VARIA

15. *Sobre un ejemplo de Newton.*

Newton dió la explicación de su método de aproximación de las raíces de las ecuaciones numéricas con el ejemplo $x^3 - 2x - 5 = 0$, partiendo del valor $x_1 = 2$ aproximado por defecto con error menor que 0,1 y con la sustitución $x = 2 + y$ obtiene una nueva aproximación $y_1 = 0{,}1$ eliminando en el polinomio en y las potencias superiores a la primera; reiterando el procedimiento llega a $y = 0{,}1 + z$; $z = -0{,}0054 + u$; $u_1 = -0{,}00004853$ con lo que obtiene el valor de la raíz $x = 2{,}09455147$.

Aunque el método se encuentra substancialmente en *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* de 1666, aparece publicado por primera vez en el *Treatise of Algebra* de Wallis de 1685.

El procedimiento actual que consiste en ir calculando las aproximaciones sucesivas mediante la fórmula $x_{i+1} = x_i - \dfrac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ sin transformar la ecuación inicial, fué dado por Joseph Raphson (1646-1715) en su *Analysis aequationum universalis* de 1690, donde, es claro, Raphson en lugar de $f(x_i)$ y $f'(x_i)$ toma polinomios. Con el ejemplo de Newton y partiendo del valor $x_1 = 2$ Raphson hubiera obtenido las aproximaciones sucesivas $x_2 = 2{,}1$; $x_3 = 2{,}0946$; $x_4 = 2{,}09455147$ calculando siempre $f(x_i)$ y $f'(x_i)$ como los dos últimos coeficientes del desarrollo de $f(x + x_i)$.

En cuanto al importante perfeccionamiento del método según el cual, dado el intervalo (a,b) tal que $a < x < b$ debe aplicarse la fórmula anterior en el extremo c tal que $f(c)f''(c) > 0$, él se debe a Fourier, quien lo dió en *Question d'Analyse algébrique* de 1818. Es curioso observar que aplicado este perfeccionamiento de Fourier al ejemplo de Newton, sabiendo que $2 < x < 2{,}1$ debe partirse del extremo $x_1 = 2{,}1$ y no de $x_1 = 2$ como lo hizo Newton. El conveniente ejemplo elegido salvó a Newton de que la tangente a la curva en el punto $(2; -1)$ cortara al eje fuera del intervalo $(2;\ 2{,}1)$.