"Se ad ogni punto x di un campo connesso C o del contorno corrisponde un valore ed uno solo della quantitá X, e ad ogni x corrisponde un tale intorno che i valori di $|X|$ corrispondenti ai punti dell'intorno abbiano un limite inferiore diverso da zero, si potrá assegnare un numero positivo M e diverso da zero, tale che per tutto il campo C sia $|X| > M$."

El lector observará inmediatamente que este enunciado restringido es correcto y se deduce inmediatamente del lema de Borel en cualquier espacio métrico, lo que no acontece con el lema modificado que hemos propuesto. Quede a cargo del lector comprobar la ventaja que ofrece éste al aplicarlo a las diversas cuestiones en que suele hacerse uso del lema de Borel.

20 marzo 1943.

CUESTIONES ELEMENTALES

17. Calcular el determinante de Vandermonde sustituyendo las potencias por factoriales de diferencia d, con igual base y grado que los de las potencias.

18. — Dados dos planos y un punto P no situado en ellos, se consideran todas las superficies esféricas que pasan por este punto P y son tangentes a los dos planos. Se pide el lugar geométrico de los puntos de contacto y el estudio del cono de vértice P que forman los radios de dichas esferas.

(Este problema fué propuesto en 1877 en el último curso de bachillerato francés y el alumno Enrique Bergson, que entonces contaba 17 años, dió una solución elegante).

19. — Resolver las ecuaciones siguientes:

$$x\,! + 1 = (x+1)^2 \qquad\qquad x^x - x = 4\,x\,!.$$

20. Calcular las integrales siguientes:

$$\int_0^\infty \operatorname{sen} ax.\ \operatorname{sen} bx.\ \operatorname{sen} cx \frac{dx}{x}$$

$$\int_0^\infty \operatorname{sen} ax.\ \operatorname{sen} bx.\ \cos cx.\ \frac{dx}{x}$$

$$\int_0^\infty \operatorname{sen} ax.\ \cos bx.\ \cos cx.\ \frac{dx}{x}$$

siendo a, b, c números reales cualesquiera. Discusión.