

TEMAS DE INVESTIGACION

Breve pero eficacísima para el progreso de la incipiente investigación matemática en la Argentina ha sido la actuación del profesor Levi-Civita, reseñada en la noticia que hemos publicado en el número 2 de la Miscelánea Matemática.

En las reuniones públicas celebradas en el Seminario Matemático, propuso a los concurrentes algunos temas de investigación que nos complacemos en publicar para orientación de los lectores que por ellos se interesen.

FORMA CANÓNICA DE LAS FUNCIONES ANALÍTICAS

Consideriamo una trasformazione analitica, biunivoca e regolare, fra x e x_1 , avente l'origine per punto unito:

$$(1) \quad x_1 = f(x)$$

Attera l'ipotesi che la trasformazione e invertibili nel campo delle funzioni analitiche regolari e che $f(x)$ deve annullarsi per $x = 0$, si puo attribuire a $f(x)$ la forma

$$(2) \quad f(x) = \alpha x [1 + x P(x)],$$

dove α designa una costante non nulla (reale o complessa) e $P(x)$ una funzione di x , olomorfa nell'intorno dell'origine.

Per lo studio delle trasformazione (1) é lecito supporre

$$(3) \quad |\alpha| \leq 1$$

perché, nell'eventualità opposta $|\alpha| > 1$, basta prendere in considerazione, anziché le (1), la trasformazione inversa, che fa passare da x_1 ad x , la quale e della forma

$$x = \frac{1}{\alpha} x_1 [1 + x_1 Q(x_1)],$$

Q essendo funzione olomorfe di x_1 .

Riteniamo dunque valida la (3) e riferiamoci al caso generale in cui

$$(4) \quad |\alpha| < 1$$

In tal caso la (1) si puo con uno (stesso) cambiamento delle variabili x e x_1 (biunivoco e regolare nell'intorno dell'origine) ricondurre la (1) alla forma elementare omografica

$$y_1 = \alpha y$$

Anche per $|\alpha| = 1$ la (1) deve potersi semplificare usufruendo di cambiamenti di variabili biunivoci e regolari nell'intorno dell'origine. Non é detto che si ottenga un'unica forma canonica. Potranno esistere piú tipi, eventualmente in numero infinito. Si tratta di caratterizzarli.

Mi ci provai piú di 30, anni or sono, riferendemi su particolare al campo reale per $|\alpha| = 1$. Non pervenni a conclusioni esaurienti e nemmeno, per quanto ricordo, a risultati parziali espressivi.