CRONICA

COMUNICACIONES CIENTIFICAS A LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

(Sesión del 22 de diciembre de 1941)

Presidió el Dr. Julio Rey Pastor, quien hizo un resumen de los trabajos siguientes:

ELBA RAIMONDI. *Sobre las funciones continuas no derivables.*

Gracias a un pacientísimo trabajo de cálculo, la autora ha llegado a construir con gran exactitud algunas curvas clásicas sin tangentes, que rectifican la idea que de ellas suele tenerse por su estudio teórico y plantean diversos problemas sobre sus ceros.

ESTHER FERRARI. Ha calculado las probabililades de construcción de triángulos mediante tres elementos determinantes dados arbitrariamente. Eran bien conocidas las diversas soluciones clásicas relativas al caso de los tres lados y el trabajo presentado completa tal estudio con el de otros muchos casos de construcción.

MARÍA A. FERRARI y CELINA REPETTO. En un trabajo conjunto desarrollaron hace tiempo la teoría de las funciones determinantes en campos complejos elíptico y parabólico. No habiendo sido publicado todavía, se da cuenta sucinta del mismo, así como de otro trabajo en colaboración sobre las integrales generalizadas de Laplace-Stieltjes en que la variable de integración t figura en el exponente bajo un signo funcional $\lambda(t)$, siendo esta una función creciente, no derivable.

A continuación sus autores expusieron los trabajos siguientes:

I. MANUEL BALANZAT. *Generalización a E_n de ciertas fórmulas integrales.*

Expuso las líneas generales de un trabajo sobre la generalización, al espacio euclidiano de n dimensiones, de ciertas fórmulas integrales obtenidas por el mismo y publicadas en la Colección de Publicaciones de la Unión Matemática Argentina (Publicación nº 14).

II. ERNESTO COROMINAS. *El teorema de Rolle para derivadas generalizadas.*

Se ocupó de las derivadas sucesivas generalizadas. Comenzó señalando causas y motivos del porque estas derivadas permiten generalizar y ampliar el campo de las funciones derivables reiteradamente.

Acto seguido expuso para la segunda derivada generalizala, el correlativo del teorema del máximo del cálculo clásico, es decir, demostró la existencia del punto de inflexión y de como en este punto la segunda derivada generalizada se anula. Esto es para la segunda derivada la traducción a palabras del teorema de Rolle. El mismo teorema, de Rolle, lo estableció para la derivada n-sima, mediante un razonamiento general que, por cierto, es aplicable a la primera derivada ordinaria. Este último razonamiento tiene puntos de contacto con la Integral de Perron, hecho que puso de manifiesto. Terminó enumerando, sin demostración, un conjunto de teoremas clásicos que ha logrado demostrar en esta nueva teoría.

III. I. B. MARTÍNEZ CASTILLO. *Sobre el postulado de Fano y sus equivalencias.*

Expuso ciertas consideraciones y resultados a que ha llegado en el estudio de los fundamentos de la geometría proyectiva en la parte referente al postulado de Fano y su posible sustitución por otros equivalentes.

IV. A. GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ. *Sobre la ecuación integral de Hille.*

Llamamos así a la relación funcional

$$(A) \qquad F(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(z-t)^2} f(t)\,dt,$$

o más generalmente

$$(B) \qquad F(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(z-t)^2}\,dg(t).$$

Estas relaciones plantean, como todas las de su tipo, dos clases de cuestiones:

1) el problema de existencia, es decir, el establecer condiciones necesarias y suficientes que debe cumplir $F(z)$ para que la ecuación admita solución;

2) la determinación efectiva de la solución, supuesta existente.

El segundo problema ha sido objeto, en lo que respecta al caso (A), de una memoria fundamental de *Hille* (Annals of Mathematics, 2nd series, 27 (1926). pp. 426-464); el primero no parece haber sidó abordado hasta ahora, de manera sistemática (véase sin embargo un trabajo de Doetsch, Math. Zeitschrift 41 (1936), pp. 283-318, donde, valiéndose de la integral Fourier, se dan condiciones características para que las ecuaciones (A) y (B) admitan respectivamente solución de cuadrado sumable y acotada no decreciente).

Nosotros hemos abordado en forma sistemática el primer problema, obteniendo condiciones necesarias y suficientes para que las ecuaciones (A) y (B) admitan solución perteneciente a una de las seis categorías siguientes:

1) $f(t) \varepsilon L^p,\ p > 1$,

2) $f(t) \varepsilon L(-\infty, \infty)$,

3) $f(t)$ sumable y de variación acotada en $(-\infty, \infty)$,

4) $g(t)$ de variación acotada en $(-\infty, \infty)$,

5) $g(t)$ acotada no decreciente en $(-\infty, \infty)$,

6) $g(t)$ de variación cotada y continua en $(-\infty, \infty)$.

Nuestro procedimiento ha consistido en formar, por medio de las infinitas derivadas de $F(z)$ en el origen, una función $F(r,x)$ la cual, cuando $F(Z)$ es efectivamente una función de las formas (A) o (B) coincide con la sumatriz Abel de las series de Hermite o de Hermite-Stieltjes de las funciones $f(t)$ y $g(t)$ respectivamente. Nuestras condiciones están expresadas en términos de esta función $F(r,x)$. Por ejemplo (caso 2): *condiciones necesarias y suficientes para que $F(z)$ tenga la forma (A), con $f(t) \varepsilon L^p(-\infty, \infty)$, $p > 1$,* *son:*

a) la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n 2^{\frac{n}{2}} \sqrt{n}\, r^n$ converge en el círculo de radio 1;

b) $\int_{-\infty}^{\infty} | F(r, x) | \, dx < M_P , \; 0 < \delta < r \leq 1;$

fórmulas en las cuales a_n y $F(r,x)$ tienen el significado siguiente:

$$a_n = \frac{F^{(n)}(0)}{2^n \, n! \sqrt{\pi}},$$

$$F(r, x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n H_n(x) \, r^n .$$

También hacemos un aporte al problema de la inversión en el caso (B), no considerado por Hille. He aquí uno de nuestros teoremas que debe servir de tipo:

Si se cumple la ecuación (B), con $g(t)$ *de variación acotada en* $(-\infty,\infty)$, se verifican las siguientes fórmulas de inversión:

$$g(a) - g(o) = \lim_{r \to 1} \int_{o}^{a} F(r,x)\,dx \;;$$

$$g'(x) = \lim_{r \to 1} F(r,x) \;;$$

$$g(x + o) - g(x - o) = \lim_{r \to 1} \sqrt{\pi(1 - r^2)} \; F(r, x).$$

De nuestros teoremas se deducen con facilidad proposiciones que interesan al Cálculo de Probabilidades.

V. — Yanny Frenkel. *Sobre un teorema de Lebesgue.* — Dió una solución directa al problema de la uniformidad de la medida lineal planteado por R. Frucht. Es bien conocida la respuesta negativa que, a este problema, da un teorema clásico de Lebesgue sobre los puntos de densidad, pero, dicho teorema se obtiene en general mediante un empleo solapado de la teoría de la integral o bien de la teoría de conjuntos. Tiene, pues, interés propio, toda demostración directa que no haga uso ni de una ni de otra; de este tipo fué la demostración de la Dra. Frenkel. A continuación extendió su razonamiento hasta lograr demostrar el propio teorema de Lebesgue, sin renunciar en este proceso a las ventajas más arriba apuntadas.

Asistieron a la reunión, tomando parte en diversos comentarios durante el transcurso y al finalizar la misma, el Dr. Beppo Levi, Director del Instituto de Matemática de Rosario y el Dr. Fausto Toranzos, Director del Instituto Nacional del Profesorado de San Luis.