

La sucesión decreciente establecida por la desigualdad

$$\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n > \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

puede escribirse, considerando los valores recíprocos :

$$1. \left(\frac{n-1}{n}\right)^n < \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1}$$

en que tenemos  $n + 1$  factores en cada miembro de suma  $n$ , siendo también iguales los del segundo.

Recordemos finalmente que ambas sucesiones son “contiguas” porque la diferencia

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \frac{1}{n} < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \frac{1}{n} \leq \frac{4}{n}$$

puede hacerse tan pequeña como se quiera.

P. P. C.

---

## QUE DEBE HACERSE PARA EL ADELANTO DE LA MATEMATICA EN LA ARGENTINA (1)

---

Publicamos a continuación, parcialmente, el *Comentario de los informes y resumen general*, redactado por el Doctor JUAN T. LEWIS, a raíz de las respuestas recibidas en la encuesta promovida por la Asociación Argentina para el progreso de las ciencias.

Al final hemos agregado el informe del profesor GEORGE D. BIRKHOFF, de la Universidad de Harvard, matemático de renombre mundial que hace poco nos visitara.

Preguntar a un hombre de ciencia cuál es la importancia de la ciencia que él cultiva, sería una ingenuidad tan grande como la de inquirir de un enamorado la belleza de la amada. La matemática con ese “algo de semijuego y de semirreligiosidad” al decir de Spranger, recordado por Babini, ejerce esta atracción sobre sus cultores con singular poderío. De estos informes sobre “lo que debe hacerse para el adelanto de la matemática en la Argentina” se desprende la devoción que por ella tienen los matemáticos. Y es bueno haberles hecho esta pregunta, pues nadie mejor que quienes están imbuídos de un espíritu tan fervoroso para hallar los medios de difundir el amor a esta ciencia, de hacerla resplandecer con mayor brillo y de convertirla en una fuente más rica de nuevas verdades.

La matemática es en primer término un precioso instrumento, auxiliar indispensable en el estudio de los fenómenos de la naturaleza y de uso tan

---

(1) Ver este mismo volumen, p. 143.

corriente en la vida diaria que, parafraseando a C. Bernard, podría decirse que se hace matemática como se respira. La atracción que desde el Renacimiento ejerce la matemática sobre las ciencias naturales, queda bien de manifiesto en la célebre frase de Galileo sobre el objeto de la ciencia: Medirlo todo, hacerlo todo mensurable. El físico y el biólogo no quedan satisfechos, si es que alguna vez quedan satisfechos de sus aproximaciones, hasta que llegan a dar expresión matemática a las leyes que han descubierto. La aplicación de la matemática a la biología, a la medicina, a la industria, a toda la actividad moderna impregnada por la técnica es cada vez mayor. Su utilidad por eso se acrecienta cada día.

En un orden superior la matemática “cumple un papel organizador de la inteligencia, los hechos brutos están sin matemática, es ella quien les asigna un orden por el cual se nos presentan en su lugar” (B. LEVI), sería en nuestra mente el reflejo del “orden inmanente en la naturaleza”. Su práctica se convierte en un juego de gimnasia mental, que al igual que las demás ciencias adiestra en el razonamiento lógico y en la abstracción, pero en un grado superior al de las ciencias naturales, al permitir una mayor liberación del mundo sensible.

Pero la misión suprema de la matemática al decir de Babini, “es la de poner de manifiesto la existencia de un mundo de objetos determinados, de metodología propia y dotados de caracteres específicos... mostrando los objetos matemáticos en su esencial idealidad, independientes del tiempo y desvinculados del mundo exterior, mostrando el quehacer matemático como un libre juego de la inteligencia y como un admirable ejemplo de convivencia posible en la estricta necesidad de las leyes y la libertad creadora, sin limitaciones impuestas por experimentos cruciales y sin los apremios de un afán utilitario; sin forzadas ataduras a otras disciplinas, pero sí armoniosamente entrelazadas con las restantes esferas de la realidad y las demás actividades humanas; así contribuye a la formación de esa emanación que llena y envuelve al espíritu, que es la cultura personal”. (J. Babini, *La matemática en la enseñanza media.*)

¿Cómo se podrá conseguir que en nuestro país la matemática desempeñe este triple papel de instrumento, de medio de educación intelectual y cultural? “Las medidas que han de adoptarse... han de ser por una parte aquellas medidas genéricas que propenden al desarrollo de la ciencia cualquiera sea el sector del saber a que pertenece; y por otra, ciertas medidas específicas que consideran la naturaleza propia de las matemáticas y las circunstancias especiales que favorecen su desarrollo en nuestro país” (Babini). Conviene analizar en primer término las medidas condicionadas por la naturaleza de la matemática.

“La investigación matemática es íntegramente intelectual” (Santaló), por esto el factor hombre es de importancia tan fundamental que casi se podría decir que es exclusiva. Para hacer matemática se necesitan pocos recursos materiales: “La matemática se realiza al través de actos de pensamientos. No importa para la misma, necesidad de montar institutos con costosos aparatos. Bibliotecas excelentes, material conveniente de revistas, y tiempo, con lápiz y papel y tiza, son los elementos indispensables” (Dieulefait).

La biblioteca es quizá el único instrumento, pero su importancia, si es posible, es aun mayor que en otras ramas de la ciencia. En parte esto se debe a la continuidad histórica de la matemática y al valor siempre actual de sus descubrimientos, mientras que en las ciencias naturales que progresan por aproximaciones, lo pasado va perdiendo ese valor que podríamos llamar viviente, para quedarse con sólo el valor de gesta. Los descubrimientos de los matemáticos de los siglos XVII y XVIII son tan útiles hoy como lo fueron en sus días prístinos, mientras que los de los biólogos o los químicos de las mismas épocas han sido superados. Puede hacerse fisiología ignorando a Harvey, pero no puede hacerse matemática sin conocer los problemas planteados y resueltos por Leibniz, Cauchy o Gauss, pues la historia de la matemática no se va a un pasado cada vez más remoto, queda siempre en el presente. Casi no hay uno de estos informes en el cual no se hace notar el papel de la biblioteca, de la necesidad de ponerlas “en condición de proveerse, no sólo de las publicaciones recientes de todo el mundo culto, sino de integrarse por medio de la adquisición de ese fondo admirable que representa el pensamiento de los siglos XVII, XVIII y XIX” (B. LEVI).

Por suerte “los libros y revistas no son muy numerosos y son fáciles de adquirir comparado con lo necesario para otras disciplinas como la historia, filología, etc.” (Santaló). En cada centro donde se hacen estudios matemáticos debería existir esa biblioteca matemática, no necesariamente reunida en un sitio, lo cual sin embargo no dejaría de tener ventajas, pero por lo menos accesible a todos los estudiosos, con catálogos completos y mantenidos al día, que permitan localizar fácilmente la existencia de una obra o de una revista, en una ciudad y sitio determinado.

La preponderante importancia del factor hombre, debido a la naturaleza puramente intelectual de la actividad matemática, hace que no cualquiera puede ser matemático, sólo quienes tengan “aptitud, deseo de saber y capacidad de esfuerzo” (Terradas), podrán llegar a serlo. Las condiciones “vocacionales” pasan así al primer plano al considerarse el porvenir de la matemática.

El reclutamiento de los matemáticos debe iniciarse en la enseñanza media. En nuestro país “la observación evidencia que tanto en el niño como en el hombre existe una marcada predisposición hostil y un terror enorme hacia el estudio de la matemática” (Cortés Pla). “La matemática suele ser, para los estudiantes secundarios, obstáculo difícil de vencer; la materia acaba por convertirse en pesadilla; el ciclo secundario se termina, por lo general, con una preparación matemática deficiente” (Bula). Este grave mal se debe en parte a una estructuración defectuosa de los programas y en parte a que no siempre los profesores de los colegios secundarios están capacitados para desempeñar su tarea.

El ingeniero Babini ha hecho un estudio prolijo del papel de la matemática en la educación media, con apreciaciones críticas sobre los programas; el ingeniero Cortés Pla propone se inicie un estudio completo y profundo de este tema; el ingeniero Dieulefait propone la organización de un “Consejo Asesor de la Enseñanza de la matemática... con dos miembros por cada Facultad en la cual existan centros de estudios matemáticos y que controlaría los planes generales de la enseñanza”. El doctor Gaspar propone a la Asocia-

ción que constituya un “Comité de Asesoramiento, coordinación y orientación de los estudios matemáticos en la Argentina” que tendría entre otras funciones la de “dar orientación uniforme a la enseñanza de la matemática en las escuelas medias... aconsejaría los planes de estudio más convenientes para cada tipo de escuela y los textos adecuados”. Es de primordial importancia tener una enseñanza adecuada de la matemática en el ciclo secundario, pues “la bondad de la misma puede tener repercusiones favorables en capas muy extensas de la población que irán a formar la clase dirigente de mañana” (Terracini). En cambio sus defectos pueden causar vicios de formación de muy difícil, si no imposible, corrección ulterior. Obtener programas estables, hechos por “profesores que hayan cumplido estudios superiores en la materia y tengan algunos años de experiencia en la docencia” (Bula), es el primer paso necesario para evitar que el primer contacto serio con la matemática produzca el rechazo casi general que hoy despierta, y para dar un fundamento inicial sólido y equilibrado a los conocimientos del futuro matemático. No debe olvidarse sin embargo que “todos los programas son buenos, si apenas son tolerables, con tal que no sean demasiado rígidos, para dejar una cierta libertad de interpretación a los buenos profesores; a los malos, ninguna prescripción programática, podrá volverlos buenos” (Levi).

El segundo paso, más importante aún que el primero, debe ser la designación de matemáticos auténticos para desempeñar las cátedras secundarias, pues “para despertar vocación por la matemática hay que saber enseñarla y para ello hay que entenderla. Para esto se necesita tener un conocimiento acabado y completo del campo que abarca, de las cuestiones de fundamento, de la evolución del pensamiento matemático, de la orientación de la ciencia de acuerdo con los modernos avances, de los problemas que aun esperan solución. Este conocimiento sólo están en condiciones de poseerlo, quienes habiendo cumplido un ciclo formativo de estudios especializados, se han dedicado al cultivo de la ciencia, y es a estas personas a quienes se deberá encomendar la importante y básica tarea de la enseñanza” (Bula).

“Para que el profesor secundario pueda cumplir con su tarea, es preciso que: a) tenga la mejor preparación específica posible; b) pueda perfeccionarse continuamente; c) no esté distraído, ni alejado de su tarea docente por otras ocupaciones o preocupaciones profesionales” (Terracini). La dedicación completa a la docencia en el ciclo secundario es preconizada por todos quienes se ocupan de este aspecto del problema (Cernuschi, Dieulefait, Durañona Vedia y Sagastume Berra, Levi, Terracini). Las ventajas para la enseñanza son obvias y algunas quedan puestas de manifiesto en los párrafos anteriores. Pero es preciso que las tareas docentes no sean excesivas, pues de otro modo no hay la posibilidad del perfeccionamiento continuo. “El ser matemático no es una cuestión “dada” para siempre, sino prevalentemente una función, cuyo mantenimiento debe cuidarse y asegurarse” (Dieulefait). Es difícil establecer un límite máximo de labor docente: Cernuschi propone 20 horas semanales, lo cual es probablemente excesivo, Dieulefait dos cátedras (12 horas). Durañona Vedia y Sagastume Berra sugieren la conveniencia de establecer un escalafón con disminución progresiva de horas de enseñanza y aumento de emolumentos. Lo importante es que al profesor de enseñanza se-

cundaria le quede tiempo para el estudio y la investigación científica, únicos medios de mantenerse activo y fresco y de no caer en una rutina que mata todo entusiasmo. No debe olvidarse que la adolescencia es la edad en que el entusiasmo y la depresión alternan, y que es fácil darle al joven el impulso iniciar que ha de conducirle quizás a grandes destinos, o anular para siempre, o cuando menos torcer o apocar, el desarrollo de una vocación incipiente.

.....

Es preciso tener bien presente que en la actualidad el país cuenta con un número muy reducido de matemáticos, y que es de primera necesidad el formarlos por la ampliación y perfeccionamiento de los cursos universitarios de matemática; “no es necesario para ello pensar en crear nuevas Facultades o escuelas especiales costosas” (Dieulefait). Pero es necesario organizar cursos en los cuales la matemática sea la primera consideración y el objeto primario la formación y de matemáticos capaces de pensar en forma original. Mientras no hayan en nuestras Universidades, Facultades de Ciencias dedicadas a cultivar disciplinas sin aplicación profesional inmediata y a preparar hombres de ciencia, estos cursos podrán estar en otras Facultades, como las de ingeniería o ciencias económicas, pero debe dárseles jerarquía y vida propias. Esto no quiere decir que deben ser aislados de otras ciencias, por el contrario conviene que vayan unidos a los de física, pues “no es posible y no es conveniente separar las dos ramas científicas que toda historia del pensamiento nos muestra que siempre han caminado juntas” (Levi). La vinculación con el estudio de ciencias concretas tienen ventajas, pues no sólo da conocimientos de mayor aplicación sino también que es beneficioso para el estudio de la matemática, pues si bien es cierto que “es muy raro que se haya inventado una teoría matemática para resolver determinado problema físico o técnico planteado *a priori*” (Durañona Vedia y Sagastume Berra), “la matemática progresará en forma más rápida y vigorosa cuando se trate de fomentar por igual los estudios de matemática pura que los de matemática aplicada” (Cernuschi).

Los profesores universitarios “deben ser investigadores” (Terracini). Dieulefait, Levi, Terracini y otros hacen notar las ventajas recíprocas que hay para el investigador y para el alumno en esta asociación de la labor docente y de investigación original. En la docencia el matemático halla esa “rutina” que lo mantiene constantemente activo, como la recolección de hechos mantiene activo al que cultiva las ciencias naturales; pues no debe olvidarse que la producción matemática es eminentemente discontinua, dada su naturaleza puramente intelectual, como lo hacen notar Levi y Santaló. Por su misma naturaleza la matemática es absorbente y requiere una dedicación completa para poder florecer. De ahí que el acuerdo sea unánime en que el profesor de matemática, tanto universitario como secundario, sea remunerado en forma adecuada para no dedicarse a otra cosa que a su tarea científica y docente. Esta remuneración debe ser suficiente para permitirle vivir sin preocupaciones de índole económica, pero no son necesarios sueldos principeseos, pues “el hombre de ciencia sabe que el estudio y la cultura son en primer lugar una

satisfacción moral, a la cual se puede sacrificar alguna ventaja material” (Levi).

La cátedra universitaria debe ser un centro de investigación científica, de otro modo no puede desempeñar bien su papel docente de mayor trascendencia, el de despertar vocación y dar los medios intelectuales para que se prosiga la tarea de ensanchar los límites de la verdad y transmitir ésta a las generaciones futuras. El profesor universitario necesita tiempo y tranquilidad para dedicar su pensamiento a la búsqueda original, no debe estar recargado de tareas docentes. “En ninguna circunstancia deberá permitirse que un profesor de una universidad lo sea al mismo tiempo de otra”, pues ello no sólo redundaría en perjuicio de su propia eficacia, sino que “impide la formación de otros profesores dedicados a la misma materia o materias afines, y la beneficiosa emulación que de ello resulta” (Guitarte). Es también perniciosa la costumbre de acumular cátedras aun dentro de una misma universidad (Guitarte), pues, se multiplican las tareas docentes y tiende a convertirse en rutinaria la labor del profesor.

Los profesores tienen la necesidad de renovarse intelectualmente para evitar el decaimiento del entusiasmo. La investigación original es el más eficaz de los medios profilácticos contra la “fossilización precoz”, pero hay otro, muy útil, puesto en práctica en otros países: los viajes al extranjero. “Debe darse a los profesores ayuda y facilidades para que puedan cada 5 o 6 años visitar universidades e institutos del extranjero, estableciendo un contacto, que es indispensable, con otros maestros” (Guitarte).

La necesidad de que el profesor tenga tiempo para hacer investigaciones es una primera razón para asociarle auxiliares en la enseñanza, dedicados también por completo a cultivar su ciencia. Pero no es la única razón: en esos auxiliares están los profesores, investigadores y expertos del futuro. La formación de un hombre de ciencia o de un especialista no ha concluido con la graduación universitaria, puede decirse que con ella recién empieza la etapa final y definitiva.

Para despertar la afición a la matemática que ha de llevar a la especialización, se ha propuesto la publicación de revistas de divulgación dirigidas a los estudiantes secundarios y universitarios en las cuales “se expondrán teorías en forma elemental, se plantearán cuestiones y problemas, proponiéndose temas sencillos de investigación” (Gaspar), se añadirán notas biográficas y todo cuanto atraiga la atención y el interés por la matemática. Tal parece ser en gran parte el objeto de “*Mathematicae notae*”, según el profesor Levi. Igual resultado se obtendrá por medio de concursos, con premios de libros de matemáticas, becas o ayudantías en institutos de matemáticas.

El medio más eficaz será la creación de becas o de cargos rentados en los institutos de matemática para que, graduados que hayan demostrado tener aptitudes y vocación puedan proseguir sus estudios (Bula, Durañona Vedia y Sagastume Berra, Gaspar, Guitarte, Levi, Terracini, etc.). Las becas al exterior, para que jóvenes que ya han demostrado su capacidad puedan completar su formación en centros de estudios del extranjero, tienen en esta ciencia como en las demás una importancia grande y numerosos informantes así

lo han propuesto. No debe olvidarse sin embargo, que las becas son tan sólo para períodos breves y que a su regreso estos jóvenes deben tener un puesto de trabajo adecuadamente remunerado para proseguir su actividad, de ahí la importancia de expandir su utilización como auxiliares de las demás ciencias, de la economía, de la industria, etc. y de asegurarles a ellos las cátedras de matemática de la enseñanza secundaria.

Se puede estimular la producción científica por medio de premios pero no conviene otorgarlos "antes de que haya transcurrido un intervalo suficiente como para que el trabajo publicado haya podido ser conocido por muchos y en otros países" (Guitarte). De ese modo se podrá apreciar mejor el verdadero valor del trabajo.

.....

El informe del profesor BIRKHOFF, traducido, dice así:

Queridos colegas:

Tengo el agrado de enviarles mi respuesta a su importante pregunta: "Qué debe hacerse para el adelanto de la Matemática en la Argentina", que me formula en su amable carta del 30 de junio.

A mi juicio, *lo más vital en este momento*, es dar una oportunidad razonable a los jóvenes que verdaderamente prometen, para que puedan continuar su trabajo matemático. Tales jóvenes deben conseguir a los 25 años de edad una remuneración que les permita subvenir a sus gastos, sin tener más de 10 ó 12 horas de enseñanza por semana, y habiéndola obtenido, no permitirles que aumenten sus salarios realizando ninguna otra tarea. A la edad de 30 años deben tener asegurada una posición estable en la comunidad, en una ocupación "full-time", si han demostrado habilidad para investigar y alcanzar resultados.

Creo que está en el mayor interés de cualquiera universidad o de cualquier gobierno hacer todo lo posible para ayudar en esta forma a los jóvenes matemáticos verdaderamente dotados. Estos jóvenes se pueden encontrar sin dificultad y es preciso que reciban todo el apoyo posible.

Sin duda, observaciones semejantes pueden aplicarse a otros campos de la ciencia, pero actualmente me parecen especialmente adecuadas a la matemática, porque ella está en una situación particularmente promisoria en este país.

Creo que el adelanto actual logrado en la Argentina demuestra que en este país incumbe a las universidades mismas la responsabilidad de estimular y desarrollar a los hombres jóvenes capaces para que realicen una carrera científica, lo que se conseguirá dándoles mejores condiciones para el trabajo que han elegido. Además, me parece que sería muy importante que se constituyera una Comisión nacional, de la más alta calidad científica, autorizada para conceder becas y estipendios adicionales a los hombres sobresalientes que representan promesas para apoyarlos durante sus años más difíciles, a fin de los cuales las universidades estarían capacitadas para reconocer su trabajo por medio de apropiadas posiciones "full-time".

(Fdo.): GEORGE D. BIRKHOFF.