests χ^2 cualesquiera de la familia, y permite estudiar la influencia de la posición de los subintervalos de la partición sobre el test χ^2.

ALVAREZ ALONSO, D. (U.B.A.) y CALDERON, A.P. (U.B.A. y I.A.M.): *Construcción de un álgebra de operadores seudodiferenciales, en la que operan funciones no indefinidamente derivables.*

A partir de recientes resultados de Y. Meyer sobre acotación en L^2 de operadores seudodiferenciales, se define un álgebra M_k de operadores con símbolos no indefinidamente derivables, la cual contiene a los operadores regularizantes de orden k. Sobre los operadores autoadjuntos de esta álgebra, se construye el siguiente cálculo funcional:

Sea $K \in M_k$ autoadjunto.

Sea f una función acotada y boreliana sobre el espectro de K, que se escribe como $g + hm$, donde:

1) g está definida en todo R y tiene derivadas continuas hasta cierto orden $r_1 = r_1(k)$.

2) h es también una función acotada y boreliana en el espectro de K.

3) m está definida en todo R, tiene derivadas continuas hasta cierto orden $r_2 = r_2(k)$ y se anula cerca de una parte del espectro de K.

Entonces, $f(x) \in M_k$.

WEIDENBACH, R.J. (U.N. del Centro): *La Matemática del año 400 a. de Cristo.*

La "Arithmetica universalis". Hipócrates. Anaxágoras. Hipias de Elí. El concepto de lo irracional. Hipaso de Metaponte. Platón. La desaparición de la "arithmetica universalis".

CASTRO, J.I. (U.N. San Juan): *Sobre un método de solución de la ecuación del calor en el problema de Stefan.*

El problema de Stefan consiste en la solución de la ecuación del calor en una masa sólida cuya frontera es variable en el tiempo, al producirse en ella el cambio de fase sólido-líquido.

En este trabajo se resuelve una ecuación más general:
$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} (r^n \frac{\partial T}{\partial r})$ en $r^* \leqslant r \leqslant R$, con n un número real salvo los casos $0 < n < 1$, con condiciones de borde en $r = r^*$: $T = T_o$, $k \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda\rho \frac{dr^*}{dt}$ y en $r = R$: $k \frac{\partial T}{\partial r} = -j_o$ o bien $k \frac{\partial T}{\partial r} = -h(T_w - T_\infty)$, donde α, T_c, k, λ, ρ, R, j_o, h, T_∞ son constantes y $T_w = T(R,t)$.

Este problema fue resuelto por Shamsundar y Sparrow para el caso $n=1$.

D'ATTELLIS, C.E. (I.A.M.) y GREGORIO, C.G. (Instituto Nac. de Investigación y Desarrollo Pesquero): *Un modelo estocástico de pesquerías.*

Sobre la base de un modelo de Schaefer se describe un modelo estocástico, es decir, un modelo en el que intervienen ruidos sobre la biomasa y sobre las mediciones, contemplando de este modo las variaciones aleatorias en la mortalidad y el reclutamiento como también las imprecisiones en las mediciones realizadas.

El modelo es discreto, lineal y adaptivo, realizándose las estimaciones de los parámetros, de la biomasa y de las intensidades de los ruidos con cada nueva medición obtenida.

Se resuelve sobre el modelo descripto el problema de regulación, es decir, del esfuerzo pesquero a aplicar para mantener a la biomasa en un entorno del estado de equilibrio.

Se presentan simulaciones realizadas en computadora.

TRIONE, S.E. (U.B.A. y I.A.M.): *Productos multiplicativos distribucionales.*

En esta nota extendemos productos multiplicativos distribucionales unidimensionales debidos a B. Fisher a cierta clase de distribuciones n-dimensionales llamadas distribuciones "causales" y "anticausales".

Aparecen acá cuarenta y tres productos multiplicativos "heterodoxos" de distribuciones. Ejemplos de tales productos son $P^{-r}\ \delta^{(r-1)}\ (P)$, $r = 0,1,\ldots;\ r$ y $2r \neq \frac{n}{2} + k$;

$P^{-r}(\operatorname{sgn} P\ P^r \ln|P|) - \frac{(-1)^r}{(r-1)!}(P^s \ln^2|P|).\delta^{(r-1)}(P)$ y

$\{(-1)^r P_+^{-r+\frac{1}{2}} \ln P_+ - \pi P_-^{-r+\frac{1}{2}}\} P_-^{-r+\frac{1}{2}} \ln P_-$, donde $r,s=0,1,\ldots$, $-r+\frac{1}{2}$, $-s$ y $-r+\frac{1}{2}-s$ son diferentes de $-\frac{n}{2}-k$, n dimensión del espacio y $k=0,1,2,\ldots$.

En estas fórmulas indicamos con P la forma cuadrática no degenerada en n variables de la forma

$P = P(x) = x_1^2 + \ldots + x_p^2 - x_{p+1}^2 - \ldots - x_{p+q}^2$, y $(\lambda \in C)$

$$P_+^\lambda = \begin{cases} P^\lambda & \text{si } P \geq 0, \\ 0 & \text{si } P \leq 0, \end{cases} \qquad P_-^\lambda = \begin{cases} 0 & \text{si } P \geq 0, \\ (-P)^\lambda & \text{si } P \leq 0. \end{cases}$$

AGUILERA, N.E. y HARBOURE, E.O.(I.N.T.E.C.): *Operadores maximales de integrales singulares con núcleos variables.*

Se obtiene la desigualdad $\| \sup_{\varepsilon>0} |K_\varepsilon f| \|_{L^2} \leq C\ \|f\|_{L^2}$, donde $K_\varepsilon f(x) = \int_{|y|>\varepsilon} K(x,y)\ f(x-y)\ dy$, y $K(x,y)$ es para cada x fijo un núcleo singular del tipo de Calderón-Zygmund que satisface la condición $\int_\Sigma |K(x,y')|^p\ dy' \leq A$ uniformemente en x para algún $p > \frac{4n-1}{2n-1}$, siendo n la dimensión del espacio.

SPINADEL de, V.W. (U.B.A.): *Juegos diferenciales con problemas de valores de contorno.*

Se analizan juegos diferenciales con la ecuación del calor: $w_t(x,t) = w_{xx}(x,t)$ donde $x \in [0,1]$, $t \in [0,T]$ con la condición inicial: $w(x,0) = w_0(x)$ y condiciones de contorno: $w(0,t) = u(t)$, $w(1,t) = v(t)$, donde u(t) y v(t) son los controles ejercidos por ambos jugadores, sujetos a las restricciones: $|u(t)| \leq M_1$, $|v(t)| \leq M_2$.

La función pago está dada por: $J = \int_0^1 |w(x,T)|\ dx$ para un valor prefijado de T. El jugador u trata de minimizar J y v, de maximizarlo.

GONZALEZ DOMINGUEZ, A. (U.B.A. y I.A.M.): *Sobre la covarianza del ruido blanco.*

1. Partimos de la siguiente representación del proceso de Wiener $\eta(t)$ debida a A. Rényi (Foundations of Probability, Holden Day, San Francisco, 1970, p. 340):

$$\eta(t) = \sum_{n\geq 1} \xi_n(\omega) \int_0^t W_n(x)\, dx \ , \ (0 \leqslant t < 1). \qquad (1,1)$$

En esta fórmula $\{\xi_n(\omega)\}$, $n = 1,2,\ldots$, es una sucesión de variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas según una ley normal de media cero y covarianza 1. $\{ W_n(x) \}$; $n = 1,2,\ldots$, es el sistema ortogonal de Walsh (cf. Rényi, loc. cit., p. 130). Escribiremos

$$N(t) = \frac{d}{dt}\, \eta(t) = \sum_{n\geq 1} \xi_n(u)\, K_n(t) \ , \qquad (1,2)$$

donde el segundo y el tercer término se entienden en el sentido distribucional. El proceso $N(t)$, que es un proceso generalizado en el sentido Gelfand (cf. I.M. Gelfand and N. Ya. Vilenkin, Generalized Functions, vol. 4, Academic Press, New York, 1964, p. 237), es el llamado *ruido blanco.*

2. Llamaremos $C(s,t)$ la covarianza del ruido blanco. La siguiente fórmula, donde con E designamos como de costumbre la esperanza matemática, es conocida (cf. Gelfand-Vilenkin, loc. cit., p. 260):

$$C(s,t) = E\{N(s).N(t)\} = \delta(s-t). \qquad (2,1)$$

NUEVA DEMOSTRACION DE LA FORMULA (2,1).

De (1,2) concluimos (todas las operaciones efectuadas son legítimas distribucionalmente):

$$C(s,t) = \sum_{m,n\geq 1} E\{\xi_m\, \xi_n\}\, K_m(s)\, K_n(t). \qquad (2,2)$$

Por hipótesis vale la fórmula

$$E\{\xi_m\, \xi_n\} = \begin{cases} 0, & \text{si } m\neq n\ ; \\ 1, & \text{si } m=n\ . \end{cases} \qquad (2,3)$$

De (2,2) y (2,3) obtenemos

$$C(s,t) = \sum_{m\geq 1} K_m(s)\, K_n(t) = \delta(s-t)\ ,$$

lo cual demuestra la fórmula (2,1).

Nuestra demostración no es elemental (pues se basa esencialmente en la fórmula (1,1)); pero tiene la ventaja de ser muy simple y no requerir prácticamente cálculo ninguno.

SANTALO, L.A. (U.B.A.): *Fórmulas de Cauchy y Kubota para cuerpos convexos del espacio elíptico.*

Sea K_n un cuerpo convexo compacto del espacio elíptico n-dimensional S^n. Sea L_r un r-plano de S^n ($r = 0,1,\ldots,n-1$) que no corta a K_n, y sea L^*_{n-r-1} el (n-r-1)-plano dual de L_r. Los (r+1)-planos que pasan por L_r y cortan a K_n determinan en L^*_{n-r-1} un cuerpo convexo K^*_{n-r-1}, proyección de K_n sobre L^*_{n-r-1} desde L_r. Sean V^*_{n-r-1} el volumen y M^*_i ($i=0,1,\ldots,n-r-2$) las integrales de curvatura media de orden i de K^*_{n-r-1}. En este trabajo se determinan los valores medios de V^*_{n-r-1} y M^*_i con respecto de los r-planos L_r exteriores a K_n. Estos valores medios se dan en términos del volumen y de las integrales de curvatura media de K_n. Ellas generalizan al espacio elíptico las clásicas fórmulas de Cauchy y Kubota referentes a cuerpos convexos compactos del espacio euclidiano.

Por ejemplo, para n=3, llamando F^* y L^* al área y al perímetro del conjunto plano convexo proyección desde el punto P del cuerpo convexo K del espacio, sobre el plano polar de P, se tiene

$$\int F^* \, dP = (1/2)\pi^2 F - 2\pi V \quad , \quad \int L^* \, dP = 2\pi M_1$$

donde V es el volumen, F el área y M_1 la integral de curvatura media de K y las integraciones están extendidas a todo el espacio exterior a K.

BENEDEK, A. y PANZONE, R. (U.N.S.): *Sobre la estructura del conjunto de autofunciones de ciertos problemas de contorno irregulares.*

Se consideran las familias de autofunciones de ciertos problemas de contorno para la ecuación: $y'' - (\lambda + q(x))y = 0$ donde q es continua en $[0,1]$ ó $q = (\nu^2 - 1/4)/x^2$, siendo las condiciones de contorno de la forma: $P(\lambda)\, y(\alpha) + Q(\lambda)\, y'(\alpha) = 0$ con P y Q polinomios no constantes y $\alpha = 0,1$. Se muestra que las autofunciones de estos problemas (cuando no hay funciones asociadas) tienen la misma estructura.

DAHL, V. (U.B.A. y CONICET): *Una lógica trivalente como modelo de lengua natural.*

Se define rigurosamente un sistema lógico trivalente, que ha sido concebido para proveer una representación formal de un subconjunto simple pero natural, correcto y bastante amplio de la lengua natural. Se lo ha usado exitosamente, con ligeras variantes, como lenguaje interno al cual una computadora traduce preguntas en español, francés o portugués con el objeto de consultar distintas bases de datos.

El uso de dicho sistema logra resolver algunos problemas clásicos en el campo del procesamiento de la lengua natural, tales como la representación de presuposiciones existenciales y numéricas, y la eliminación de ciertas ambigüedades.

BUSCH, J.R. (U.B.A.): *Un algoritmo para la interpolación de tipo Hermite en varias variables.*

Sea V_k el espacio vectorial de los vectores $(x^{(r)}/r \in N^n, |r| \leqslant k)$. Consideramos en V_k los endomorfismos definidos por $T_i(E_r) = E_{r-e_i}$ $r_i \neq 0$, $T_i(E_r) = 0$ $r_i = 0$ (E_r y e_i indican los vectores canónicos en V_k y R^n). Dado u en R^n, definimos los endomorfismos en V_k:

$$u.T = \sum_{i=1}^{n} u^{(i)}\, T_i \quad \text{y} \quad L(u) = \sum_{j=0}^{k} (u.T)^j.$$

TEOREMA. Sea $a \in R^n$, B una base de R^n, $x = (x_1,\dots,x_n)$ las coordenadas respecto a B con origen $a, k_o,\dots,k_p$ números naturales, $H_1,\dots,H_p$ hiperplanos diferentes que no pasan por a, de ecuaciones $u_i.x = 1$, $u_i \in R^n$. Definimos $w(x) = \prod_{i=1}^{p} (1-u_i.x)^{k_i}$, $L = \prod_{i=1}^{p} (L(u_i))^{k_i}$ (endomorfismo en V_{k_o-1} que está bien definido por conmutar los $L(u_i)$ entre sí), $T(x) \doteq (x^r/r \in N^n,\ |r| \leqslant k_o-1)$. Sea $Q(x) = w(x)\, L(T(x))$. Entonces: El polinomio $p^{(r)}(x) = 1/r!\ q^{(r)}(x)$ es el único polinomio que satisface las siguientes condiciones:

i) $(D_B)^s(p^{(r)}(x))(a) = \delta_r^s \qquad |s| \leqslant k_o-1$

ii) $(D)^s(p^{(r)}(x))(b) = 0 \qquad |s| \leqslant k_i-1 \quad , \quad b \in H_i$

iii) $gr(p^{(r)}(x)) \leqslant \sum_{j=0}^{p} k_j - 1$

CORTINA, E. y GNAVI, G. (U.B.A.): *Diagnóstico de estructuras reactivas no uniformes unidimensionales.*

Se ha desarrollado una técnica propuesta por D.C. Youla de diagnóstico de la estructura interna de una línea de transmisión no uniforme, tomando como datos N valores de la función de respuesta del sistema $h(2kc)$, $(k = 1,2,\dots,N)$ tomados a intervalos de tiempo 2c.

El algoritmo obtenido da una aproximación para el llamado perfil logarítmico P(x) de la línea (donde x es la variable espacial a lo largo de la línea) que en el límite conduce a una familia monoparamétrica de ecuaciones integrales de Fredholm de segunda especie que determina P(x).

MARCHI, E. y MIGUEL, O. (U.N. San Luis): *Acerca del problema de la información en juegos extensivos.*

Se estudia el problema de la información en los juegos extensivos del tipo de los introducidos por von Neumann, definiendo distribuciones de probabilidad sobre los conjuntos de información. Se representa así el estado de información de un dado jugador en lo que se refiere a su ubicación en el juego. La información completa y los conjuntos de información de von Neumann son aquí casos particulares. Este juego tiene punto de equilibrio en estrategias puras.

Se estudia el comportamiento asintótico del "superjuego", o sea cuando se repite el juego original un número grande de veces, cambiando solamente las distribuciones de probabilidad. Con ciertas restricciones, se demuestra la existencia de punto de equilibrio en el superjuego, el cual está constituído a partir de una secuencia de puntos de equilibrio en cada juego particular.

LUBOMIRSKY, W. (U.N. La Plata): *Un algoritmo para reconocer matroides.*

Se presenta un algoritmo para determinar la multiplicidad de multimatroides, definida como el valor maximin de las cadenas de intercambios múltiples entre las bases. El caso particular de multiplicidad igual a uno, corresponde a los matroides ordinarios. Se discuten diversas formas de utilizar este algoritmo, tanto para reconocer un matroide arbitrario como para tabular matroides de un orden y rango dados. Se ilustra la aplicabilidad del algoritmo presentando algunos resultados numéricos sobre enumeración de matroides no isomorfos, que fueron obtenidos utilizando sistemas de computación con una moderada capacidad de memoria.

FAURING, P., GUTIERREZ GIUSTI, F. y LAROTONDA, A. (U.B.A.): *Distancias mutuas entre* n *puntos.*

En cuestiones vinculadas con las configuraciones centrales interesa establecer las relaciones existentes entre n puntos distintos $x_1,\ldots,x_n$ en R^3 y sus distancias mutuas $t_{ij} = |x_i - x_j|$.
Esto suele hacerse utilizando recursos de geometría métrica, como en Blumenthal L., "Theory and applications of distance geometry", mediante los determinantes de Cayley-Menger. En esta comunicación se replantea el problema en términos de espacios homogéneos bien conocidos.

KEILHAUER, G.G.R. (U.B.A.): *Una desigualdad relativa al área y perímetro de conjuntos convexos en superficies de curvatura variable negativa.*

Sea M una variedad de Hadamard de dimensión n. Resultados relativos a la estimación del crecimiento de la longitud de un campo de Jacobi como así también de su derivada covariante a lo largo de un rayo geodésico cuando la curvatura K está acotada, proporciona (ver Teorema) una desigualdad concerniente al área y al perímetro de conjuntos convexos cuando n = 2.

Si D es un convexo abierto y acotado en M con borde ∂D de clase C^1, sea F el área de D y L la longitud de su borde. Fijada una orientación en ∂D, para $p \in D$ (fijo) y $q \in \partial D$, sea $\gamma(q)$ el ángulo que forma la tangente orientada al borde en q con el radio geodésico que parte de p e interseca al borde en q. El valor medio del seno de dicho ángulo a lo largo del borde lo denotaremos con $H = H(p)$. Sea $d^- = d^-(p)$ y $d^+ = d^+(p)$ la distancia mínima y máxima de p al borde; bajo estas condiciones se tiene

TEOREMA. Si existen constantes $0 < a \leqslant b$ tales que $-b^2 \leqslant K \leqslant -a^2$ entonces:

1) $\frac{2\pi}{a} \cdot \frac{Sh(a.d^-)}{L} \leqslant H \leqslant \frac{2\pi}{b} \cdot \frac{Sh(b.d^+)}{L}$

2) $\frac{a}{b^2}.H.(Coth(a.d^+) - \frac{1}{Sh(a.d^-)}) \leqslant \frac{F}{L} \leqslant \frac{b}{a^2}.H.(Coth(b.d^-) - \frac{1}{Sh(b.d^+)})$

3) Si a = b es decir $K = -a^2$, las desigualdades de 2) se transforman en igualdades si y sólo si D es un círculo geodésico y p es su centro.

4) Cuanto más cubre D a la superficie M, las cotas superior e inferior de 2) menos dependen del punto interior p elegido.

OPPEZZI, C. y PATETTA, N. (U.N. Mar del Plata): *Análisis numérico de un modelo fisicomatemático para el árbol aórtico.*

Se realiza el análisis numérico de un modelo fisicomatemático para el estudio del árbol aórtico desarrollado por F. Marsicano y A. Introzzi.

Dicho modelo se expresa como un sistema de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales que permite obtener la onda de presión y el perfil de velocidades, estudiándose la influencia de las características geométricas y elásticas del tubo.

GONZALEZ, R.L.V. (U.N. Rosario): *Problemas de control Bang-Bang con intervalos de tiempo mínimo entre conmutaciones.*

Se estudia en este trabajo la optimización de un sistema dinámico sobre el cual se aplican controles de tipo bang-bang, estando éstos restringidos a poseer una separación mínima entre conmutaciones sucesivas.

Se trabaja con las técnicas de la programación dinámica, introduciéndose para ello la función costo óptima V dependiente del estado inicial x del sistema y se construyen políticas ε-sub-óptimas en realimentación utilizando esta función V (asimismo políticas óptimas en el caso que éstas existan).

Se prueba que la función de costo óptimo V es lipschitziana y que satisface el conjunto de desigualdades diferenciales y de frontera que constituyen la inecuación de Hamilton-Jacobi correspondiente a este problema. Esta inecuación (de tipo quasi-variacional) puede ser resuelta por medio de una sucesión de inecuaciones variacionales pero en este trabajo se la resulve en forma directa. Para ello se introduce la familia W de sub-soluciones y se identifica a V como el elemento máximo de W.

Utilizando esta propiedad se muestra que V es la única solución de un problema auxiliar equivalente (maximización en W de un funcional lineal positivo). Se procede a la discretización del problema auxiliar (empleando elementos finitos lineales para la aproximación del convexo de funciones W) realizándose la discretización en forma tal que el problema final a ser resuelto computacionalmente sea una programación lineal. De esta manera el problema original de control óptimo queda reducido a uno tratable con algoritmos standard de tipo Simplex.

Por último se demuestra la convergencia de las soluciones del problema auxiliar discretizado hacia la función V a medida que se refina la triangulación del dominio de V.

HORAS, J., DI PASQUALE, C. y MARCHI, E. (U.N. San Luis): *Crecimiento de Poblaciones, Tratamiento Estocástico en Compartimientos.*

En el estudio del crecimiento de cultivos microbiológicos se introduce una subestructura llamada "deme", la cual se subdivide en compartimientos, los cuales dependen de ciertas características. Se considera un modelo con un fluir de células de un compartimiento al próximo, con una cierta probabilidad, además probabilísticamente pueden ser extraídas y divididas, yendo estas últimas al compartimiento cero.

Se plantea la ecuación diferencial estocástica que describe el fenómeno mencionado anteriormente. Se obtiene una expresión para él valor medio del número de células en los respectivos compartimientos, usando un método recursivo novedoso, para distintos casos.
También se trata un método más general, donde se permite nacimientos y muerte dentro de los compartimientos.

TARAZAGA, P. y MARCHI, E. (U.N. San Luis): *Modelo de Transporte en Dos Etapas.*

En este trabajo, nosotros presentamos un modelo de transporte el cual introduce una variante nueva en la teoría de transporte. Aquí estudiaremos un modelo con dos etapas. La mercadería a ser transportada va desde una puerta a un destino pasando a través de un depósito en el cual no se permite acumulación. Hay también vínculos para la mercadería que pasa a través de cada depósito.

La solución del sistema de igualdades y desigualdades correspondiente es un convexo en un espacio de alta dimensión cuyos extremos son caracterizados y además se da un algoritmo para construirlos. Se obtienen también diferentes resultados que permiten facilitar el cómputo de soluciones del problema lineal construyendo problemas equivalentes. Resultados de este tipo se obtienen tanto en el caso en que los depósitos no tienen vínculos respecto a la mercadería que pasa por ellos como en el caso en que esos vínculos existen. En el primer caso el problema puede reducirse a un problema lineal sobre matrices estocásticas.

MARCHI, E. y CESCO, J. (U.N. San Luis): *Sobre modelos de expansión-intercambio.*

Presentamos un modelo de tipo económico que tiene en cuenta un conjunto de procesos productivos a la manera del modelo de crecimiento de von Neumann y un conjunto de intermediarios cuya función es la de regular el exceso en la oferta y demanda de los bienes producidos e insumidos por los procesos. Su actividad está orientada por la línea dada por Gale o Arrow-Debreu en sus modelos de intercambio. Damos una noción de equilibrio para este modelo y su vinculación con puntos de equilibrio de un juego generalizado asociado. Finalmente usando el teorema de punto fijo de Kakutani probamos la existencia de puntos de equilibrio para el juego y de aquí se desprende la existencia de equilibrio económico.

También se considera un modelo "dual".

MARCHI, E., MILLAN, L. y CRINO, E. (U.N. San Luis): *Soluciones de las ecuaciones de velocidad de cambio del laser de tres niveles.*

En este trabajo se resuelve en forma exacta el sistema de dos ecuaciones diferenciales no lineales que relacionan el número de fotones q(t) en la cavidad del laser y el número de inversión de población n(t) en un laser de tres niveles. Dichas ecuaciones son:

$$\frac{dn}{dt} = W - 2Bnq - Bp_0 n$$

$$\frac{dq}{dt} = Bnq + \frac{1}{2}Bpn + \frac{1}{2}BN_0 p - \frac{q}{t_c}$$

donde W, B, p_0, p y t_c son constantes positivas.

Con el objeto de resolver dichas ecuaciones se han desarrollado las funciones n(t) y q(t) en series formales. Se encuentran dos relaciones de recurrencia que pueden ser resueltas llegando a una solución muy complicada. Cálculos numéricos dan una solución de acuerdo con las curvas experimentales.

RIPOLL, D., BENEGAS, J. y MARCHI, E. (U.N. San Luis): *Depolimerización de microtúbulos.*

Los microtúbulos son estructuras biológicas que sufren procesos reversibles de polimerización-depolimerización cuando se varían ciertos agentes físico-químicos como la temperatura, presión, etc.

En este trabajo se desarrolla un nuevo método iterativo que permite encontrar una solución analítica para la función de Partición que representa la depolimerización térmica de microtúbulos, según el modelo de Ising.

La obtención de esta solución nos permite calcular diversas funciones termodinámicas de interés, las que están en excelente acuerdo con los resultados experimentales.

MARCHI, E. y VILA, J. (U.N. San Luis): *Método recursivo para el modelo de Ising unidimensional.*

En este trabajo se desarrolla un nuevo método recursivo para encontrar la solución analítica exacta de la función de partición para el modelo de Ising unidimensional con interacciones con el primer, segundo y tercer vecino (con y sin campo).

I) En el primer caso (interacción con el primer vecino) se encuentra la solución analítica de la función de partición en forma inmediata.

II) En el segundo caso, un nuevo método es presentado para encontrar (en el límite termodinámico) las entradas de una matriz recurrente de 4x4 iterada n veces.

III) En el tercer caso (interacción hasta el tercer vecino), solamente el caso cuando el campo es nulo (H=0), es presentado.

La solución analítica de la función de partición es de gran importancia para encontrar las propiedades termodinámicas del sistema.

CHIAPPA, R. (U.N.S.): *Caracterización de multigrafos no orientados adjuntos hamiltonianos.*

Se da la caracterización de un multigrado G^o (caso no orientado) en base a sus descomposiciones tipo Krausz.
Se analiza la existencia de un subgrafo (no necesariamente propio) tal que contenga todos los vértices de G^o y que admita una descomposición de esa clase con características especiales.

TORANZOS, F.I. (U.C.A.) y TORANZOS, F.A. (U.B.A.): *Modelo matemático para planificación educativa global.*

Se definen cinco "estados de escolaridad" y cinco "niveles laborales" de la población. Determinadas las transiciones admisibles entre dichos estados, se plantea un diagrama de flujo que describe cualitativamente el paso de la población por el sistema educativo hasta ocupar su posición en el aparato productivo. Observando las entradas y salidas de cada uno de esos estados durante un lapso dado, se establece un sistema recurrente de ecuaciones lineales que describe la estructura cuantitativa de los niveles laborales en dicho período, a partir de datos educativos y de la integración de los niveles en períodos previos. Los coeficientes del sistema se obtienen estadísticamente. Resulta así un modelo que analiza globalmente la oferta de mano de obra calificada. Se esbozan las adaptaciones necesarias para emplear esta metodología en estudios complementarios de demanda laboral y de oferta por sectores. Se indican los posibles usos de este modelo como herramienta predictiva, como instrumento de planificación y como control de la política educativa.

ABAD, M. (U.N. Comahue) y FIGALLO, A.V. (U.N. San Juan): *Algebras k-cíclicas libres.*

Un álgebra A es un par $[S,F]$, donde S es un conjunto no vacío y F un conjunto dado de operaciones f_α, cada una aplicando una potencia $S^{n(\alpha)}$ de S, en S, para algún entero no negativo $n(\alpha)$. (Birkhoff, Lattice Theory, Am. Math. Soc. Colloquium Publications, Vol. 25).

Sea Γ la clase de álgebra $A_\gamma = [S_\gamma,F]$, y supongamos que existe en Γ el álgebra L(c) con un conjunto G de generadores libres, con $|G| = c$, y que $|L(c)| < \infty$. Sea k un número natural fijo y sea Γ' la clase de álgebras $A'_\gamma = [S_\gamma,F']$, donde $[S_\gamma,F] \in \Gamma$, $F' = F \cup \{T\}$ y $T:S_\gamma \longrightarrow S_\gamma$ es un Γ-automorfismo tal que $T^k(x) = x$, para todo $x \in S_\gamma$. Si $A'_\gamma \in \Gamma'$ diremos que A'_γ es una Γ-álgebra k-cíclica. (A. Monteiro, Algèbres de Boole Cycliques, Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées, Tome XXIII, N° 1). En esta comunicación probamos que el número de elementos de la Γ-álgebra k-cíclica L'(c) con un conjunto de c generadores libres coincide con el número de elementos de la Γ-álgebra L(k.c) con un conjunto de k.c generadores libres.

MILASZEWICZ, J.P. (U.B.A. y CONICET): *Sobre criticalidad y el teorema de Stein-Rosenberg.*

Sean X un espacio de Banach real y K un cono cerrado normal, tal que X tiene la propiedad de descomposición acotada respecto de K. Con r indicaremos a la función radio espectral de operadores lineales acotados en X. L y U son operadores lineales acotados y positivos en X. Supondremos que $r(L) < 1$ y que U es compacto, llamaremos $H = (I-L)^{-1}U$.

TEOREMA. Vale una y sólo una de las siguientes proposiciones:

(i) $r(L + U) = 0 = r(H)$

(ii) $r(L + U) = 1 = r(H)$

(iii) $0 \leqslant r(U) \leqslant r(H) < r(L + U) < 1$

(iv) $0 < r(U) = r(H) = r(L + U) < 1$

(v) $r(U) < r(L + U)$ y $1 < r(L + U) < r(H)$

(vi) $r(U) = r(L + U)$ y $1 < r(L + U) \leqslant r(H)$

Este resultado generaliza al teorema de Stein-Rosenberg [1]; además mejora, cuando X es de dimensión finita, las generalizaciones de dicho teorema contenidas en [2], [3], [4], [5] y [6].

REFERENCIAS.

[1] G. BIRKHOFF and R.S. VARGA, Reactor criticality and nonnegative matrices, SIAM J. Appl. Math., 6 (1958), pp. 354-377.

[2] I. MAREK, u_0-positive operators and some of their applications, SIAM J. Appl. Math., 15 (1967), pp. 484-494.

[3] I. MAREK, Frobenius theory of positive operators : comparison theorems and applications, SIAM J. Appl. Math. 19 (1970), pp.607-628.

[4] F. ROBERT, Autour du théorème de Stein-Rosenberg, Num. Math., 27 (1976), pp. 133-141.

[5] J.S. VANDERGRAFT, Spectral properties of matrices which leave invariant cones, SIAM J. Appl. Math., 16 (1968), pp. 1208-1222.

[6] J.S. VANDERGRAFT, A note on irreducibility for linear operators on partially ordered finite dimensional vector spaces, Linear Algebra Appl., 13 (1976), 139-146.

TARZIA, D.A., (U.N. Rosario): *Comportamiento asintótico de la solución de una inecuación variacional de evolución de tipo II. Aplicación al problema de Stefan a dos fases.*

Se estudia el comportamiento, cuando el tiempo tiende al infinito, de la solución de la ecuación variacional:

$$(1)\quad \begin{cases} (w'(t);v-w'(t)) + a(w(t);v-w'(t)) = \langle f_0(t);v-w'(t)\rangle \quad \forall v \in K, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{p.p. en } [0;T] \\ w'(t) \in K \\ \dfrac{w(t)}{t} \in K, \quad w(0) = w_0 . \end{cases}$$

y de la inecuación variacional:

$$
(2)\begin{cases} (w'(t);v-w'(t))+a(w(t);v-w'(t))+\varphi(v)-\varphi(w'(t)) \geqslant \langle f(t);v-w'(t)\rangle \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \forall v \in K, \text{ p.p. en } [0;T] \\ w'(t) \in K, \\ \frac{w(t)}{t} \in K, \quad w(0) = w_o. \end{cases}
$$

El problema de Stefan a dos fases, estudiado en su primera etapa por G. Duvaut [1] y completado por D.A. Tarzia ([2], [3]), tiene la siguiente formulación variacional:

$$
(3)\begin{cases} (\beta(u_L'(t));v-u_L'(t))+a(u_L(t);v-u_L'(t))+Lj(v)-Lj(u_L'(t)) \geqslant \\ \geqslant \langle f_L(t);v-u_L'(t)\rangle \quad \forall v \in K \quad, \text{ p.p. en } [0;T] \\ u_L'(t) \in K, \\ \frac{u_L'(t)}{t} \in K, \quad u_L(0) = 0. \end{cases}
$$

Se demuestra el siguiente resultado:

TEOREMA. Bajo las hipótesis que nos aseguran la existencia y la unicidad de la solución $u_L(t)$ de la inecuación variacional (3) (D.A. Tarzia [3]) se tiene

$$
(4)\begin{cases} \text{i)} \quad \lim\limits_{t\to+\infty} \|u_L'(t) - u_\infty\|_{L^2(\Omega)} = 0 \quad, \quad \forall L > 0. \\ \text{ii)} \quad \lim\limits_{t\to+\infty} \left\|\frac{u_L(t)}{t} - u_\infty\right\|_{H^1(\Omega)} = 0 \quad, \quad \forall L > 0. \end{cases}
$$

donde u_∞ es la solución del caso estacionario del problema de Stefan a dos fases (D.A. Tarzia [4]) y L (constante positiva) es el calor latente de fusión del cuerpo que ocupa la región Ω.

REFERENCIAS.

[1] G. DUVAUT, Problèmes à frontière libre en théorie des milieux continus, 2ème Congrès Français de Mécanique, Toulouse (1975). Rapport de recherche n° 185, LABORIA-IRIA (1976).

[2] D.A. TARZIA, Thèse de 3ème Cycle, Univ. Pierre et Marie Curie - Paris VI (1979).

[3] D.A. TARZIA, Sur le problème de Stefan à deux phases, C.R. Acad.Sc. Paris, 288A (28/5/1979) p. 941-944.

[4] D.A. TARZIA, Aplicación de métodos variacionales en el caso estacionario del problema de Stefan a dos fases, Math. Notae, Año 27, por aparecer.

BENEDEK, A. y PANZONE, R. (U.N.S.): *El problema inverso para un sistema diferencial de Sturm-Liouville irregular.*

TEOREMA 1. Consideremos la ecuación (Q): $y'' + (\lambda-Q(x))y = 0$, $0 \leqslant x \leqslant \pi$, $Q \in L^1$. Sea (α) la condición de contorno :

$y(0)\cos\alpha + y'(0)\operatorname{sen}\alpha = 0$, $0 \leqslant \alpha < \pi$, y $[\beta]$ la definida por: $-(\beta_1 y(\pi) - \beta_2 y'(\pi)) = \lambda(\beta_1' y(\pi) - \beta_2' y'(\pi))$ donde $\beta_1' \beta_2 - \beta_1 \beta_2' > 0$. Denotemos con $A((\alpha),[\beta])$ al espectro (familia de autovalores) de (Q) respecto a las condiciones de contorno indicadas. Si $A((\alpha),[\beta]) \cap \cap A((\alpha),[\gamma]) = \emptyset$ entonces Q es la única función de $L^1(0,\pi)$ tal que (Q) tiene esos espectros respecto a las condiciones de contorno mencionadas. Lo mismo vale si $A((\alpha),[\beta]) \cap A((\omega),[\beta]) = \emptyset$.

TEOREMA 2. Sea como en el teorema 1, $Q \in L^1$, pero tal que $Q(x) = Q(\pi - x)$. Sea $[\tilde{\beta}]$ la condición de contorno en 0 definida por: $-(\beta_1 y(0) + \beta_2 y'(0)) = \lambda(\beta_1' y(0) + \beta_2' y'(0))$. Q es la única función de $L^1(0,\pi)$ tal que (Q) con las condiciones $[\tilde{\beta}]$ y $[\beta]$ tiene por espectro a $A([\tilde{\beta}],[\beta])$.

DE BRITO, A. (U.F. Paraíba, Brasil) y EGGARTER, T. (U.N. San Luis): *Dos identidades útiles con esféricos armónicos.*

Presentamos dos identidades que permiten simplificar sustancialmente algunas deducciones con esféricos armónicos. Como ejemplos de su uso, consideramos la ley de transformación de los $Y_{\ell m}$ bajo rotaciones de los ejes de coordenadas, y la obtención de los coeficientes de Clebsch-Gordan $\int Y_{\ell_1 m_1} Y_{\ell_2 m_2} Y_{\ell_3 m_3} \, dw$.

PICCO, D. (U.N. La Pampa): *Sobre las álgebras de Azumaya dimodulares.*

Si G es un grupo abeliano finito, en el grupo BD(R,G) de clases de G-dimodulo álgebras de Azumaya sobre un anillo conexo R, las álgebras A tales que el centralizador de la componente homogénea A_1 de grado 1 de A está contenido en A_1 definen un subgrupo $BD_0(R,G)$ (si G es cíclico, $BD_0(R,G)$ coincide con el subgrupo definido por las álgebras centrales). Se obtiene una sucesión exacta $0 \longrightarrow BM(R,G) \longrightarrow BD_0(R,G) \longrightarrow \longrightarrow \mathrm{Aut}(G)\times\Gamma(R,G) \longrightarrow 0$, donde $\Gamma(R,G)$ es el grupo de extensiones de Galois conmutativas de R con grupo G, $\mathrm{Aut}(G)\times\Gamma(R,G)$ es el producto semidirecto con respecto a la acción canónica de Aut(G) en $\Gamma(R,G)$ y BM(R,G) es el subgrupo de BD(R,G) definido por las álgebras con graduación trivial.

KISCHIMOTO, K. (Sishu University, Japón): *Polinomios separables en anillos de polinomios tipo derivación.*

FERRERO, M. (U. Rio Grande do Sul): *Problemas en anillos de polinomios generalizados y su aplicación a la construcción de extensiones de Galois.*