

BIBLIOGRAFIA

CONFORTO F.—*Le Superficie Razionali*.—Bologna. N. Zanichelli, 1939.—
Un volumen de 554 páginas.

En los últimos veinte años del siglo pasado y lo que ya del presente, la escuela de géometras italianos ha aportado contribuciones valiosas a la teoría de las superficies algebraicas, contribuciones que se encuentran en las memorias de Corrado Segre, Enriques, Castelnuovo, Bertini, Severi, etc., y se destacan no sólo por los descubrimientos que contienen, sino también por la nueva modalidad que ha logrado dar a esta rama de la geometría una perfección admirable. Sin embargo, falta la obra de sistematización y síntesis que la haga directamente accesible; papel que hacen las obras de Enriques-Chisini y de Severi en la teoría de las curvas. El libro de que nos ocupamos es una contribución con ese objetivo, presentándonos un estudio sistemático y completo de las superficies racionales.

La obra está dividida en dos libros. En el primero se estudian los distintos tipos de superficies racionales de 2º, 3º y 4º orden, de cada uno en particular. El primer capítulo trata de las cuádricas, el segundo y tercero de las cúbicas. El cuarto capítulo está dedicado al estudio detallado de las superficies de Steiner y Veronese que tienen una extraordinaria importancia, pues, sirven como tipo de comparación en el estudio de las superficies racionales. Los demás capítulos del libro están dedicados al estudio de las superficies de 4º orden en sus distintas clases: superficies de 4º orden con una cúbica doble, con una recta triple, con una cónica doble, con una recta doble y con un solo punto singular.

Inicia el autor el libro tratando la representación plana de una superficie: que constituye el procedimiento preferido por el autor para el estudio de las superficies, en las cuádricas la representación usada es la estereográfica, en las cúbicas la representación plana resulta de la generación proyectiva de Grassman-Steiner, en las superficies de Steiner y Veronese resulta de su generación mediante sistemas de cónicas del plano, etc. Este procedimiento simplifica notablemente el estudio.

Este libro es para la teoría de las superficies lo que el primero de la obra de Enriques-Chisini es para la teoría de las curvas algebraicas.

El libro segundo es diferente al primero en cuanto al método, pues, mientras en éste se estudian tipos particulares de superficies racionales, en el segundo el estudio es de carácter general, tratando de establecer criterios para determinar la racionalidad de las superficies. Sirven de base a este estudio los teoremas de Noether, Picard y el de Castelnuovo, aplicables el primero a superficies con un haz de curvas racionales, el de Picard a superficies con secciones planas o hiperplanas racionales y el de Castelnuovo a superficies con secciones elípticas.

En los capítulos IV y VII trata la relación de la teoría con el estudio de la involución plana. En el V estudia el plano doble y en el VI trata casos particulares de superficies racionales, completando el estudio hecho en el libro primero.

Termina el 2º libro tratando de relacionar la teoría de las superficies racionales con la teoría general de las superficies.

El autor agrega al final de los capítulos una nota histórica, siguiendo así una vez más las normas de su maestro, Enriques. Resumiendo podemos decir, que el profesor Conforto nos ha dado un hermoso libro que ha de ser lectura obligada de todos los estudiosos de la geometría algebraica. Creemos que esta obra cumple dignamente el propósito de su autor: servir de introducción a la obra que el eminente profesor Enriques prepara sobre teoría de las superficies algebraicas.

F. Toranzos

SCHOUTEN J.A. - STRUIK D. J.—Einführung in die Neueren Methoden der Differentialgeometrie.—Dos volúmenes de 204 y 340 págs. 2ª ed. Noordhoff.—Groningen. Batavia, 1935 y 1938.

Esta segunda edición de la bien acreditada obra, que contiene la mejor exposición en lengua alemana de la moderna Geometría diferencial, constituye en realidad un nuevo tratado, muy distinto del primero, por haber sido modificado en puntos esenciales y enriquecido con nuevas aportaciones.

Mientras en la citada primera edición eran tratados los temas por el llamado Análisis directo y por el Cálculo absoluto, los autores, convencidos de la superioridad de esta genial creación de Ricci y Levi-Civita, la usan ahora sistemática y exclusivamente. Cada objeto está representado por una letra característica y la modificación del sistema de referencia se manifiesta mediante los índices. La elección de letras para éstos no es indiferente y los autores dedican gran atención a este punto, estableciendo en forma de cuadro sinóptico el convenio a que se mantienen fieles en toda la obra.

Otra novedad algorítmica consiste en distinguir el doble significado de la igualdad, según que se aplique a igualdades invariantes o no. Esta diversa significación se pone de manifiesto colocando un asterisco sobre el signo en el primer caso y una h en el segundo.

El primer volumen, aparecido en 1935, contiene la teoría algebraica, ilustrada con esquemas y figuras, y la teoría de las transformaciones, incluyendo no solamente los métodos clásicos de Levi-Civita, sino también el llamado simbolismo D de van der Wærdén y Bortolotti, con aplicación a las formas geodésicas, curvatura y problemas extremales en general.

El segundo tomo de la obra, debido a Struik, mientras que el primero es de Schouten, contiene las aplicaciones geométricas de los métodos de cálculo expuestos en aquél. En esta segunda edición, no solamente se ha incluido todo el material de la primera edición, sino también otras cuestiones contenidas en la agotada obra de Struik sobre geometría diferencial de n dimensiones.

He aquí el contenido de este segundo tomo: teoría de curvas de E_3 ; curvas sobre variedades n -dimensionales, congruencias de curvas y *Bahnssysteme*, esto es, familias tales que cada par de puntos determinan una curva de ella. Teoría de hipersuperficies, variedades en general, teoría de la curvatura, deformaciones, transformaciones especiales (equilongas, conformes, de Hermite, etc.).

La aparición de este segundo volumen se ha demorado tres años, que han servido para su perfeccionamiento, permitiendo al autor tener en cuenta recientes progresos.

La obra es altamente recomendable, aun para los que no conozcan los métodos de la moderna geometría diferencial, pues procede gradualmente, facilitando el aprendizaje con multitud de ejercicios en cada capítulo, de los cuales da la solución al final; pero no escuetamente, sino con las necesarias indicaciones que guían al lector. De este modo altamente recomendable, se logra no solamente mayor eficacia didáctica, sino también aumentar el contenido de la obra con multitud de cuestiones de interés menor, sin recargar la exposición sistemática, que está ceñida a las líneas fundamentales de la teoría.

Cada volumen está enriquecido con una bibliografía cuidadosamente elaborada y con un minucioso índice alfabético, que facilita la búsqueda de las definiciones cuando el lector se encuentra perdido, por haber olvidado alguna. Todo ello avalora esta magnífica obra digna de todo encomio.

R. P.