LA SUSTITUCION LINEAL EN LA TRANSFORMACION DE LAPLACE DOBLE

Resumen de la conferencia pronunciada por Dietrich H. Voelker en Córdoba el 22 de setiembre de 1951

En la teoría de la transformación de Laplace de dos variables hay la "operación de la sustitución lineal":

si

$$f(u, v) \text{ se transforma en } F(x, y)$$

vale

$$\text{(I)} \qquad f(au + bv, pu + qv) \text{ se transforma en } \frac{1}{D} F\left(\frac{qx - py}{D}, \frac{ay - bx}{D}\right)$$

$D = aq - bp > 0$ $\qquad$ $F = 0$ si por lo menos un argumento es negativo, si a, b, p, q son positivos, es decir a, b, y p, q son signos iguales.

Como las funciones transformadas —si la integral de la transformación converge absolutamente o si es integral de Lebesgue— deben cumplir las condiciones necesarias.

(a) que deben existir dos semiplanos derechos de regularidad para u y v.

(b) $f(u, v) \longrightarrow 0$ $\quad$ si $\Re u \longrightarrow \infty$
o $\Re v \longrightarrow \infty$,

parece esencial en (1) la condición que sign a = sign b y sign p = sign q; pues si consideramos el caso opuesto, es decir la función $f(au - bv, qv - pu)$ $((a, b, p, q > 0)$, parece que ella no pueda cumplir las condiciones (a) y (b): Para valores arbitrariamente grandes de $\Re u$ y $\Re v$ hay valores de u y v para las cuales se anulan los argumentos, de modo que siempre queda el peligro de polos situados arbitrariamente lejos a la derecha (p. ej. si *f* es racional), violándose la condición (a); y también parece ser violada la condición (b).

Sin embargo hay funciones que permiten la sustitución lineal con signos opuestos sin dejar de cumplir las condiciones (a) y (b), por ej.:

$$f(u, v) = \frac{1}{(qu + bv)\ (pu + av)} \qquad a, b, p, q > 0$$

$$f(au - bv, qv - pu) = \frac{1}{(aq - bp)^2} \frac{1}{uv},$$

Por lo tanto debe ser posible establecer la análoga de (1) con coeficientes de signos opuestos. El cálculo da:

(II) $\quad f(au - bv, qv - pu)$ se transforma en

$$\begin{cases} \dfrac{1}{D} F\left(\dfrac{qx + py}{D}, \dfrac{bx + ay}{D}\right) & \text{si } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \\ 0 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } y < 0 \end{cases}$$

$D = aq - bp > 0 \qquad a, b, p, q > 0$

Si un miembro de la relación existe como función original resp. transformada, existe también el otro como función transformada resp. original y vale la relación. La condición necesaria y suficiente para que el 2º miembro de la (II) sea función original, es que F (x, y) misma tenga la propiedad de ser función original y de desaparecer en el 1º cuadrante en los ángulos entre el eje x y la recta $y = \frac{b}{q} x$, y entre el eje y y la recta $y = \frac{a}{p} x$.

El resultado obtenido también puede interpretarse así: La propiedad, que una función transformada f (u, v) sigue cumpliendo las condiciones (a) y (b) en el caso de una sustitución lineal con coeficientes reales de signos opuesto —lo que es una propiedad analítica—, se reduce el campo de las funciones antitransformadas a la simple condición que la función antitransformada F (x, y) sea igual a cero dentro de dos ciertos espacios angulares, lo que es una propiedad real y elemental, como la función real F (x, y) no debe ser ni siquiera contínua sino solamente integrable.

CRONICA

EL COLOQUIO DE PUNTA DEL ESTE

Entre los días 19 a 21 de diciembre de 1951 se realizó en Punta de Este (República Oriental del Uruguay) un Coloquio organizado por el Centro de Cooperación Científica para América Latina de la UNESCO, con la colaboración del Instituto de Matemática y Estadística de la Facultad de Ingeniería de Montevideo, sobre "Algunos problemas matemáticos que se estan estudiando en Latinoamérica".

Intervinieron en este Coloquio, como ponentes o invitados, 18 matemáticos de Latinoamérica: Cotlar, Damköhler, Doetsch, Durañona y Vedia, Fränz, González Domínguez, Pi Calleja, Santaló (Argentina); Murnaghan, Nachbin (Brasil); Frucht (Chile); González (Cuba); Graëff Fernández (México); Thullen (Paraguay); García (Perú); Halmos, Laguardia, Villegas Muñé (Uruguay).

Las ponencias presentadas y discutidas fueron las siguientes:

Problemas sobre espacios de Hilbert (Prof. P. Halmos).

Problemas sobre Análisis funcional (Prof. L. Nachbin).

Problemas sobre Geometría integral (Prof. L. Santaló).

Problemas sobre Cálculo de variaciones (Prof. W. Damköhler).

Problemas sobre Matemática Aplicada (Prof. F. Murnaghan).

Problemas sobre Teoría ergódica (Prof. M. Cotlar, presentado por el Prof. P. Pi Calleja).

Problemas sobre Ecuaciones diferenciales (Prof. M. González).

Problemas sobre distribuciones (Prof. A. González Domínguez).

Problemas sobre Funciones de varias Variables complejas (Prof. P. Thullen).

Problemas sobre la Teoría de la Gravitación de Birkhoff (Prof. C. Graëff).