RESUMENES DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS A LA XXXV REUNION ANUAL DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

ALGEBRA Y LOGICA

ARAUJO,J.O. (UNCPBA): *Sobre normalizadores de grupos de reflexiones.*

Los resultados obtenidos acerca de normalizadores y sistemas de imprimitivismo de un grupo de reflexiones en C^n, indican una omisión en (1) (ver 2.7,2.13 de (1)). Para el caso $W(L_3)$ ver 5.3 vi) de (1).

PROPOSICION. Si $G(m,p,n)$ admite más de un sistema de imprimitivismo, entonces, $(m,p,n) = (2,1,2), (4,4,2), (4,2,2), (3,3,3), (2,2,4)$ pudiendo tomarse estos como:

$e_1, e_2 \quad e_1+e_2, e_1-e_2 \quad e_1+ie_2, e_1-ie_2$, para $G(2,1,2)$, $G(4,4,2)$ y $G(4,2,2)$.

$e_1,e_2,e_3 \quad e_1+e_2+e_3, e_1+we_2+\bar{w}e_3, e_1+\bar{w}e_2+we_3, e_1+e_2+we_3, e_1+we_2+e_3, we_1+e_2+e_3, e_1+e_2+\bar{w}e_3, e_1+\bar{w}e_2+e_3, \bar{w}e_1+e_2+e_3$, para $G(3,3,3)$, (w raiz cúbica primitiva).

$e_1,e_2,e_3,e_4 \quad -e_1+e_2+e_3+e_4, e_1+e_2+e_3-e_4, e_1+e_2-e_3+e_4, e_1-e_2+e_3+e_4, e_1+e_2-e_3-e_4, e_1-e_2+e_3-e_4, e_1-e_2-e_3+e_4, e_1+e_2+e_3+e_4$, para $G(2,2,4)$.

PROPOSICION. Sea $N(m,p,n)$ el grupo normalizador de $G(m,p,n)$ en $U(V)$, entonces:

i) $N(m,p,n) = U.G(m,1,n)$ si $(m,p,n) \neq (2,1,2),(4,2,2),(3,3,3),(2,2,4)$.

ii) $N(4,2,2) = U.W(4o_1)$, $N(3,3,3) = U.W(L_3) = U.W(M_3)$ y $N(2,2,4) = U.W(F_4)$.

donde U denota los complejos de módulo uno y los gráficos son:

$4o_1$	$\overset{4}{o}\overset{\alpha}{---}\overset{4}{o}$	$\alpha = \frac{i+1}{2}$
L_3	$\overset{3}{o}\overset{\beta}{---}\overset{3}{o}\overset{\beta}{---}\overset{3}{o}$	$\beta = \frac{\sqrt{3}i}{3}$
M_3	$\overset{3}{o}\overset{\beta}{---}\overset{3}{o}\overset{\gamma}{---}\overset{2}{o}$	$\gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$
F_4	$\overset{2}{o}---\overset{2}{o}\overset{\gamma}{---}\overset{2}{o}---\overset{2}{o}$	

PROPOSICION. El grupo normalizador de $W(L_3)$ es $U.W(L_3) = U.W(M_3)$.

REFERENCIA. (1) A.M.Cohen - Finite Complex Reflection Groups, Ann. Scient. Ec.Norm.Sup. 4° serie, t.9, 1976, p.379 a 436.

CANALS FRAU,M. y FIGALLO,A. (INMASJ, UNSJ): *Algebras de Curry Trivalentes Modales.*

En esta nota se introduce la noción de Algebra de Curry trivalente modal (C_3-Δ) como un par (A,Λ) donde A es un álgebra de Hilbert modal [1], y Λ es un operador binario definido sobre A que verifica:

C1) $x \Lambda x = x$, C2) $(x \Lambda y) \Rightarrow z = x \Rightarrow (y \Rightarrow z)$,

C3) $x \Rightarrow (y \Lambda z) = (x \Rightarrow z) \Lambda (x \Rightarrow y)$.

Entonces: Se determinan las congruencias, las álgebras (C_3-Δ) simples y se prueba que toda álgebra (C_3-Δ) no trivial es subproducto directo de álgebras (C_3-Δ) simples.

Finalmente se prueba que las álgebras (C_3-Δ) con primer elemento coinciden con las álgebras de Lukasiewicz trivalentes.

[1] Canals Frau,M., Saad,S., Figallo,A. (INMASJ Universidad Nacional de San Juan) Comunicación sobre Algebras de Hilbert Trivalentes Modales.

CANALS FRAU,M., SAAD,S. y FIGALLO,A. (INMASJ, UNSJ): *Algebras de Hilbert Trivalentes Modales.*

En esta nota se introduce la noción de álgebra de Hilbert trivalente modal como un par (A,Δ) donde A es un álgebra de Hilbert trivalente [1] y Δ es un operador binario definido sobre A que verifica para todo $x,y,z \in A$:

M1) $\Delta x \Rightarrow x = 1$, M2) $((y \Rightarrow \Delta y) \Rightarrow (x \Rightarrow \Delta\Delta x)) \Rightarrow \Delta(x \Rightarrow y) = \Delta x \Rightarrow \Delta\Delta y$,

M3) $((\Delta x \Rightarrow y) \Rightarrow z) \Rightarrow ((\Delta x \Rightarrow z) \Rightarrow z) = 1$

Entonces se estudia el reticulado de las congruencias. Se determinan las álgebras simples y se prueba que toda álgebra de Hilbert trivalente modal no trivial es subproducto directo de álgebras simples.

[1] Monteiro,L.: Algebras de Hilbert n-valentes. Port.Math. 36 N°3-4 (1977) pp.159-173.

CARBAJO,R., CISNEROS,E. y GONZALEZ,M.I. (PROMAR (CONICET-UNR)).

En este trabajo se estudia una caracterización del radical fuertemente primo y del radical singular de un anillo de grupo. Si indicamos con s(R) y con Z(R) el radical fuertemente primo y el radical singular de un anillo R, respectivamente, entonces se verifican:

i) s(K*G) = S*G siendo K*G el anillo de grupo, con K anillo y G un grupo de automorfismos sobre K, y S la intersección de los ideales de K G-fuertemente primos.

ii) Z(K*G) = Z(K)*G.

CIGNOLI,R. (UBA): *Las álgebras de Lukasiewicz n-valentes propias cuando n-1 es primo.*

Las álgebras de Lukasiewicz n-valentes propias ($n \geqslant 5$) son los modelos algebraicos de las lógicas n-valentes de Lukasiewicz, y están definidas sobre álgebras de Lukasiewicz n-valentes con $(n(n-5)+2)/2$ operadores unarios (ver R.Cignoli, Studia Logica 41(1982), 3-16; Zeitschr.f.math.Logik und Grundlagen d. Math.,30 (1984, 87-96).

En este trabajo se muestra que cuando n-1 es un número primo ($n \geqslant 6$) estas álgebras pueden ser definidas en forma más simple, como álgebras de Lukasiewicz n-valentes con n-2 operadores unarios $E_1,\ldots,E_{n-2}$ que satisfacen las siguientes igualdades: $\sigma_i E_j(x) = 0$ si $i+j < n$, $\sigma_i E_j(x) = \sigma_{n-1}(x \wedge \sim x)$ si $i+j \geqslant n$.

DICKMAN,M.A. (CNRS - U.de Paris VII - UBA): *Eliminación de cuantificadores para anillos de valuación ordenados.*

En [1] se demostró que la teoría RCVR de los anillos de valuación real cerrados admite eliminación de cuantificadores en el lenguaje $\mathcal{L} = \{+,-,\cdot,0,1,<,|\}$ para anillos ordenados, aumentado con la relación de divisibilidad "|".

En este trabajo demostramos una suerte de recíproca del resultado anterior, a saber:

TEOREMA. Sea T una teoría de anillos conmutativos unitarios totalmente ordenados, formulada en el lenguaje $\mathcal{L}$. Supongamos además que:

(1) La relación "|" se interpreta como la verdadera relación de divisibilidad, i.e.: $T \models \forall x,y\ (x|y \iff \exists z\ (y = x.z))$.

(2) T verifica la propiedad de divisibilidad siguiente:

(DP) $\quad T \models \forall x,y\ (|x| \leqslant |y| \Rightarrow y|x)$.

Si T admite eliminación de cuantificadores en $\mathcal{L}$, entonces T = RCVR.

La prueba se basa en una variante de la técnica de aproximación creada por Macintyre - Mc Kenna - van den Dries [2] para pruebas de este tipo. En esta variante se utiliza el teorema de omisión de tipos.

También probamos la siguiente caracterización de los modelos de (DP):

PROPOSICION. Sea A un anillo conmutativo unitario totalmente ordenado. Son equivalentes:

(1) A $\models$ DP.

(2) Todo subconjunto de A definible por una fórmula de $\mathcal{L}$ sin cuantificadores es reunión finita de subconjuntos convexos.

REFERENCIAS.

[1] G.Cherlin y M.A.Dickman. Real Closed Rings. II: Model Theory. Ann.Pure Appl.Logic 25 (1983), 213-231.

[2] A.Macintyre, K.Mc Kenna y L.van den Dries, Elimination of Quantifiers in Algebraic Structures, Advances Math.47 (1983),74-87.

GLUSCHANKOF,D.A. y TILLI,M. (UBA): *Un método heurístico de extensión de morfismos sin usar el axioma de elección.*

Sea C una categoría sobre cuyos objetos existen definidas m operaciones internas finitarias y r relaciones y sea i un objeto dado de la categoría, no vacío y con un punto fijo 0.

Sea G un objeto de la categoría, S un subconjunto de él (no necesariamente subobjeto) y f: S $\to$ i un "morfismo" de la categoría (es decir que respeta las relaciones y, cuando tengan sentido, las operaciones). Sea $c_1,\dots,c_s$ un conjunto finito de condiciones adicionales que cumple f (por ejemplo en el caso de los espacios vectoriales, la acotación por una funcional sublineal). Si para cualquier $g \in G\setminus S$ podemos construir una extensión de f a $S \cup \{g\}$ que conserve todas sus propiedades, el lema de Zorn nos garantiza la existencia de una extensión del mismo tipo a todo G.

En este trabajo se expone un método general que, empleando el teorema del ideal primo (estrictamente más débil que el lema de Zorn) y en ciertos casos particulares axiomas más débiles aún, permite la resolución de dichos problemas de extensión.

En general la extensión no será al objeto i sino a una extensión non-standard de éste. De todos modos en muchos casos importantes se garantiza que la extensión del morfismo es en el objeto i. Ejemplos:

i) G es un reticulado distributivo, i es un álgebra de Boole completa, atómica, f un morfismo de reticulados, c_1 y c_2 son las acotaciones de f por un semimorfismo superior y otro inferior. (Teorema de Cignoli).

ii) G es un semigrupo ordenado positivo, i el cuerpo de los reales, f es un morfismo de orden de semigrupos, c es la acotación de f por una funcional sublineal (teorema de Cotlar).

iii) G es un espacio vectorial real, i el cuerpo de los reales, f una funcional lineal, c es la acotación de f por una funcional sublineal (teorema de Hahn-Banach).

GUERSENZRAIG, N.H. (Universidad C.A.E.C.E.): *Caracterización aritmética de los divisores de polinomios con coeficientes enteros.*

Sea $F = \sum_{0\leq x\leq n} a_n X^n \in Z[X]/\{\overline{0}\}$ con n = grado(F). Sin pérdida de generalidad asumimos $a_n > 0$. La colección de Z[X]-divisores de F se denota $\mathcal{D}(F)$. La sub-colección de $\mathcal{D}(F)$ formada por los Z[X]-irreducibles se denota $\mathcal{I}(F)$. Con q denotamos un entero arbitrario y p, b y c denotan enteros positivos cualesquiera. Sin pérdida de generalidad asumimos $p \geqslant 2$. Si $c \in \mathcal{D}(b)$ el entero $\overline{c} = b/c$ se denomina complemento de c en b. Sea $(b_m \ldots b_1 b_0)_p$ el número b escrito en base p, i.e.

$$b = b_m p^m + \ldots + b_1 p + b_0 \ , \quad 0 \leqslant b_k < p \ , \quad k = 0,\ldots,m \ , \ b_m \neq 0$$

El número $|b|_p = b_m + \ldots + b_1 + b_0$ y el polinomio $b_{<p>} = b_m x^m + \ldots + b_1 x + b_0$ se denominan p-altura y p-polinomio de b, respectivamente. Decimos que c es p-divisor de b si $c \in \mathcal{D}(b)$ y $|b|_p = |c|_p |\overline{c}|_p$. Decimos que b es p-irreducible si $b \neq 1$ y no tiene p-divisores distintos de 1 y b. La colección de p-divisores de b se denota $\mathcal{D}_p^{\oplus}(b)$. La subcolección de $\mathcal{D}_p^{\oplus}(b)$ formada por los p-irreducibles se denota $\mathcal{I}_p^{\oplus}(b)$. Para $n \geqslant 1$ consideramos también el número de Mersenne $M_n = 2^n - 1$. Las caracterizaciones de $\mathcal{D}(F)$, Z[X]-irreducibilidad y $\mathcal{I}(F)$ se establecen como sigue

TEOREMA. Sean q y p tales que el conjunto de las partes reales de las raíces complejas de F está contenido en el semiplano $\mathrm{Re}(z) \leqslant q$ y $p > \sup_{0\leq k\leq n} F^{(k)}(q)/k!$. Entonces

i) La aplicación (p+q-evaluación)
$\ll p+q \gg : \mathcal{D}(F) \to \mathcal{D}(F(p+q)) : \ll p+q \gg (H) = H(p+q)$ es inyectiva. En general no es suryectiva.

ii) $\mathcal{D}(F) = \{\pm d_{<p>}(x-q) : d \in \mathcal{D}_p^{\oplus}(F(p+q))\}$.

iii) F es Z[X]-irreducible ssi F(p+q) es p-irreducible.

iv) $\mathcal{I}(F) = \{\pm d_{<p>}(x-p) : d \in \mathcal{I}_p^{\oplus}(F(p+q))\}$.

COROLARIO. M_n es 2-irreducible ssi n es primo.

Probamos además

PROPOSICION. Si $q \geqslant \frac{1}{2} + \sqrt{p}$ y $b_{<p>}(q)$ es primo entonces $b_{<p>}$ es $Z[X]$-irreducible. En particular, b primo implica $b_{<p>}$ $Z[X]$-irreducible.

KRICK,T.E.G. (UBA - CONICET): *Familias infinitas de anillos de enteros ciclotómicos que no son dominio de factorización única.*

En el intento de demostrar la conjetura de Fermat surge el interés de estudiar los anillos de enteros ciclotómicos $Z[\xi_n]$. Lamentablemente estos anillos no son en general dominios de factorización única, lo que impide utilizar los métodos clásicos que se usan con los números: en 1971 Uchida y Montgomery demostraron que para p primo, $p \geqslant 23$, ningún $Z[\xi_p]$ es dominio de factorización única, o equivalentemente principal. Un año después, Masley determinó todos los $Z[\xi_m]$ principales, 29 en total. Estos resultados requieren herramientas muy poderosas de la teoría analítica de números. No obstante, elementalmente se pueden exhibir familias infinitas de anillos ciclotómicos no principales: es éste el objetivo de esta comunicación.

En primer lugar se observa que para p primo de Mersenne ($p=2^n-1$) o de Fermat ($p=2^{2^n}+1$), $Z[\xi_p]$ no es principal, trabajando con un ideal primo P que interviene en la descomposición en ideales primos de $2.Z[\xi_p]$.

Luego, considerando por ejemplo enteros de la forma $m = (2^5-1).q_1 \ldots q_k$, con $q_i = 3$ ó un primo de la forma $3j+2$, se puede demostrar sin dificultad que 3 divide al orden en el grupo de clases de ideales de un ideal primo P que interviene en la descomposición de $2.Z[\xi_m]$, lo que indica que el anillo $Z[\xi_m]$ no es dominio de factorización única. Tenemos entonces infinitos anillos de los buscados.

Este proceso es generalizable a otras familias infinitas de anillos ciclotómicos, por ejemplo 23k, ó 217k, para infinitos k determinables.

SAAD,S. y FIGALLO,A. (IMUNSJ, UNSJ): *Sobre un Fragmento del Cálculo Trivalente de Lukasiewicz.*

Con el objeto de estudiar con técnicas algebraicas un fragmento del cálculo trivalente de Lukasiewicz, se introduce la noción de álgebras H_D como álgebras $(A,\Lambda,\Rightarrow,\nabla,1)$ de tipo (2.2.1.0) donde $(A,\Rightarrow,\nabla,1)$ es un álgebra I_D-∇ ([1]) y Λ es un operador binario que verifica:

M1) $x \wedge x = x$, M2) $x \wedge (x \Rightarrow y) = x \wedge y$, M3) $x \Rightarrow (y \wedge z) = (x \Rightarrow x) \wedge (x \Rightarrow y)$,

M4) $\nabla(x \wedge y) = \nabla x \wedge \nabla y$.

Se determinan las congruencias y las álgebras simples. Se caracterizan las álgebras H_D con primer elemento.

Se determina la estructura del álgebra H_D $L(n)$ con un número finito n de generadores libres, se prueba:

$$|L(n)| = 2^{2(2^n-1)} \cdot 3^{3^n-2^{n+1}+1}$$

[1] Canals Frau,M, Saad,S., Figallo,A.: las Algebras I_D-∇ (Resumen) Rev.de la Unión Matemática Argentina 30, N°2 (1981-82).

ZILIANI,A.N. (UNS): *Algebras de Lukasiewicz trivalentes.*

En esta nota se caracteriza a las álgebras de Lukasiewicz trivalentes [1] en términos de los conectivos $\wedge$ (ínfimo), $\rightarrow$ (implicación intuicionista) y Γ (negación débil).

Sea $(A,\wedge,\rightarrow,\Gamma,1)$ un sistema formado por 1°) un conjunto no vacío A, 2°) un elemento $1 \in A$, 3°) dos operadores binarios $\wedge$, $\rightarrow$ definidos sobre A, 4°) un operador unario Γ definido sobre A; tales que para $x,y,z \in A$ se verifican:

$A_1)$ $x \rightarrow x = 1$; $A_2)$ $(x \rightarrow y) \wedge y = y$; $A_3)$ $x \wedge (x \rightarrow y) = x \wedge y$

$A_4)$ $x \rightarrow (y \wedge z) = (x \rightarrow z) \wedge (x \rightarrow y)$; $A_5)$ $\Gamma x \rightarrow x = x$;

$A_6)$ $\Gamma\Gamma x \rightarrow (\Gamma x \rightarrow y) = 1$; $A_7)$ $\Gamma\Gamma(x \rightarrow y) \rightarrow (\Gamma y \rightarrow \Gamma x) = 1$;

$A_8)$ $\Gamma x \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow \Gamma\Gamma(x \rightarrow y)) = 1$; $A_9)$ $\Gamma\Gamma(x \wedge y) = \Gamma\Gamma x \wedge \Gamma\Gamma y$;

$A_{10})$ $\Gamma\Gamma(x \rightarrow y) \wedge (\Gamma x \rightarrow y) = y$

Si definimos los operadores $\urcorner,\sim,\nabla,\vee$ y la constante 0 por medio de las fórmulas: $0 = \Gamma 1$,$\urcorner x = x \rightarrow 0$, $\sim x = \urcorner\urcorner x \rightarrow (x \wedge \Gamma x) =$ $= (\urcorner\urcorner x \rightarrow x) \wedge \Gamma x$, $\nabla x = \sim x \rightarrow x$, $x \vee y = \sim(\sim x \wedge \sim y)$, entonces el sistema $(A,\wedge,\vee,\sim,\nabla,1)$ es un álgebra de Lukasiewicz trivalente.

[1] Monteiro A. Sur la definition des algèbres de Lukasiewicz trivalentes. Bull.Math.Soc.Sci.Math.Phys.R.P.Roum., 7(55) (1963), 3-12.

ANALISIS MATEMATICO

AGUILERA,N. (PEMA - CONICET): *Aproximación númerica a un problema de cavidades.*

Se estudia la minimización del funcional

$$J(u) = \int_{\Omega} |\nabla u|^2 \, dx + m(\{x : u(x) > 0\})$$

donde Ω es un conjunto acotado de borde suave en el espacio euclídec de 2 ó 3 dimensiones, m(E) representa la medida del conjunto E, y las funciones v que se consideran tienen el gradiente de cuadrado integrable y toman valores dados, $v = u_0$, en el borde de Ω.

Este problema surge de la formulación variacional de problemas de chorros y cavidades en dinámica de fluidos, cuando se estudian líquidos perfectos, resultando una frontera libre en la interfase que separa al fluido ideal y el gas, que tomamos como vacío. Si llamamos u a la solución, ésta representa la función línea de corriente. Sin pérdida de generalidad, hemos tomado el coeficiente que multiplica a la medida de $\{u > 0\}$ como 1, en general, este coeficiente representa la derivada normal de u, es decir la velocidad del flujo, en la frontera libre.

Como se puede apreciar este funcional no es convexo ni continuo, pues a pequeñas variaciones de v pueden corresponder grandes variaciones en la medida del conjunto donde v es positiva. No es de extrañar entonces que en ocasiones (dependiendo del dominio Ω y en el dato de frontera u_0) haya mínimos locales que no son mínimos absolutos. En este sentido el problema tiene similitudes con tantos otros de optimización no lineal, en especial con algunos de programación entera.

Presentamos un algoritmo para obtener un mínimo local estable, juntamente con algunos resultados de máquina en geometrías sencillas.

AGUIRRE TELLEZ,M.A. (U.N.del Centro): *El producto de convoluciones entre* P^{ℓ} *y* $\delta^{(k)}(P)$.

En esta nota se pretende evaluar el producto de convolución:

$$P^{\ell} * \delta^{(k)}(P)$$

donde, $P = P(x) = x_1^2 + \ldots + x_p^2 - x_{p+1}^2 - \ldots - x_{p+q}^2$, $p+q = n$ dimensión del espacio, k, ℓ enteros no negativos y $\delta^{(k)}(P)$ es la derivada de orden k de la distribución delta de Dirac definida en (2), pág.248; para lograrlo utilizaremos el producto multiplicativo $H_{n-2n}(P \pm io,n).L^k\{\delta\} = A(m,n,k,q)L^{k+m}\{\delta\}$ dado en (1), pág.11, fórmula (I,3,9) y el teorema XV de (2), pág.268, fórmula (VII,8,5).

(1) Aguirre,M.A. Productos multiplicativos y de convolución de distribuciones. Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, 1984.

(2) Gelfand,I.M. and Shilov,G.E., Generalized Functions, Vol.I, Academic Press, New York, 1964.

(3) Schwartz,L., Théorie des Distributions, Paris, Hermann, 1966.

AIMAR,H. y SCOTTO,R. (PEMA - CONICET): *Ley de los grandes números para promedios ponderados.*

Recientemente N.Etemadi ("An elementary proof of the strong law of large numbers" Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verwandte Gebiete, 55 (1981), 119-122) dio una prueba simple de la ley fuerte de los grandes números. Posteriormente C.Calderón ("On N.Etemadi's proof of the strong law of the large numbers", manuscrito) adaptó el método de Etemadi para obtener desigualdades de tipo débil y acotación en L^p del operador maximal asociado a los promedios de variables aleatorias independientes y equidistribuidas. En este trabajo se aplica la técnica de Etemadi a la búsqueda de condiciones necesarias y suficientes sobre una sucesión w_i de pesos no negativos de modo que los promedios

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \sum_{i=1}^{n} X_i w_i$$

converjan a la esperanza común de las X_i y que el operador maximal asociado tenga las propiedades de acotación naturales en los espacios L^p.

ALVAREZ,J. (Princeton Univ., CONICET, UBA), MILMAN,M. (Inst.for Advance Study, Princeton): *Carleson measures: Duality and interpolation.*

Given a function f(x,t) defined in the half-space R_+^{n+1} we consider the functional

$$A_\infty(f)(x) = \sup_{\Gamma(x)} |f(y,t)|$$

where $\Gamma(x)$ denotes the cone in R_+^{n+1} with vertex in x.

According to Coifman, Meyer and Stein, we say that $f \in T_\infty^p$ $0 < p < \infty$, if $A_\infty(f) \in L^p$. We also say that $f \in T_\infty^{p,q}$ $0 < p < \infty$, $0 < q \leq \infty$, when $A_\infty(f)$ belongs to the Lorentz space $L^{p,q}$.

On the other hand, given a measure μ defined on R_+^{n+1} we say that $\mu \in V^\alpha$, $\alpha > 0$, if

$$|\mu|(\hat{\Omega}) \leq C|\Omega|^\alpha$$

where Ω is any open bounded subset of R^n, $|\Omega|$ denotes the Lebesgue measure of Ω and $\hat{\Omega}$, the tent over Ω , is the subset of R_+^{n+1} defined as

$$\{(x,t)/B(x,t) \subset \Omega\} ,$$

$B(x,t)$ being the ball of radius t centered on x.

These spaces V^{α} have been considered by several authors: Carleson, Duren, Barker, Amar, Bonami, Johnson.

Finally, with $\tau_1^{p,q}$ $0 < p < \infty$, $0 < q \leqslant \infty$, we denote the measures μ such that the functional

$$A_1(\mu)(x) = \int_{\Gamma(x)} \frac{d|\mu(y,t)|}{t^n}$$

belongs to $L^{p,q}$.

We obtain the following main results:

THEOREM 1.

(a) $(T_\infty^p)^* = V^{1/p}$ $\qquad 0 < p < 1$

(b) $(T_\infty^{p,1})^* = V^{1/p}$ $\qquad 1 < p < \infty$

(c) $(T_\infty^p)^* = \tau_1^{p'}$ $\qquad 1 < p < \infty$

THEOREM 2.

If $(B_o,B_1)_{\theta,r}$ denotes the real interpolation space, we have:

(a) $(T_\infty^p,L^\infty)_{\theta,r} = T_\infty^{p_\theta,r}$; (b) $(\tau_1^p,V^1)_{\theta,r} = \tau^{p_\theta,r}$

where $0 < p < \infty$, $0 < r \leqslant \infty$, $0 < \theta < 1$, $\frac{1}{p_\theta} = \frac{1-\theta}{p}$.

We applied our results to characterize multiplier operators and maximal operators on T_∞^p spaces. We also extended the above results to tent spaces and Carleson measures on products of half-spaces.

ALVAREZ,J. (Princeton Univ., CONICET, UBA), MILMAN,M. (Inst. for Advance Study, Princeton): H^p *continuity properties of Calderón-Zygmund type operators.*

We first consider δ-C-Z operators in R^n, in the sense of Coifman, Meyer, David and Journé. We study the H^p theory of these operators in the sense of Coifman and Weiss.

We obtain the following result:

THEOREM 1. Let T be a δ-C-Z operator such that $T^*(1) = 0$. Then, T extends to a continuous operator from H^p into itself, for $1 \geqslant p > n/n+\delta$.

Then, we introduce the class of strongly singular Calderón-Zygmund operators. Our study of these operators is motivated by the multiplier operators whose symbols are given by $\underline{\exp(i|\xi|^a)}/|\xi|^\beta$ away from the origin. These multiplier operators have been studied by several authors: Hirschman, Wainger, Stein, Fefferman, Sjölin, Coifman. Motivated by their results and the work of Macías, Segovia and Bordin, we introduce the following class of operators:

DEFINITION 1. Let $T: S \to S'$ be a bounded linear operator. T is called a strongly singular C-Z operator if the following conditions are fulfilled:

(S_1) T extends to a continuous operator from L^2 into itself.

(S_2) T is associated with a certain standard kernel. More precisely, there exists a function $k(x,x-y)$ continuous away the diagonal on R^{2n} such that

$$\int_{|x|\geq 2\sigma^{\alpha}} |k(x+z,x-y)-k(x+z,x)|\,dx + \int_{|x|\geq 2\sigma^{\alpha}} |k(x-y,x+z)-k(x,x+z)|\,dx \leqslant C$$

for $|y| \leqslant \sigma$, $\sigma > 0$, $z \in R^n$

$(Tf,g) = \int k(x,x-y)\ f(y)\ g(x)\ dy\ dx$, for $f,g \in S$ with disjoint supports.

(S_3) For some $(1-\alpha)n/2 \leqslant \beta < n/2$, both operators T and T* extend to continuous operators from L^q into L^2, where $1/q = 1/2 + \beta/n$.

Concerning this class of operators, we prove the following results:

THEOREM 2. If T is a strongly singular C-Z operator, then T can be defined as a continuous operator from L^∞ into BMO.

THEOREM 3. Let T a strongly singular C-Z operator such that $T^*(1) = 0$. Let

$$1/p_o = 1/2 + \frac{\beta(1/\alpha + n/2)}{n(1/\alpha - 1+\beta)}$$

Then, if $1 \geqslant p > p_o$, T extends to a continuous operator from H^p into itself. Coifman proved the H^{p_o} continuity for 1-dimensional strongly singular convolution operators. We adap his proof in order to get an n-dimensional version of Coifman's result. However, the critical case in theorem 3 remains open.

Finally, we show that the class of operators given by definition 1 includes pseudo-differential operators defined by amplitudes in the class $S^{-b}_{a,\delta}$ $0 < \delta \leqslant a < 1$, $(1-a)n/2 \leqslant b < n/2$. The case of symbols of type $\delta < a$ was considered by C.Fefferman.

BOUILLET,J.E. (IAM y UBA), KORTEN,M.K. (UBA) y SHILLOR,M. (IAM y UBA): *Ciertas soluciones de ecuaciones del tipo* $u_t = \mathrm{div}(u^M|\mathrm{grad}\ u|^{N-1}\ \mathrm{grad}\ u)$.

Estas ecuaciones admiten soluciones radiales de tipo Barenblatt para varias combinaciones de M, $N \in R$, $n = 1,2,3,\ldots$; en particular, si $M + N-1 = 0$, $N > 0$, observamos que

$$B(x,t) = C.[(N+1)t]^{-n/N+1}.\exp\{-\frac{N}{N+1}(|x|/[(N+1)t]^{1/N+1})^{(N+1)/N}\}$$

satisface la ecuación con $B(x,0) = \delta(x)$. Si cambiamos el signo de la exponencial y reemplazamos t por T-t obtenemos una solución que diverge cuando $t \nearrow T$, todo x.

Si $u(x,t) \geq 0$ es solución con $0 \leq u(x,0) \in L^1(R^1)$, $0 < N < 1$ y si $u_t \in L^1_{loc}$, para todo $t > 0$, $\exists\ x_0$, $r < t$:
$\liminf_{z\to\infty} (\exp z^{(N+1)/N}).u(x_0+z(t-v)^{1/N+1},t) \geq t^{-1/N+1}$, si se supone que $|u_x|$ crece menos que $\exp(\frac{N-1}{N+1}x^{(N+1)/N})$, para $0 < t < T$. Se está estudiando la existencia global (todo t) de soluciones cuyo dato inicial $u(x,0) \sim \exp x^{(N+1/N)-a}$, $a > 0$.

REFERENCIAS.

M.A.Herrero-M.Pierre, Some results on the Cauchy problem $u_t = \mathrm{div}\ \mathrm{grad}\ u^m$, $0 < m < 1$, MRC, August 1984.

J.R.Esteban-J.L.Vázquez, On the equation of turbulent filtration in 1-D porous media, manuscrito inédito, 1985.

J.E.Bouillet-C.Atkinson, J.M.A.A. vol.85, N°1, August 1983.

CAPUTTI,T. (UBA): *Sobre la ε-subdiferenciabilidad de funciones convexas, II.*

Definir la derivada direccional generalizada de segundo orden $(d,\delta) \to f''(x_0;d,\delta)$ para una función convexa arbitraria es uno de los principales propósitos en la investigación actual en optimización convexa. Un elemento tal, tratable desde el punto de vista computacional, es altamente deseable para la implementación de métodos de segundo orden. Recientemente algunos trabajos han sido dedicados a una derivada direccional aproximada de segundo orden $(d,\delta) \to f''_\varepsilon(x_0;d,\delta)$ la cual fue definida a través de la derivada direccional aproximada $d \to f'_\varepsilon(x_0;d)$. El uso de $f'_\varepsilon(x_0;d)$ como substituto de $f'(x_0;d)$ es ventajosa en muchos aspectos. La principal propiedad de la función v_d: $x \to f'_\varepsilon(x;d)$ es la de ser localmente lipschitziana sobre el interior del dom f. De esta manera, v_d es diferenciable en casi todo punto del interior del dom f y puede definirse su gradiente generalizado $\partial v_d(x_0)$ en el sentido de Clarke en todo $x_0 \in \mathrm{int}(\mathrm{dom}\ f)$. Además, en aquellos puntos x_0 en los cuales no es diferenciable, v_d admite derivada direccional $v'_d(x_0;\delta)$ para todo δ la cual puede denotarse por $f''_\varepsilon(x_0;d,\delta)$; v_d puede expresarse como la función marginal de un problema de programación matemática

$$v_d(x) = \text{máx } \{\langle x^*,d\rangle : f^*(x^*) + f(x_o) - \langle x_o,x^*\rangle - \varepsilon \leqslant 0\}$$

donde f^* es la conjugada de Fenchel de f y puede darse una expresión exacta de la derivada direccional de v, denotada por $v_d'(x_o;\delta)$ suponiendo f finita y no necesariamente coerciva.

Esto involucra principalmente dos conjuntos:

$$\Lambda_d(x_o) = \{\lambda > 0 : \lambda^{-1}[f(x_o + \lambda d) - f(x_o) + \varepsilon] = f_\varepsilon'(x_o;d)\}$$

y

$$\partial_\varepsilon f(x_o)_d = \{x^* \in \partial_\varepsilon f(x_o) : \langle x^*,d\rangle = f_\varepsilon'(x_o;d)\}$$

Con el propósito de estudiar propiedades de diferenciabilidad de v_d nuestro punto de partida será la expresión general de $v_d'(x_o;\delta)$. Cabe preguntar cómo detectar si v_d es diferenciable o no sin calcularla explícitamente, cómo decidir si $\partial\, v_d(x_o)$ contiene al cero o no teniendo sólo a nuestra disposición el siguiente conjunto:

$$M_d(x_o) = \{u \geqslant 0 \ ; \ r_f(u) = f_\varepsilon'(x_o;d)\}$$

donde

$$\begin{cases} r_f(u) = u[f(x_o + \frac{d}{u}) - f(x_o) + \varepsilon] & \text{si } u > 0 \\ r_f(u) = f_\infty(d) & \text{si } f_\infty(d) < +\infty \end{cases}$$

Para dar respuesta a estas cuestiones se estudian los casos en los cuales $\Lambda_d(x_o)$ es no vacío y acotado, no acotado y vacío pues cada una de estas situaciones proporciona peculiares propiedades respecto de la diferenciabilidad de v_d.

A pesar de estar definida $f_\varepsilon''(x_o;d,\delta)$ para todo punto $x_o \in \text{int(dom f)}$ conviene dar respuesta a la siguiente cuestión: es $f_\varepsilon''(x_o;d,\delta)$ una aproximación de la derivada de segundo orden de f en x_o?. En relación con tal cuestión cabe el estudio del comportamiento de $f_\varepsilon''(x_o;d,\delta)$ cuando $\varepsilon \to 0^+$ y un resultado importante es que $f_\varepsilon''(x_o;d,\delta)$ tiene un límite cuando $\varepsilon \to 0^+$ en aquellos puntos x_o donde f es dos veces diferenciable en el sentido de Alexandroff. Por otra parte, al estar definida f_ε'' en todo punto x_o del int(dom f) sirve como substituto de la derivada de segundo orden en el diseño y en la implementación de métodos de tipo Newton para la optimización de funciones convexas.

DICKENSTEIN,A. y SESSA,C. (UBA - CONICET): *Descomposición de corrientes Residuo - Valor Principal y Antisimetría Generalizada.*

Según un resultado comunicado a la U.M.A. en 1984, toda corriente de integración en un ciclo analítico de una variedad compleja X es localmente residual.

Establecemos ahora fórmulas de descomposición para los operadores residuo - valor principal (Coleff-Herrera) que generalizan ciertas propiedades de la integración en conjuntos analíticos.

Las demostraciones requieren resolución de singularidades para reducir el problema al caso de cruzamientos normales, y técnicas específicas del cálculo residual.

Sea X una variedad compleja de dimensión n e $\mathcal{Y} = \{Y_1,\ldots,Y_{p+j}\}$ una familia de hipersuperficies en X ($p < n$) verificando la siguiente propiedad: "Para todo par de índices $\ell,k \in \{p+1,\ldots,p+j\}$, $\dim_C(\bigcap_{i=1}^{p-1} Y_i \cap Y_\ell \cap Y_k) = n - (p+1)$".

Dada Y una hipersuperficie arbitraria en X, son válidas las siguientes fórmulas:

$$\text{I)}\quad \mathrm{Res}_{Y_1,\ldots,Y_{p-1},\bigcup_{i=o}^{j} Y_{p+i}} P_Y = \sum_{s=o}^{j} \mathrm{Res}_{Y_1,\ldots,Y_{p-1},\bigcup_{i\neq s} Y_{p+i}} P_{Y\cup Y_{p+s}}.$$

$$\text{II)}\quad \sum_{s=o}^{j} \mathrm{Res}_{Y_1,\ldots,Y_{p-1},\bigcup_{i\neq s} Y_{p+i},\, Y_{p+s}} P_Y = 0 .$$

FERNANDEZ BERDAGUER,E.M. (INTEC): *Ecuaciones diferenciales neutrales con operador-D noatómico.*

Se considera el sistema de ecuaciones funcionales

$$(1)\quad \sum_{i=0}^{N} E_i\dot{x}(t-h_i) + \int_{-h}^{0} E(\theta)\dot{x}(t+\theta)d\theta = \sum_{i=0}^{N} A_i x(t-h_i) + \int_{-h}^{0} A(\theta)x(t+\theta)\,d\theta$$

donde $0 = h_0 < h_1 < h_2 < \ldots < h_N = -h$; E_i, A_i son matrices de nxn sobre los reales y $A(\theta)$, $E(\theta)$ son matrices de funciones medibles e integrables Lebesgue en $[-h,0]$.

Se dan condiciones necesarias y suficientes para la existencia y unicidad de soluciones para una subclase de las ecuaciones (1) en el caso en que E_0 es singular.

FIORA,J.A. (INTI): *Intercambio lineal del calor entre un fluido circulante en un tubo y un sistema cerrado a temperatura uniforme.*

Se estudia el problema:

$$v\,u_x(x,t) + u_t(x,t) = -B(u(x,t)-T(t))$$

$$T'(t) = A(U(t)-T(t)) \quad \text{en} \quad 0 < x < \ell \quad , \quad 0 < t$$

donde $U(t) = \frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} u(x,t)dx$ y v,B,A,ℓ son constantes positivas, con las condiciones:

$u(0,t) = u_o(t) \quad t > 0 \quad , \quad u(x,0) = 0 \quad , \quad T(0) = 0$

La cantidad $u(x,t)$ representa la temperatura de un fluido circulante en un tubo a lo largo del cual se mueve la coordenada $0 \leqslant x \leqslant \ell$ en el instante t. La función $T(t)$ es la temperatura del sistema cerrado con el que el tubo intercambia calor, se desprecia la conducción en el fluido.
Se demuestra la existencia y unicidad de solución del problema y se da cierta solución aproximada con su cota de error.

GOMES, S.M. (FCEyN - UBA): *Estudio del flujo total en el infinito de soluciones auto semejantes de un problema de difusión.*

Para la ecuación $u_t = \nabla.(K(u)|\nabla u|^{N-1}\nabla u)$ consideramos soluciones $u(y,t) = u(|y|/^{1/(N+1)}) = u(\xi)$ con $u(\xi_o) = 1$ y $u(+\infty) = 0$, donde $y \in IR^n$ $n = 1,2$ ó 3, $\xi_o \geqslant 0$, $N > 0$, $t > 0$ y $K^{1/N} > 0$ a.e. es integrable. El flujo total en la esfera $|x| = \xi t^{1/(N+1)}$ es proporcional a $f(\xi) = \xi^{n-1}(K(u)|u'|^{N-1}u')(\xi)$ con $\lim\limits_{\xi\to\infty} f(\xi) = f_\infty \leqslant 0$. Se quiere saber en qué condiciones $f_\infty = 0$. Con el cambio de variable $U(x) = (N+1)^{-1}\int_0^x \xi^n(s)ds$ se obtiene el siguiente problema (Pδ):
$U''(x)\,[U'(x)]^{\tau-1} = k(x)\,[U(x) + \delta]^{-1/N}$, $0 < x < 1$; $U(0) = 0$; $U'(1) = \lambda$, donde $\delta = -f_\infty$, $\lambda = (N+1)^{-1}\xi_0^n$, $\tau = (N+1-n)/Nn$, $k = CK^{1/N}$ y $\xi(s)$ es la inversa de $u(\xi)$ (u es decreciente).

TEOREMA. Para $\lambda > 0$ y $\tau \leqslant 0$, Pδ tiene solución $\forall\ \delta \geqslant 0$ y $U_\delta \in C^1[0,1]$ si $\delta > 0$. Para $\tau < 0$ y $\delta >> 1$, Pδ tiene solución en $C^1[0,1]$. Tomando $\delta_o = \inf\{\delta > 0;$ Pδ tiene solución en $C^1[0,1]\}$ entonces Pδ_o tiene solución. Cuando $\delta_o > 0$, U'_{δ_o} es no acotada y Pδ no tiene solución para $\delta < \delta_o$. Cuando $\lambda=0$, Pδ tiene solución solamente si $\tau > 0$.

Usando el Teorema y el hecho que $f_\infty = 0$ si $u(\xi)$ tiene soporte compacto, concluímos la existencia y unicidad de $u(\xi)$ (para $\xi_o = 0$ hay que pedir $\tau > 0$). Para $\tau \geqslant 0$ $f_\infty = 0$ y para $\tau < 0$ $f_\infty = \delta_o$ que puede ser 0 o no. Para la unicidad probamos un teorema de comparación.

REFERENCIA. J.E.Bouillet y C.Atkinson - J.Math.Anal.Appl., vol.95, N°1, 37-68 (1983).

HARBOURE,E. (PEMA - CONICET): *Estimaciones de Littlewood-Paley para el problema de Neumann.*

Se considera un operador elíptico de segundo orden en forma de divergencia del tipo

$$L = \operatorname{div} A \nabla u$$

donde A es una matriz satisfaciendo la condición de elipticidad uniforme, de coeficientes complejos y uniformemente continuos en un dominio Ω acotado y con borde C^1. Se imponen algunas condiciones adicionales en los coeficientes pidiéndoles un poco más de suavidad cerca del borde y a lo largo de algún campo de vectores C^1, no tangencial. Se plantea entonces el siguiente problema con dato tipo Neumann

$$\operatorname{div} A \nabla u = 0 \quad \text{en} \quad \Omega$$

$$\langle A \nabla u , \nu \rangle = f \quad \text{en} \quad \partial\Omega , \quad f \in L^2(\partial\Omega)$$

donde ν es el vector normal unitario interior a $\partial\Omega$.

Se obtienen bajo estas hipótesis las estimaciones tipo Littlewood-Paley correspondientes al problema, en dominios paralelos al borde. Es decir, si para t pequeño denotamos por $\Gamma_t = \{y;\ y = x-tV(x),$ $x \in \partial\Omega\}$, (aquí V(x) denota el campo de vectores no tangencial dado en el problema) se tiene que existen $\delta > 0$ y C constante tales que

$$\sup_{t<\delta} \|\nabla u\|_{L^2(\Gamma_t)} \leqslant C \|f\|_{L^2(\partial\Omega)}$$

MARQUEZ,V. (F.C.E.y N. - UBA) y SHILLOR,M. (IAM - CONICET y UBA): *Un problema de evolución relacionado con el proceso de electropintura.*

Sea $\Omega \subset R^n$ un dominio anular con frontera exterior S e interior Γ ambas suaves. Sea $\{\varphi(x,t)\}_{t\geq 0}$ una familia de funciones armónicas en Ω tales que $\varphi = 1$ sobre S y $\varphi_n = G(\varphi,h)$ sobre Γ, $0 \leqslant t \leqslant T$, donde φ_n es la derivada normal interior y $h(x,t) = \sigma(x) +$ $+ \int_0^t g((\varphi_n(x,\tau)-\varepsilon)^+)d\tau$ sobre Γ. Por solución regular entendemos: $\varphi, \nabla\varphi$ y φ_t continuas en $\bar{\Omega} \times [0,T]$ y h, h_t continuas en $\Gamma \times [0,T]$. Si G, σ y g son suaves, $\sigma(x) \geqslant \sigma > 0$ y $G < \frac{c}{h}$ para algún c (con algunas restricciones adicionales), tenemos:

TEOREMA. Existe una única solución regular y satisface:
$\varphi, \varphi_t \in C^{1+\alpha}(\bar{\Omega})$, $0 \leqslant t \leqslant T$; $\varphi, \varphi_t \in C^{\alpha}(\bar{\Omega} \times [0,T])$;
$\varphi_n, \varphi_{n_t} \in C^{\alpha}(\Gamma \times [0,T])$ y $h, h_t \in C^{\alpha}(\Gamma \times [0,T])$.

La demostración se basa en la discretización del tiempo, obteniendo un sistema de problemas elípticos y cotas necesarias a priori. El límite asintótico $t\to\infty$ y el problema de Signorini asociado al mismo se consideran, así como también el caso degenerado, o sea, $\sigma(x) \equiv 0$.

PRETI,M.C. (U.N.Salta): *Transformadas de polinomios ortogonales.*

Fueron definidas las transformadas de Legendre, Laguerre, Jacobi Hermite y propiedades operacionales de cada una de ellas.

Se define en general, transformada de $F(x)$

$$T\{F(x)\} = \int_a^b p(x)\, P_n(x)\, F(x)\, dx = f(n)$$

Los $P_n(x)$ son polinomios ortogonales en (a,b) con respecto a la función de peso $p(x)$, soluciones del problema de Sturm-Liouville $\frac{d}{dx}\,[r(x)\,\frac{dy}{dx}] + \lambda\, p(x) = 0$.

Las transformadas tomarán el nombre de los respectivos polinomios.

Se define la forma diferencial

$$R[F(x)] = \frac{1}{p(x)}\,\frac{d}{dx}\,[r(x)\,\frac{dF(x)}{dx}]$$

Bajo ciertas condiciones que se le imponen a $F(x)$ es

$$T\{R|F(x)|\} = -\lambda_n\, T\{F(x)\} = -\lambda_n\, f(n)$$

Se usan dos de estas transformadas para resolver problemas de conducción del calor.

TARZIA,D.A. (PROMAR (CONICET-UNR)): *Sobre un problema de conducción del calor con una condición no lineal sobre la frontera móvil.*

Dada una función $s = s(t)$, definida en $[0,T]$, se estudia el problema de hallar $T > 0$ y $v = v(x,t)$ de manera que satisfagan las siguientes condiciones:

(1) $v_{xx} - v_t = 0$, $0 < x < s(t)$, $0 < t < T$

(2) $v(0,t) = v_0 > 0$, $0 < t < T$

(3) $v(x,0) = h(x)$, $0 \leqslant x \leqslant b = s(0)$

(4) $v_x(s(t),t) = g(v(s(t),t))$, $0 < t < T$,

con h y g funciones que verifican ciertas hipótesis.

i) Para el caso $b > 0$ se demuestra que existe una única solución v de (1)-(4) para todo $T > 0$; más aún, v viene dada como el único punto fijo en un oportuno espacio de Banach del siguiente operador de contracción: Para $h = h(t)$ se define $F(h)(t) = V(s(t),t)$ donde V es la solución del problema (1)-(3) ,(4') con

$$(4') \quad V_x(s(t),t) = g(h(t)) \quad , \quad 0 < t < T .$$

La función V, así definida, se expresa a través de la solución de un sistema de dos ecuaciones integrales de Volterra de segunda especie.

ii) La función v, solución de (1)-(4), verifica que $|v_{xx}|$ es acotada, en su dominio, para T pequeño.

iii) Se demuestra que para T pequeño existe una solución del problema (1),(2),(4) con b=0 (la condición (3) es superflua).

Este trabajo generaliza uno de Fasano y Primicerio en el cual la condición no lineal estaba dada sobre el borde fino x=0.

TARZIA,D.A. (PROMAR (CONICET-UNR) y VILLA,L.T. (INIQUI-U.N.Salta): *Existencia y unicidad de solución en el modelo de frontera libre de Wen para procesos no catalíticos de difusión-reacción gas-sólido.*

El modelo de frontera libre de Wen para procesos no catalíticos de de difusión-reacción gas-sólido consiste en hallar T, $s = s(t)$, $U = U(x,t)$ soluciones del siguiente problema (adimensionalizado):

$$(1) \quad U_{xx} - U_t = 0 \quad , \quad 0 < x < s(t) \quad , \quad 0 < t < T$$

$$(2) \quad U(0,t) = U_0 > 0 \quad , \quad 0 < t < T$$

$$(3) \quad s(0) = 0$$

$$(4) \quad U_x(s(t),t) = g(U(s(t),t) \equiv -U^\nu(s(t),t) \quad , \quad 0 < t < T$$

$$(5) \quad \dot{s}(t) = f(U(s(t),t)) \equiv U^\nu \, (s(t),t) \quad , \quad 0 < t < T$$

donde $\nu > 0$ representa el orden de la reacción química con respecto del gas.

Se demuestra que para T pequeño el operador

$$(6) \quad F(s)(t) = \int_0^t f(v(s(\tau),\tau)) \, d\tau$$

donde v es la solución del problema (1)-(4) con s dado, es una contracción para un oportuno espacio de Banach.

Más aún, el resultado sigue siendo válido tomando como f y g funciones Lipschitz en un entorno de U_0.

En este trabajo se han usado técnicas recientemente utilizadas por Comparini, Fasano, Primicerio y Ricci en la penetración de un solvente en un polímero, rebajando en un orden la regularidad para s en la definición del oportuno espacio de Banach.

URCIUOLO, M. (IMAF - UNC): *Integrales singulares sobre superficies "casi-Lipschitz".*

Se define, para todo $k < n$

$\Delta_k = \{\mu$ medidas de Radon en R^n/existe $c > 0$ con $\mu(B(x_o, r) \leq c\, r^k$ para todo $x_o \in R^n\}$

Si K es una función $C^\infty(R^n - \{0\})$, impar y homogénea de gr-k y $\mu \in \Delta_k$, se define para todo $f \in L^2(d\mu)$

$$T^*_\mu f(x) = \sup_{\varepsilon>0} \left| \int_{|x-y|\geq\varepsilon} K(x-y)\, f(y)\, d\mu(y) \right|$$

se prueba el siguiente teorema

TEOREMA. Sea S una superficie definida por $\varphi: R^k \to R^n$ $k < n$, φ satisfaciendo las hipótesis (1).

σ la medida "área de S", $\mu \in \Delta_k$ y $K \in C^\infty(R^n - \{0\})$, impar y homogénea de grado-k.

Entonces el operador maximal asociado T^*_μ es acotado de $L^p(d\mu)$ en $L^p(d\sigma)$ para todo $p \in (1,\infty)$.

HIPOTESIS (1). i) $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n)$ es de Lipschitz, propia es de rango k y $(\det J\varphi^t\, J\varphi(x)) \geq M$ P.P.

ii) $\sigma \in \Delta_k$

iii) para todo Q cubo de R^k, existe K_Q compacto contenido en Q con área $K_Q \geq \nu$. área Q, $\nu \in (0,1)$ tal que $\varphi(K_Q)$ está contenida en la imagen de una función $\psi: R^k \to R^n$ de la forma

$\psi(x) = A \circ L(x)$ $A: R^n \to R^n$ $A(x) = x_o + Tx$, T lineal $T^t\, T = I$

$L: R^k \to R^n$ $L(x) = (x, e(x))$ $e: R^k \to R^{n-k}$ de Lipschitz con constante $\leq M$ (independiente de Q).

GEOMETRIA

ALIA de SARAVIA, D. y CANTERLE de RODRIGUEZ, E.G. (U.N.Salta): *Sobre conjuntos básicos finitos en espacios métricos.*

En un espacio métrico (M,d) un subconjunto B se llama básico si los puntos de M están determinados unívocamente por sus distancias a los puntos de B.

Sánchez C. ha demostrado recientemente que si d está naturalmente asociada a una métrica g de una variedad Riemanniana compacta, entonces (M,d) admite un conjunto básico finito.

En el presente trabajo se muestra que, aun con M compacto, si sólo se pide que d sea compatible con la topología de M, entonces bajo ciertas condiciones (M metrizable, localmente conexo, con alguna componente conexa de más de un punto) es posible dar funciones distancia para las que no exista ningún conjunto básico finito.

BARCHINI,L. (IMAF - UNC): *Coeficientes de Fourier de la serie de Poincaré generalizada.*

Sea $G = SU(2,1)$, $\Gamma \subset G$ un subgrupo discreto de co-volumen finito.

Sea $M(\xi,g,\nu,v) = \tilde{\omega}_{s,\nu}\ (\pi_{\xi\nu}(g)v)$, $M^{\chi'}(\xi,g,\nu,v) =$

$= \sum_{\Gamma_N \backslash \Gamma} M(\xi,\nu,\gamma,g,v)$ como en [M.W].

Los residuos de $M^{\chi'}(\xi,\nu,g,v)$ en los polos en $\mathrm{Re}\ \nu = 0$ resultan formas cuspidales en $\Gamma\backslash SU(2,1)$. Cada polo de $M^{\chi'}(\xi,\nu,g,v)$ coincide con el de alguno de sus coeficientes de Fourier en una cúspide. En este caso se puede calcular muy explícitamente la expansión en serie de Fourier en cada cúspide.

El χ-ésimo coeficiente de Fourier se expresa en términos de Funciones Hipergeométricas generalizadas como sigue.

$$[\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n!\ \prod_{1}^{n} (-\Lambda_2+j)}\ {}_1F_2(-\Lambda_1-\Lambda_2+n;\ -\Lambda_1;\ -\Lambda_2;\ -x) +$$

$$+ \Gamma(-\Lambda_2)\ (ix)^{-\Lambda_2-1}\ J_{-\Lambda_2-1}(zi\ x^{1/2})]\ J^{\chi}(\tau(k)v)$$

donde ${}_1F_2$ (a,b,c,x) es una función hipergeométrica generalizada. Ver [W.W., pág.186]

$J_{\gamma}(z)$ es una función Bessel, $x = -4\pi\ s_1\ a_1$ donde $s_1, a_1 \in Z$ y dependen de manera simple de los parámetros del carácter χ' de N.

(Λ_1,Λ_2) se expresaron en términos de los parámetros $(\xi,\nu) \in \hat{M} \times a_c^*$.

REFERENCIAS.

[M,W] Miatello,R., Wallach,N.R. Generalized Poincaré Series on rank one groups (Preprint).

[W.W] Whittaker, Watson.

BIRMAN,G. (UBA - CONICET): *Curvas nulas sobre S_1^2.*

Llamamos L^3 al espacio de Lorentz 3-dimensional y notamos con . (pun to) su producto escalar de signatura -,+,+.

Sea S_1^2 la esfera unitaria en L^3, es decir, $S_1^2 = \{x \in L^3 \ / \ x.x = 1\}$.

En la geometría de Lorentz se llaman curvas nulas a aquellas cuyo vector tangente v en cada punto verifica v.v = 0.

En este trabajo se obtienen las curvaturas de las curvas nulas sobre S_1^2 lo que permite caracterizarlas.

BOGGINO, J.O. (IMAF): *Variedades solubles naturalmente asociadas a grupos de tipo* H.

Muchos de los grupos de tipo H estudiados por A.Kaplan, A.Koranyi y F.Tricerri entre otros, forman parte de los espacios simétricos de rango 1 de la siguiente forma:

Si M es un espacio simétrico de tipo no compacto y rango 1, su grupo de isometrías G es semisimple y si G = KAN es una descomposición de Iwasawa

$$M \cong AN = S$$

Es decir M puede ser mirado como un grupo soluble con métrica invariante a izquierda. La parte nilpotente N es un grupo de tipo H y la métrica de S está determinada por la de N y la acción de A en N.

Generalizando esta situación, si N es cualquier grupo de tipo H, hacemos actuar $A = R^+$ en N y en el grupo soluble $S = A \times N$ (Producto semidirecto) ponemos la métrica invariante a izquierda determinada por la de N y la acción de A.

Los principales resultados que obtuvimos sobre estos grupos son:

S tiene curvatura seccional no positiva ; S es un espacio métrico si y sólo si su curvatura seccional es negativa ; S es naturalmente reductivo si y sólo si S es un espacio simétrico ; S es un espacio Einstein.

Realizamos además otros cálculos sobre la geometría de estos espacios: geodésicas, función exponencial.

BRESSAN, J.C. (UBA): *Espacios de convexidad métricos*.

Mediante algunos axiomas para operadores de bandas dados por el autor en Rev.U.M.A. 26 (1972), 131-142, y otros de tipo métrico, se definen, axiomáticamente, los espacios de convexidad métricos:

Se dice que (X,B,d) es un espacio de convexidad métrico si X es un conjunto no vacío, $B: X \times X \to P(X)$ es una función que llamaremos operador de bandas, (X,d) es un espacio métrico, y además se cumplen los siguientes axiomas:

(A.1) $\{a,b\} \subset B(a,b)$.

(A.2) $B(a,a) \subset \{a\}$.

(A.3) Si $a_1 \in B(a,p)$, $b_1 \in B(b,p)$ y $x_1 \in B(a_1,b_1)$, entonces existe $x \in B(a,b)$ tal que $x_1 \in B(x,p)$.

(A.4) Si $d(a,b) > \varepsilon > 0$, entonces existe $c \in X$ tal que $d(a,c) \leqslant \varepsilon$ y $d(b,c) > 2\varepsilon$.

(A.5) Si $x \in B(a,b)$, entonces para cualquier $p \in X$ se cumple $d(x,p) \leqslant \text{máx}\{d(a,p),\ d(b,p)\}$.

Los tres primeros axiomas permiten definir un operador de cápsula convexa. Por (A.4) las bolas cerradas son plenas. El axioma 5 expresa una condición de compatibilidad entre las estructuras de convexidad y métrica. Este sistema axiomático resulta adecuado para obtener propiedades métricas y topológicas de la convexidad. En el mismo, las bolas abiertas y las cerradas son convexas, y el diámetro de un conjunto es igual al de su cápsula convexa.

CALVO,M.C., LOPEZ,M.C. y SCHIFINI,C.G. (UBA): *Unicidad del Lagrangiano gravito-débil.*

En este trabajo se considera un Lagrangiano de la forma $L = -\sqrt{g}\ R + L(g_{ij};\ A_i;\ A_{i,j};\ A_i^\alpha;\ A_{i,j}^\alpha)$, donde A_i son los potenciales del electromagnetismo y A_i^α son los potenciales de gauge correspondientes a un grupo de Lie arbitrario G. Tal Lagrangiano es estudiado por Batakis (Phys. Lett., Vol.148 B, 1984) para dar un tratamiento unificado de las interacciones gravitatorias, electromagnética y débil (en cuyo caso $G = SU(2)$).

Se encuentran los núcleos de las tres expresiones de Euler-Lagrange, $E^{ij}(L)$, $E^i(L)$ y $E_\alpha^i(L)$. Se deduce que si L está en el núcleo de las dos últimas entonces $L = b\sqrt{g}$ para n impar y L es equivalente a $b\sqrt{g}$ módulo divergencia para n par. Se deduce entonces que salvo la constante cosmológica no hay otros Lagrangianos que den lugar a las ecuaciones unificadas estudiadas por Batakis.

DOTTI,I. y MIATELLO,R. (IMAF - UNC): *Grupos transitivos de isometrías con isotropía no compacta.*

Sea G un grupo de Lie conexo tal que Ad(G) es cerrado en Aut($\mathfrak{g}$) (por ejemplo G semisimple), actuando transitiva y efectivamente por isometrías en una variedad riemanniana. Luego G es un subgrupo de

Lie de I(M) (no cerrado en general).

Bajo la hipótesis anterior es posible describir la clausura de G en I(M).

Sea H el subgrupo de isotropía, $\overline{L}_x$, $\overline{R}_y$, $x \in G$, $y \in N_G(H)$ las traslaciones a izquierda y derecha, respectivamente, en G/H.

Probamos:

TEOREMA. $\overline{G} = \{\overline{L}_x \overline{R}_y,\ x \in G,\ y \in \overline{ZH}\}$ donde Z es el centro de G.

Más aún, las condiciones siguientes son equivalentes:

i) $\overline{G} = G$

ii) H es compacto

iii) Ad(H) es compacto

iv) ZH es cerrado

Además si G es simple se pueden determinar los posibles subgrupos de isometría H conexos y no compactos y, en cada caso, calcular $\overline{ZH}$.

Por ejemplo existen subgrupos cerrados $H \subset K$ ($G = K \exp p$ una descomposición de Cartan) tales que $\overline{ZH} = R \times T^r$, r = rango de K. Para estos subgrupos $\dim \overline{G} = \dim G + r$.

DOTTI,I., MIATELLO,R. (IMAF - UNC) y WOLF,J.A. (Univ.of California, Berkeley): *Isometrías acotadas y variedades cocientes riemannianas homogéneas*.

Sea M una variedad riemanniana homogénea conexa, Γ un grupo propiamente discontinuo de isometrías actuando libremente en M y $\overline{M} = {}_{\Gamma}\backslash M$ la variedad riemanniana cociente. Es una conjetura de J.A.Wolf que las condiciones

(a) Γ es un grupo de traslaciones de Clifford de M

(b) $\overline{M}$ es una variedad riemanniana homogénea

son equivalentes. No es difícil probar que (b) $\Rightarrow$ (a). La recíproca ha sido establecida en una variedad de casos. En el presente trabajo se prueba que a $\Rightarrow$ b para una amplia clase de variedades: aquéllas que admiten un grupo transitivo G de isometrías, semisimple de tipo no compacto. El método de demostración conduce a la determinación de todas las isometrías de M.

DRUETTA,M.J. (IMAF - UNC): *Visibilidad y rango uno en espacios homogéneos de* $K \leqslant 0$.

Sea H un espació homogéneo, simplemente conexo de curvatura seccional $K \leqslant 0$. Si γ es una geodésica unitaria en H, con J_γ^p denotamos el espacio de los campos de Jacobi paralelos a lo largo de γ. Se define el *rango de* H (denotado por rank (H)) como el mínimo de las dimensiones de J_γ^p sobre todas las geodésicas γ de H con $\gamma(0) = p$ (p algún punto de H).

Si H=G es un grupo de Lie soluble con una métrica invariante a izquierda y álgebra de Lie g, se estudian relaciones entre el axioma de *visibilidad y rango uno* en G. Los G munidos con una métrica invariante a izquierda que satisfacen visibilidad son los que admiten métricas de curvatura negativa.

Si G tiene rango uno y $[g,g]$ tiene codimensión uno en g, entonces G satisface visibilidad. Y si $[g,g]$ es abeliano y G satisface visibilidad entonces rango (G) = 1. Más aún si dim G $\leqslant 4$, visibilidad implica rango uno. Se obtienen ejemplos en cada dimensión $\geqslant 4$ de espacios homogéneos H de rango uno que no satisfacen visibilidad; éstos también son ejemplos de espacios homogéneos irreducibles que no son simétricos y no satisfacen visibilidad.

Como aplicación se clasifican en términos del rango los espacios homogéneos simplemente conexos de $K \leqslant 0$ y dimensión $\leqslant 4$. En particular si H es irreducible, o rango (H) = 1, o dim H $\geqslant 5$.

FORTE,A.M. (UBA): *Continuidad de la función de visibilidad en un conjunto compacto del plano.*

Como una continuación de los trabajos de Gerald Beer acerca de la función de visibilidad, se buscan condiciones para el estudio de su comportamiento en la frontera de un conjunto compacto del plano, con interior no vacío.

Si esta frontera es una curva simple cerrada, continuamente diferenciable y sin puntos singulares (es decir puntos de acumulación de puntos de inflexión de la curva), la función de visibilidad resulta ser continua. Si la curva admite puntos singulares, la función será continua en todos los puntos no singulares.

La demostración se basa en argumentos geométricos elementales. Se intenta el uso de métodos semejantes para analizar casos no diferenciables.

FOUSSATS,A., LAURA,R. y ZANDRON,O. (UNR): *Teorías de gauge supersimétricas formuladas en variedades con estructura de supergrupo - factorización.*

Las teorías de gauge supersimétricas con estructura de supergrupo fueron introducidas por Ne'eman - Regge en 1978, y utilizadas intensamente en los últimos años como posibles candidatas para la obtención de una teoría unificada de las interacciones elementales.

Los campos introducidos en dichas teorías son formas definidas en la variedad supergrupo G, son llamadas seudoconexiones, y se supone que están factorizadas respecto de un subgrupo de gauge H contenido en G. La variedad cociente G/H es considerada como el espacio-tiempo físico.

Es posible mostrar que la condición de factorización implica la anulación de ciertas componentes de las seudocurvaturas. Estas ecuaciones constituyen parte de las ecuaciones de campo que se obtienen a partir de una formulación variacional para estas teorías.

El propósito de nuestro trabajo es determinar seudoconexiones y seudocurvaturas en términos de verdaderas conexiones y curvaturas definidas en el fibrado tangente a la variedad supergrupo, y entender desde este punto de vista la condición de factorización y las transformaciones de gauge establecidas en estas teorías.

La variedad supergrupo G se supone foliada en un conjunto G/H de subvariedades, obtenidas por la acción por derecha de un subgrupo bosónico H de G. Si la curvatura está factorizada respecto a vectores tangentes a estas subvariedades, nosotros obtenemos una base de vectores tangentes para la cual la seudoconexión es constante en cada subvariedad. Un cambio de base produce una tranformación de gauge H.

GARCIA,A. (IMAF - CONICET): *Puntos fijos de ciertas simetrías en espacios k-simétricos.*

Los espacios k-simétricos son variedades riemannianas M tales que para cada $x \in M$ hay una isometría S_x de orden k que tiene a x como punto fijo aislado , y además se cumple que $S_x S_y = S_z S_x$ con $z = S_x(y)$. Es conocido que ellos son variedades homogéneas $M \cong G/K$ donde G es la clausura en I(M) del grupo generado por $\{S_x : x \in M\}$.

Estudiamos, cuando k es un entero positivo no primo, el conjunto de puntos de M fijos por una potencia de S_x.

Sean $j > 1$ un divisor de k, $\tau_x = s_x^j$ y N_x la componente conexa, que contiene a x, en el conjunto de puntos de M fijos por τ_x. Resulta $\{N_x : x \in M\}$ una foliación de M y, con la estructura heredada de M, cada N_x es un espacio 1-simétrico donde $1 \leqslant j$. Encontramos un grupo de Lie B que actúa en M y tal que sus órbitas son todas conexas e isométricas y cada una de ellas hereda la estructura k-simétrica de M. Cuando $k = 2j$, damos una condición suficiente para que M sea localmente $N_x \times Q_x$ donde Q_x es un entorno abierto de x en la órbita B(x) y localmente k-simétrico (con la estructura heredada de M). Además, Q_x es en forma natural un espacio localmente simétrico.

GIGENA,S. (PROMAR (CONICET - UNR)): *Unificación de Teorías de Hipersuperficies.*

Sea $X: M^n \to R^{n+1}$ una inmersión no-degenerada. Existen en la literatura matemática diversos enfoques para estudiar las propiedades geométricas de la hipersuperficie X(M), según sea el grupo de Lie de transformaciones del espacio ambiente que se tome como condición invariante: el grupo de movimientos euclídeos ASO(n+1,R) produce la más conocida y rica de las teorías. Pero hay otras, así la geometría unimodular afín es inducida por el grupo afín especial ASL(n+1,R), la centroafín es determinada por el grupo de transformaciones lineales GL(n+1,R), etc. Recientemente el autor ha desarrollado una teoría de hipersuperficies invariante con respecto al grupo general afín AGL(n+1,R) . En este trabajo se analiza la interrelación entre los diversos objetos geométricos, producidos separadamente por cada uno de los grupos mencionados. La comparación se establece a nivel de fibrados vectoriales y lineales, inducidos en forma canónica por la inmersión en la variedad diferenciable M.

GODOY,T. (IMAF - UNC): *Coeficientes de Minakshisundaram Pleijel para el operador del calor sobre un espacio localmente simétrico de curvatura* $\leqslant 0$.

Utilizando análisis armónico sobre grupos de Lie semisimples se conoce que el cálculo de los coeficientes de Minakshisundaram Pleijel resulta equivalente a encontrar la expansión asintótica en potencias de s de una integral de la forma

$$I(s) = \int_{R^n} \phi(x)\ e^{-sQ(x)}\, dx$$

donde ϕ es una función de crecimiento polinomial y Q(x) una forma cuadrática determinadas por la estructura de M.

Utilizando la expansión asintótica en el infinito de la transformada de Laplace de una función se encuentra una expresión para los coeficientes de la expansión asintótica de I(s) que quedan expresados como una serie de (complicadas) integrales.

GUTIERREZ GIUSTI,F.M. (UBA): *Geometría integral del espacio hiperbólico: mosaicos aleatorios.*

Se considera en el espacio de dimensión 3 y curvatura constante $k \leqslant 0$, que notaremos $H(k)$, una cantidad numerable de planos distribuidos independientemente y al azar de modo tal que se obtiene en dicho espacio un sistema de Poisson de planos de intensidad λ. Así, $H(k)$ resulta dividido en poliedros convexos, cada uno de los cuales tiene medidas y formas aleatorias. Se calculan los valores medios de primer y segundo orden de ciertas cantidades relativas a dichos poliedros como por ejemplo el volumen, el área total de sus caras, el número de vértices, etc. Para ello no es posible utilizar los mismos métodos que para el caso euclidiano, caso que fue estudiado por varios autores, entre otros R.Miles. Llamando Z a alguna de las características de los poliedros al azar, si $E^*_\rho(Z)$ es el valor medio de Z relativo a las regiones en las que queda dividida una esfera de radio ρ dispuesta al azar en $H(k)$; y si $E_\rho(Z)$ es el valor medio de Z relativo a los poliedros que tienen al menos un punto en común con la esfera, resulta que en el caso hiperbólico $(k=-1)$ $E^*_\rho(Z)$ y $E_\rho(Z)$ no tienden al mismo límite cuando $\rho \to \infty$, como ocurre en el caso euclidiano.

MOLTER,U.M. (UBA): *Medidas tangenciales sobre el conjunto de cilindros convexos infinitos.*

Encontramos una medida "natural" sobre el conjunto de cilindros convexos infinitos, tangentes a un cuerpo convexo K en E_n. Usando los "Kruemmungsmasse" podemos calcular la probabilidad de que un cilindro convexo infinito sea tangente a un cuerpo convexo K en regiones previamente determinadas. Como caso particular, obtenemos la medida de todos los q-planos tangentes a K.

NORIEGA,R.J. y SCHIFINI,C.G. (UBA): *Análisis dimensional y la ecuación de Klein-Gordon.*

Se consideran Lagrangianos que dependen de las variables de campo que aparecen en la ecuación de Klein-Gordon y sus derivadas, es decir

$L = L(g_{ij};\ldots;g_{ij,h_1\ldots h_r};\varphi;\varphi_{,i_1};\ldots;\varphi_{,i_1\ldots i_s};m)$. Se demuestra que los Lagrangianos de este tipo que satisfacen el axioma del análisis dimensional (es decir, que sean consistentes con las unidades geometrodinámicas) son los de la forma

$L = \sqrt{g}(ag^{ij}\varphi_{,i}\varphi_{,j} + bg^{ij}\varphi_{|ij} + c\,m^2 + d\,R)$, donde a,b,c y d son funciones de φ, Se demuestra también que los Lagrangianos de este tipo que dan lugar a la ecuación de Klein-Gordon son los de la forma $L = L_0+L_1+L_2$, donde L_0 es el Lagrangiano habitual de Klein-Gordon, L_1 es una divergencia y L_2 no depende de φ. Por último se establece un resultado similar para los Lagrangianos de ese tipo con tensor momento-energía preestablecido.

NORIEGA,R.J. y SCHIFINI,C.G. (UBA): *Derivada covariante en teorías de gauge.*

Si $P(M,G,\Pi)$ es un fibrado principal, ω es una conexión en P con potenciales A_i^α y M es una variedad seudo-Riemanniana, entonces para todo campo gauge-tensorial se puede definir una derivada covariante. Por ejemplo, si T es un campo gauge-tensorial de tipo (Ad;0,1,0), entonces su derivada covariante es $T^\beta_{i\|h} = T^\beta_{i,h} - \Gamma^s_{ih}\, T^\beta_s + C^\beta_{\gamma\alpha}\, T^\alpha_i\, A^\alpha_h$, donde $C^\beta_{\gamma\alpha}$ son las constantes de estructura del grupo de Lie G. Se prueba la unicidad de este proceso de derivación covariante en el sentido siguiente: Si L^α_{ij} es un gauge-tensor de tipo (Ad;0,2,0) dependiente de T^α_i, sus primeras derivadas, de los potenciales y de la conexión, entonces $L^\alpha_{ij} = a^\alpha_\beta\, T^\beta_{i\|j} + b^\alpha_\beta\, T^\beta_{j\|i} + E^\alpha_{\beta\gamma}\, T^\beta_i\, T^\gamma_j$. Si además se pide que este proceso cumpla la regla del producto, entonces se prueba que $L^\alpha_{ij} = T^\alpha_{i\|j}$.

PRELAT,D. (CONICET): *Tensores concomitantes de un tensor métrico y un covector.*

TEOREMA 1. Dados dos naturales cualesquiera n y M, sea $V_n(0,M)$ el espacio de tensores M-veces covariantes concomitantes de un tensor métrico n-dimensional (de cualquier signatura) y de clase C^1 (como funciones de dicho tensor). Sea $W_n(0,M)$ el subespacio de $V_n(0,M)$ generado - mediante combinaciones lineales, productos tensoriales, contracciones y permutaciones de índices - por el tensor métrico y por el tensor $|g|^{1/2}\varepsilon$ (donde g es el determinante del tensor métrico y ε el pseudo-tensor de Levi-Civita). Entonces:

$$V_n(0,M) = W_n(0,M)$$

TEOREMA 2. Dado un natural M, sea $V_4(0,M)$ el espacio de tensores M-veces covariantes concomitantes de un tensor métrico 4-dimensional

(de cualquier signatura) y de un covector y de clase C^M (como funciones de dichos tensor y covector). Sea $W_4(0,M)$ el subespacio de $V_4(0,M)$ generado - mediante combinaciones lineales, producto tensoriales, contracciones y permutaciones de índices - por el tensor métrico, el covector y el tensor $|g|^{1/2}\varepsilon$ (donde g es el determinante del tensor métrico y ε el pseudo-tensor de Levi-Civita).
Entonces

$$V_4(0,M) = W_4(0,M)$$

SANCHEZ,C.U. (FAMAF - CONICET): *Estructura Algebraica de las Subvariedades k-Simétricas de R^n.*

En este trabajo se asocia, a cada subvariedad extrinsecamente k-simétrica de R^n, una estructura algebraica cuya naturaleza está íntimamente ligada a las propiedades de la subvariedad. Estas propiedades han sido descriptas en trabajos previos. La correspondencia indicada es uno a uno y sobre y se espera que sea central en nuestro plan de clasificación de estas subvariedades de los espacios euclideos.

TIRAO,J.A. (IMAF - CIEM): *K-invariantes en álgebras de Lie reductivas.*

Sea $\mathfrak{g}_k = \mathfrak{k}_R \oplus \mathfrak{p}_R$ una descomposición de Cartan de un álgebra de Lie real reductiva. Sea $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$ la correspondiente complexificación y sea K el subgrupo de Lie del grupo $Ad(\mathfrak{g})$ con álgebra de Lie $ad(\mathfrak{k})$. El álgebra $S'(\mathfrak{g})^K$ de funciones polinomiales sobre $\mathfrak{g}$ K-invariantes, es de mucho interés en la determinación de las estructuras de órbitas de K en $\mathfrak{g}$ y del álgebra universal envolvente $U(\mathfrak{g})$ como K-módulo. También es importante en el estudio del álgebra $U(\mathfrak{g})^K$ de K-invariantes en $U(\mathfrak{g})$, la cual a su vez es de gran significación en la teoría de representaciones de dimensión infinita de los grupos de Lie reductivos. Generalizando un teorema de Chevalley, caracterizamos una imagen isomorfa de $S'(\mathfrak{g})^K$ por reducción al caso rango de $(\mathfrak{g},\mathfrak{k}) = 1$, donde ya la conocemos (J.A.Tirao, A restriction theorem for semisimple Lie groups of rank one, Trans. Amer. Math. Soc. 279 (1983), 651-660).

VARGAS,J. (IMAF - CIEM): *Horociclos en espacios homogéneos finitos.*

Sea K un cuerpo finito y F una extensión de grado dos de K. Sea G un grupo algebraico semisimple definido sobre K. En esta comunicación presentamos una descripción del espacio de horociclos en G(F)/G(K) en términos de las clases de conjugación de subgrupos de Cartan de G(F). Un horociclo en G(F)/G(K), es por definición una órbita en G(F)/G(K) de un subgrupo unipotente maximal de G(F).

MATEMATICA APLICADA

BRU de LABANDA,E. y MENTZ,R.P. (INIE - UNT): *Estimación máximo vero símil exacta usando la descomposición de Cholesky en el modelo de promedios móviles de primer orden.*

M.S.Phadke y G.Kedem (1978) propusieron tres métodos para calcular la función verosimilitud exacta de los promedios móviles multivariados. Uno de esos métodos consiste en efectuar la descomposición de Cholesky de la matriz de varianzas y covarianzas y luego maximizar la función de verosimilitud utilizando un algoritmo del tipo "cuasi-Newton" con restricciones. Se opera con la función de verosimilitud exacta, es decir sin aproximaciones, utilizando la descomposición de Cholesky de la que se ha demostrado que computacionalmente es muy eficiente.

En este trabajo se presenta un estudio empírico de una variante de la propuesta descripta anteriormente, particularizada para un promedio móvil de primer orden.

CABRELLI,C.A. (F.C.E.y N. - UBA): *Retraso en Shaping filter cuando el error tiende a cero.*

Sea $a = (a_0,...,a_n)$ la entrada, $f = (f_0,...,f_n)$ el filtro, $d = (d_0,...,d_m)$ $(m < n+\ell)$ la salida deseada y $g^k = (0,\underset{k}{...},0,d_0,...,d_m,0,...,0)$ de longitud $n+\ell+1$.

El shaping filter para la salida d con retraso k (f^k) es aquel que minimiza

$$\|a * f - g^k\| \qquad f \in R^{\ell+1}$$

Si a no es de face mínima y $k(\ell)$ es el retraso de error mínimo entonces $\varepsilon(\ell) = \|a * f^k - g^k\| \to 0$ $(\ell \to \infty)$ si y sólo si $k(\ell) \to +\infty$ y $\lim\limits_{\ell\to+\infty} \frac{k(\ell)}{\ell} < 1$.

CANZIANI,G.A. (IAM y UBA) y VIDAL,J.C.(UBA y CONICET): *Sobre un problema de ocupación de espacios al azar en Bioquímica.*

Se estudia la ligadura no cooperativa de ligandos lineales y ligandos compactos de interés bioquímico (ácidos nucleicos, proteínas) a interfases fosfolípido - agua con una estructura de mosaico regular que permite la difusión lateral (membranas, vesículas de fosfolípido, etc.).

Para ligandos lineales el problema tiene solución analítica explícita. En el caso de ligandos compactos, la complejidad de las formas requiere el uso de simulación con métodos de tipo Monte Carlo, aproximando la forma del ligando a discos.

CESCO,J.C. y MARCHI,E. (UNSL - CONICET): *A general approach for new solution of an economy.*

En este trabajo se presenta una noción general de "Kernel" para una economía de intercambio puro que extiende un concepto introducido por los mismos autores en [1]. Se da una demostración de la existencia, independiente de la dada en el mencionado trabajo que se apoya en un resultado de B.Peleg [2] ya utilizado en Teoría de Juegos para demostrar la existencia de diferentes conceptos de solución.

Asociado con el concepto de "Kernel" se introduce el de Conjunto de Regateo (Bargaining set), que, como corolario también resulta ser no vacío.

[1] Cesco,J. and Marchi,E. "General Nucleoulus, Kernel and Bargaining set for an exchange economy".

[2] Peleg,B. "Existence Theorem for the Bargaining set $M_1^{(i)}$ "In Essays in Mathematical Economics, Ed.by M.Shubik. Princeton (1967).

DUBOST,C., OUBIÑA,L. y SAGASTUME,M. (UNLP): *Automorfismos de un grafo compuesto por sustitución.*

Harary, Sabidussi y Hemminger se han ocupado del problema de buscar condiciones necesarias y suficientes para que el grupo de automorfismos de un grafo compuesto $Z = X_i^{Y_i}$, $i \in V(X)$, sea inducido por el grupo de automorfismos de X. Se trata aquí: 1) de reformular las condiciones del último teorema de Hemminger en términos de las partes homogéneas de Z y 2) de estudiar los subreticulados de $\pi(Z)$ (particiones de V(Z)) constituídos por las particiones estables por un automorfismo.

GLUSCHANKOF,D.A. y TILLI,M. (UBA): *Una notación en la teoría de la* *dualidad, apta para su uso en computadora.*

En la teoría de la dualidad de los espacios vectoriales topológicos se define, para cualquier par de espacios E y F el par dual (E,F), sin embargo en la mayor parte de los casos prácticos se trabaja con el par canónico (E,E').

En este trabajo se propone una notación de supraíndices que informan a la vez de la topología y del grado de dualidad (por ejemplo notamos $E^{\tau\beta}$ a $(E'_\tau)'_\beta$ en su notación clásica).

Damos unas reglas sencillas de manipulación de los supraíndices y damos las definiciones clásicas de la teoría de la dualidad en forma de identidades de topologías.

El empleo de esta notación y sus reglas de manejo permite la demostración en forma casi automática de la mayoría de los teoremas de la teoría de la dualidad, simplificando notablemente la demostración clásica y permitiendo su aplicación a métodos sencillos de demostración de teoremas por computadora.

GONZALEZ,R.L. (UNR) y ROFMAN,E. (INRIA (Francia)): *Optimización a corto término de un modelo de sistemas de producción de energía.*

Se considera en este estudio la optimización de sistemas de generación de energía eléctrica que comprenden centrales nucleares, térmicas e hidráulicas, simples y de bombeo. La solución de este problema puede ser reducido al análisis de la inecuación cuasi-variacional (IQV) asociada a la función de costo óptimo y presentamos en este trabajo diversos avances desarrollados en el campo de la solución numérica de la citada IQV.

Estos desarrollos se basan en el uso de esquemas especiales de discretización dentro de la metodología general de solución numérica de ecuaciones e inecuaciones en derivadas parciales empleando diferencias finitas.

Estos esquemas tienen las siguientes propiedades:

a) Las soluciones discretizadas w^{-h} de la IQV se hallan calculando (en cada punto de discretización) el problema de punto fijo no lineal: $F(z) = z$, siendo:

(1) $F(z)_i = \min(Q_i, \min(z_j \dotplus k_{ij})) \quad i = 1,m \quad , \quad Z \in R^m$,

$m = 2^N$ (N=n° de centrales térmicas).

b) Este problema de punto fijo se resuelve con un algoritmo rápido que emplea $m.\log_2 m$ operaciones de suma y comparaciones.

c) La función Q_i que interviene en (1) es la solución de una progra_ mación lineal sobre un hipercubo. Esta programación lineal se resuelve con un algoritmo "ad-hoc" de reordenamiento rápido (fast sorting algorithm), empleándose a lo sumo $N \log_2 N$ comparaciones.

d) Se satisface un "principio de máximo discreto" en las discretizaciones por lo que las soluciones discretizadas existen, son únicas y convergen hacia la solución del problema exacto.

MARANO,M. y CUENYA,H. (UNRC): *Polinomios de mejor aproximación sobre un conjunto finito de puntos agrupados.*

Si A es un conjunto de k puntos de R y f(x) una función real definida sobre A consideremos un polinomio $P_A(x) = P_A(f,p,x)$ que minimiza entre todos los polinomios P(x) de grado a lo sumo r-1 $(r < k)$ la expresión

$$\sum_j w_j |f(x_j) - P(x_j)|^p \qquad 0 < p < \infty$$

$$\max_j \{w_j |f(x_j) - P(x_j)|\} \qquad p = \infty$$

donde $w_j = w_j(A) > 0$ para todo $j = 1,\ldots,k$.

El objetivo del trabajo es analizar el comportamiento de P_A cuando los puntos de A se aproximan por "bloques" a un conjunto de s puntos fijos de R. Nuestro estudio se basa en el carácter interpolante de los polinomios de mejor aproximación.

Bajo ciertas condiciones sobre la función f(x) se consigue probar la existencia y dar una caracterización de $\lim P_A(x)$ en el caso $s = 1$.

El mismo resultado se obtiene para $s > 1$ si se supone además cierto comportamiento de los pesos w_j como así también determinado grado de aproximación de los puntos de A.

MILASZEWICZ,J.P. y MOLEDO,L.P. (UBA): *Sobre matrices casi irreducibles.*

Decimos que una matriz no negativa $n \times n$ T es casi irreducible si: (i) El grafo orientado tiene una componente fuertemente conexa K tal que para cada nodo fuera de K, existe un camino (orientado) que lo conecta a K. (ii) No hay caminos orientados de K hacia nodos fuera de K. También llamaremos K a la submatriz principal de T correspondiente y K_c a aquélla asociada a los nodos fuera de K. Con N designamos al conjunto de los naturales de 1 a n, con N_c al de los índices asociados a K_c y con N_K a su complemento en N; r(.) designa al radio espectral de matrices.

TEOREMA 1. Las siguientes proposiciones son equivalentes:

(i) $r(K_c)$ es menor que $r(K)$

(ii) Existe un vector x de coordenadas positivas tal que $T x = r(T) x$.

TEOREMA 2. Sean $\tilde{x}$ e y vectores tales que $(sI - T) x = y$ donde s es un número real mayor que r(T). Valen las siguientes proposiciones:

(i) Si y tiene sus coordenadas no negativas y existe i en N_K tal que y_i es positivo, entonces x tiene todas sus coordenadas positivas.

(ii) Si existe i en N_K tal que y_i es negativo y x_j es positivo para cada j tal que y_j es negativo, entonces x tiene todas sus coordenadas positivas.

NEME,A. (IMASL - UNSJ): *Puntos de equilibrio para economías globales con producción.*

En este trabajo se introducen dos conceptos de solución Equilibrio Competitivo y Centro, en un modelo de intercambio con producción donde las funciones de utilidad de los consumidores tienen una dependencia estricta con las comodidades de toda la economía.
Se prueba un teorema equivalente al de Arrow-Debreu sobre la existencia del equilibrio para este nuevo modelo. También se prueba que el equilibrio competitivo esta incluído en el centro con lo cual se obtiene que este último es no vacío.

OVIEDO,J. y TARAZAGA,P. (IMASL - UNSL - CONICET): *Algunas propiedades de las caras de baja dimensión del convexo de transporte.*

En este trabajo se estudian las caras de baja dimensión del convexo de transporte.

Se comienza mostrando que los ciclos elementales exteriores se corresponden con las caras de dimensión uno del convexo de transporte (es decir las aristas de dicho convexo).

Esto nos induce a estudiar estos ciclos. Se han logrado dos caracterizaciones:

i) Usando el soporte de los vértices del ciclo elemental se da una propiedad que deben cumplir estos soportes, para que el ciclo sea exterior.

ii) Se introduce un nuevo concepto "soporte básico", y mostramos que un ciclo elemental es exterior si la cardinalidad del soporte básico del ciclo es igual a la cardinalidad del soporte básico de un vértice más uno.

PALOSCHI, J.R. (PLAPIQUI, UNS-CONICET) y PERKINS, J.D.* (Imperial College-London): *Actualización de los factores LU en métodos quasi-Newton.*

Los métodos quasi-Newton para resolver sistemas algebraicos de ecuaciones no lineales generan una sucesión {xk} que se obtiene mediante el siguiente proceso iterativo:

-Resolver el sistema lineal Bk pk = -f(xk)

-Definir x_{k+1} = xk + pk

donde Bk es una aproximación al Jacobiano de f evaluado en xk. Para la resolución del sistema lineal se utiliza una factorización de Bk que puede ser del tipo LU o QR. Para el caso de la factorización LU se utiliza el algoritmo de Bennett [1965] que permite obtener la factorización de la matriz Bk+1 a partir de Bk y la actualización a la misma en solo O(n*n) operaciones. Cuando Bk+1 es singular o numéricamente singular el algoritmo falla y es necesario cambiar Bk+1 por alguna otra aproximación lo que implica un costo adicional.

Se propone una modificación al algoritmo de Bennett que permite, ante la presencia de una aproximación singular o numéricamente singular, modificar la misma de manera de evitar la singularidad pero preservando las propiedades esenciales del método quasi-Newton. El costo de la modificación es, en la mayoría de los casos, no significativo .

Bennett, J.M. "Triangular factors of modified matrices" Numer.Math. Vol.7-pp.217-221 (1965).

QUINTAS, L.G. y MARCHI, E. (IMASL, UNSL - CONICET): *Una Aplicación de la teoría de juegos Bimatriciales a problemas de Inspección.*

En el presente trabajo se estudia la interacción entre un contador (jugador A) que trabaja para cierto empresario (jugador B), lo cual es estudiado como un juego Bimatricial. El contador tiene acceso a los libros y podría producir un desfalco si no es controlado. Consideramos que podría robar cantidades $G_i \geqslant 0$ $i = 1,\dots,n$. Por otra parte chequear cada entrada en los libros resultaría muy costoso para el jugador B (consideramos $C > 0$ el costo de una inspección completa). Si el contador es encontrado en fraude deberá pagar una cantidad $P_i \geqslant 0$ $i = 1,\dots,n$ proporcional a la cantidad G_i sustraída (esto no representa una ganancia para el jugador B). Así se observa la conveniencia de usar estrategias mixtas y situarse en puntos de equilibrios. Se estudia bajo qué condiciones (esto es relaciones entre los valores de C, G_i y P_i) es posible disuadir al jugador A de llevar a cabo el fraude.

Cabe mencionar que el problema de revisión de cuentas se basaba habitualmente en inspecciones muestrales (Kaplan [1973] da una reseña de tales métodos) y fue Maschler [1967], [1966] quien comenzó a estudiar el problema como un juego Bimatricial. En nuestro trabajo generalizamos los resultados obtenidos por Borch [1982] utilizando las técnicas desarrolladas por el primer autor de la presente comunicación en 1983.

REFERENCIAS

Borch,K. [1982]: "Insuring and Auditing the Auditor". Games Economic. Dynamics and Time Serial Analysis. Physica-Verlag. Wien-Wurzburg, 117-126.

Kaplan,R.S.[1973]: "A Stochastic Model for Auditing". Journal of Accounting Research, 38-46.

Maschler,M.[1966]: "A price leadership method for solving the Inspector's Non-Constant-Sum Game". Naval Research Logistics Quarterly, 11-33.

Maschler,M.[1967]: "The Inspector's Non-Constant-Sum Game: Its Dependence on a system of Detectors". Naval Research Logist.Quart. 275-790.

QUINTAS,M.[1983]: "Estructura de Puntos de Equilibrio". Tesis Doctoral Universidad Nac.de San Luis. pp.120.

RETAMALES,H.E. (IMUNSJ - UNSJ): *Matrices ralas y la representación de redes.*

La introducción de la noción de separabilidad de redes permitió establecer propiedades que describen su conectividad, reflejadas en la matriz de conexiones asociada.

Con el objetivo de descomponer a la red separable en subredes con el máximo posible de conexiones entre sus nudos, se introduce la noción de red totalmente conexa que resulta complementaria de la noción de separabilidad.

El teorema de representación establece que toda red separable es generada por subredes totalmente conexas maximales.

La representación no es única, pero el teorema permite establecer un procedimiento de renumeración de los nudos de la red que reubica los elementos no nulos de la matriz de conexiones resultando una matriz quasi-flecha. Este procedimiento de renumeración se implementa mediante el producto de una matriz, obtenida por permutaciones de filas (o columnas) de la matriz identidad, con la matriz de conexiones de la red.

El sistema de ecuaciones algebraicas lineales (SEAL) se resuelve con dos métodos distintos, a saber: por inversión de la matriz quasi-flecha, o aplicando el método de Gauss-Seidel, lográndose ventajas en la reducción del número total de operaciones.

RODRIGUEZ,R. (UNLP) y ZADUNAISKY,P.E. (IIAE y UBA): *Métodos robustos para estimar perturbaciones en ecuaciones diferenciales ordinarias.*

Se desarrolla una familia de métodos para estimar numéricamente perturbaciones que afectan a un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden en problemas en que los únicos datos medibles son los valores de la solución del sistema en los nodos de una malla uniforme.

El análisis de error de esta familia de métodos permite definir constantes propias de cada método que determinan la capacidad de propagar errores de medición del mismo. Estas constantes son efectivamente computables y esto permite encontrar los métodos de esa familia más robustos frente a errores de medición.

RYCKEBOER,H.E. (UBA - U.N.del Centro): *Expresiones regulares ambiguas.*

La ambigüedad fue planteada al estudiar las técnicas generativas de descripción de lenguajes.

Una gramática es ambigua si permite construir de varias maneras distintas una misma hilera. Las hileras se construyen mediante un proceso de sucesivas derivaciones, cada una de las cuales sustituye una subhilera conteniendo algún símbolo no terminal por otra, dentro de las alternativas brindadas por las producciones. Es conveniente independizarse del orden de las derivaciones, ya que de haber sustituciones independientes (que afecten a distintas subhileras) se puede elegir el orden en el cual se las efectúa. El árbol de derivación representa las derivaciones con independencia del orden en el cual fueron efectuadas las derivaciones. Aún así puede haber dos derivaciones que difieran en las producciones utilizadas, alcanzando la misma hilera terminal, y en ello consiste la ambigüedad. Se dice por lo tanto que una gramática es ambigua si alguna de sus hileras admite dos o más árboles de derivación.

Nada impide extender el concepto de ambigüedad a otras técnicas que describen lenguajes. Así podría hablarse de autómatas ambiguos o expresiones regulares ambiguas.

Se ha desarrolado en extenso el estudio de la ambigüedad en las expresiones regulares.

Para ello se ha definido el concepto árbol de derivación aplicado a expresiones regulares, para luego extender el concepto de ambigüedad. Se definen condiciones para garantizar la ausencia de ambigüedades y se proveen algoritmos que permiten determinar si las hay.

SAAD,E. (IMASL, UNSL - CONICET): *Sobre soluciones débiles en juegos generalizados.*

En este trabajo se introducen nuevos conceptos de Solución Débil en juegos Generalizados, primero se trabaja con juegos Generalizados bi-personales, donde se define un Pseudo punto de silla Débil, cuya interpretación intuitiva-estratégica consiste en que cada jugador minimiza su función de Pago, cuando su oponente elige estrategias en los conjuntos máximos, de esta manera cada jugador se asegura de perder lo mínimo, siempre respetando el espíritu de los Juegos Generalizados, introducidos por G.Debreu, en donde cada jugador se restringe en la elección de sus estrategias a los conjuntos permisibles Z_i. Se dan las condiciones para la existencia del mencionado concepto, como así también se consigue que si el juego generalizado en cuestión es a Suma-Cero el Pseudo Punto de Silla Débil es el usual Punto de Silla para juegos Generalizados a Suma-Cero.

En la segunda parte se extiende este concepto a juegos Generalizados n-personales, no en forma directa sino introduciendo un conjunto de jugadores g(i) para cada jugador i, que actúan en forma no cooperativa y además se da la interpretación estratégica y el correspondiente Teorema de Existencia.

SPINADEL,V.W.de (UBA): *Aspectos geométricos de las zonas alcanzables en problemas de control óptimo.*

Para un sistema n-dimensional de ecuaciones diferenciales totales, la relación de alcanzabilidad entre puntos del estado de espacios puede usarse para definir clases de puntos y establecer un orden parcial entre ellos.

Se dan propiedades geométricas esenciales de tales clases y se analizan algunos ejemplos.

Se considera la importancia de estas clases para el problema de control óptimo con horizonte temporal infinito.

TARAZAGA,P. NEME,A. y CESCO,J. (IMASL - UNSL): *Algunos aspectos computacionales relativos a un modelo insumo producto.*

En un trabajo anterior presentamos un modelo de transformación en n-etapas. Este modelo permitía transformar un vector de bienes iniciales en un conjunto de vectores de bienes finales a través de las etapas de transformación.

En este trabajo intentamos dar respuesta al problema de encontrar soluciones al modelo, cuando son dados los bienes iniciales x y los finales y y estos últimos tienen una cierta estructura.

En el final también introducimos un algoritmo sencillo que permite calcular un punto de bienes finales que se aproxima a la frontera eficiente cuando se ha fijado un perfil arbitrario y para los bienes finales.

En todos los casos se posee soluciones muy fáciles de calcular construídas a partir de soluciones para producción de ciertos casos límites de bienes finales.

VIOLLAZ,A.J. y MENTZ,G.B. (INIE - UNT): *Procesos de Rangos Definidos con Réplicas Independientes de un Proceso de Marcov.*

Sea $\{X(t): t = 0,1,...,T\}$ un proceso de Marcov homogéneo absolutamente continuo probabilizado por la distribución invariante F y la función de densidad del núclec $k(x,y)$.

Sean $\{X_k(t): t = 0,1,...,T\}$, $k = 1,2,...,n$, réplicas independientes del proceso $\{X(t); t = 0,1,...,T\}$. Para $1 \leqslant i \leqslant n$ definamos el proceso de rangos asociados al proceso $\{X_i(t): t = 0,1,...,T\}$ mediante

$$Y_i(t) = \frac{1}{n} \text{ x (rango de } X_i(t) \text{ entre } X_1(t),...,X_n(t)).$$

En este trabajo se demuestra que el proceso $\{Y_i(t): t = 0,1,...,T\}$ converge en distribución a un proceso de Marcov homogéneo estacionario, absolutamente continuo con distribuciones marginales uniformes y función de densidad de núcleo

$$k_z(z_1,z_2) = k(F^{-1}(z_1), F^{-1}(z_2)) (1/F'(z_2)).$$