UNION MATEMATICA ARGENTINA

REUNION DEL 3 DE DICIEMBRE DE 1955

Resúmenes o títulos de comunicaciones

Dr. MISCHA COTLAR (Instituto de Matemática de la Universidad Nacional de Cuyo): *Una desigualdad combinatoria con aplicación a espacios de Hilbert.*

Decimos que un operador T sobre un espacio de Hilbert admite una descomposición "casi ortogonal" si $T = T_1 + \ldots + T_n$ donde $||T_i T_j|| \leq 2 - |i-j|$, $||T_i|| \leq 1$, $T_i T_j = T_j T_i$. Probamos que en tal caso es $||T|| \leq 8$. La demostración es consecuencia de un lema combinatorio elemental.

Una teoría unificada para transformadas de Hilbert y teoremas ergódicos

Lusin, Zygmund y otros han insistido sobre la analogía entre la teoría de derivación, o más general la Teoría ergódica, y las transformadas de Hibert. Sin embargo ambas teorías son tratadas por métodos enteramente diferentes. En este trabajo damos una teoría general que contiene como casos particulares a la de transformadas de Hilbert y la teoría ergódica: sea $R_n = [x]$ el espacio n-dimensional, $K(x)$ una función integrable y $Ki(x) = 2^{-ni} K(2 - ix)$, $i = \pm 1 \pm 2, \ldots$ Por otra parte sea $\Omega = [P]$ un espacio abstracto con una medida n y un grupo $[\delta ' x]$, $x \in R^n$, de transformaciones equimedibles. Para todo $m = 1,2,\ldots$ definimos el operador

$$H_{mf}(P) = \sum_{i=-m}^{m} \int_{Rn} f(\delta x P)\, Ki\,(x)\, dx.$$

Probamos que bajo ciertas condiciones valen estos teoremas:

1) $Hmf(P)$ converge puntualmente a un límite $Hf(P)$, para toda una función $F \in /P(\Omega, n)$ y todo $p \geq 1$.

2) Si $p = 1$, vale la convergencia en media $-P$.

3) Si $Mf(P) = \sup_n H_m f(1)$ y $p > 1$, entonces Mf es un operador acotado sobre $< P$.

Para $\Omega = R^1$, $\delta\, xt = x + t$, $K(x) = \dfrac{1}{x}$ si $1 \leq |x| \leq 2$ y cero en los demás puntos, se obtiene la transformada ordinaria de Hilbert, y 1), 2) y 3) se convierten en los teoremas de Lusin, Riesz y Kolmogoroff.

Para $\Omega = R^n$, $xt = x + t$, $K(x) w(x)/|x|^n$ si $1 \leq |x| \leq 2$ y cero en demás puntos, se obtienen los resutlados recientes de Zygmund y Calderón.

Para $K(x) = 1$ si $|x| < 1$, $K(x) = +1$ si $1 \leq |x| \leq 2$ se obtienen los teoremas ergódicos de Birkhoff, von Neumann y Wiener.

Usando los teoremas tauberianos de Wiener, Beurling, Kaplansky, la teoría se extiende a funciones $K(x)$ definidas sobre un grupo localmente compacto $G = [x]$ en vez del espacio R^n.

Dr. GERMÁN FERNÁNDEZ (Observatorio Astronómico de La Plata; Facultad de Ciencias Físicomatemáticas): *Propiedades afines de la superficie* $x = u^2 - v^2,\ y = uv,\ z = uw,\ t = vw:\ (u^2 + v^2 + w^2 = 1)$.

Es conocido (ver: "Anschauliche Geometrie", D. Hilbert - S. Cohn Vossen que la superficie algebraica S_2

$$(1) \qquad x = u^2 - v^2,\ y = uv,\ z = uw,\ t = vw, \text{ donde } u^2 + v^2 + w^2 = 1,$$

del espacio euclideano S_4, es topológicamente equivalente al plano proyectivo y se encuentra libre de singularidades.

Consideremos en S_4 el brupo de afinidades unimodulares

$$x_i = a_i^k \ x_k + b_i\,,\ \det |a_i^k| = 1,\ (i,k = 1,\ldots,4).$$

Si adaptamos a (1) un 4–édro móvil de Darboux-Cartan ligado afín a los puntos de S_2, se obtiene la "repère afin de Frénèt" de cuyos coeficientes y formas diferenciales resultarán los invariantes afines de la superficie.

Dr. ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ - S. VAGI (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales: Comisión Nacional de Energía Atómica):

Es sabido que el producto multiplicativo de distribuciones S' no está definido en general. Proponemos una definición para el caso particular (pero importante en las aplicaciones), del producto de distribuciones *causales* o *anticausales*. De esta definición se deduce la fórmula:

$$pf.\frac{1}{x^{n+1}}\,\delta^{(n)} = \frac{(n!)\,(-1)^{n+1}}{2\,(n+1)\,!}\,\delta^{(2n+1)}$$

Para $n = 0$ se obtiene

$$\frac{\delta}{x} = -\frac{1}{2}\,\delta'.$$

Esta fórmula desempeña papel importante en electrodinámica cuántica.

Ing. JUAN B. KERVOR (Facultad de Ciencias Físicomatemáticas de La Plata): *Extensión de la Integral de Cauchy a la región infinita del plano.*

Se considera la integral de Cauchy en la región infinita del plano, obteniéndose para el caso de una función meromorfa con un número finito de polos, una fórmula general, que permite descomponer dicha función en fracciones racionales, mediante la consideración del residuo para el punto del infinito. Después se trata el caso de una función meromorfa con un número infinito de polos, con un punto singular esencial para z igual infinito.

Se introduce por analogía, el concepto de residuo para dicho punto singular esencial, llegándose a la notable comprobación, que para cierta clase de funciones meromorfas, el residuo para el punto singular esencial z igual infinito, es la semisuma de los dos valores excepcionales de Picard.

Prof. Gregorio Klimovsky - Dr. Rodolfo Ricabarra (Instituto de Matemática, Mendoza): *Proposición equivalente a la "Hipótesis del Continuo".*

Diremos que un conjunto totalmente ordenado E es de "tipo (M)" si cumple las siguientes condiciones: a) E es denso; b) E contiene un subconjunto denso en E de potencia N_1; c) Toda sucesión numerable decreciente de "porciones" de E interseca en otra "porción" de E (donde por "porción" de un conjunto totalmente ordenado T entendemos un subconjunto de T, con más de un elemento, que contiene todo segmento con extremos en tal subconjunto).

Ser P la proposición que afirma la existencia de conjuntos de tipo (M). Bajo el supuesto de la validez del axioma de Zermelo, se demuestra que P es lógicamente equivalente a H (donde H es la "hipótesis del continuo", según la cual $N_1 = c$, siendo $c = 2\,N_0$).

Se demuestran algunas propiedades de tales conjuntos de tipo (M) entre ellas la siguiente:

Si E y E' son conjuntos totalmente ordenados, con primero y último elementos, y ambos de tipo (M), entonces E y E' son isomorfos.

Es decir, salvo la exigencia de poseer primero y último elementos, el tipo (M) es un "tipo de orden" en el sentido de Cantor. En consecuencia, un conjunto totalmente ordenado E (con primero y último elementos) de tipo (M) es homogéneo, o sea, isomorfo a cualquiera de sus segmentos.

Dr. G. Lumer (Universidad de Montevideo): *The range of the exponential funcion.*

If B is a Banach algebra, then the function $\exp x = \sum_{1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ is defined for every $x \in B$. On the other hand consider the set G of all regular (invertible) elements of B. G is an open group (the maximal group) and the component K, containing the identity of B is called the kernel. One shows easily that if R is the range of the exponiental function, i. e. $R = [\exp x : x \in B]$, then $R \in K$. If furthermore B is commutative then it is known that $R = K$.

However in the non-commutative case, has been in doubt for several years if the last mentioned relation still holds or not.

Our present purpose is to show that the relation $R = X$ need not hold for noncocommutative Banach algebras. Moreover it is never true for the algebra of operators on any infinite dimensional Hilbert space: in this case, R is not even dense in K.

Dr. G. Lumer (Universidad de Montevideo): *Reversos en algebras localmente compactas y un problema.*

Si A es un anillo y $a \in A$, se dice que B es el reverso de a si se verifica

$$a + B + ab = 0 \qquad a + b + ba = 0.$$

Es bien sabido que en un algebra de Banach B el conjunto de elementos reversibles es abierto. Esto resulta de que si $x \in B$, $||x|| < 1$, $\sum_1^{\infty} (-x)^n$ converge y es el reverso de x. El reverso es función continua de x lo que resulta de acotar la serie anterior, etc.

Queremos señalar que en el caso de un algebra topológica localmente convexa, localmente compacta A, los resultados análogos se obtienen elegantemente del teorema de puntos fijos de Tychonoff.

Dr. PEDRO PI CALLEJA (Facultad de Ciencias Fisicomatemáticas, La Plata): *Sobre la Integral de Lebesgue en conjuntos de medida infinita.*

La definición de Rey Pastor de integral de Lebesgue de una función medible finita o infinita (Elementos de la Teoría de Funciones, 3ª ed., Madrid, Bs. As., 1953), mediante la integral de Cauchy-Riemann de una función monótona de medida del integrando es también aplicable sin nuevas convenciones al caso de que el conjunto de definición sea de medida infinita. Entonces, puede formularse un lema que reduce el valor de la integral en este caso al de la integral en un conjunto de medida finita a menos de un error tan pequeño como se quiera y aplicarlo a completar y precisar las notables y sencillas demostraciones de Rey Pastor de las propiedades clásicas de la integral de Lebesgue, tal la de representar una función de conjunto infinitamente aditiva o los teoremas de convergencia de Lebesgue, Fatou y Beppo Levi, sólo expuestos con la deseable generalidad y mucho más penosamente en algunos textos clásicos (Kestelman, Carathéodory, etc.), cuando no se adopta como definición de integral una que por el paso al límite de las escalonadas, incluya implícitamente dichos teoremas de convergencia (tal como hacen los textos de Saks, Riesz, etc.).

Dr. L. A. SANTALÓ (Facultad de Fisicomatemáticas, La Plata): *Sobre la distribución de las áreas de las secciones planas de un cuerpo convexo.*

Dr. SAMUEL SELZER (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Buenos Aires): *Sobre el método de Newton de limitación de las raíces reales de una ecuación algebraica.*

Sobre las relaciones simétricas y transitivas entre los elementos de un conjunto

Dr. PEDRO E. ZADUNAISKY (Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Buenos Aires): *Resolución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, con elevado número de incógnitas, por el método de iteración en grupos, utilizado máquinas calculadoras automáticas.*

Dr. EDUARDO H. ZARANTONELLO (Departamento de Investigaciones Científicas, Mendoza): *Acotación de las soluciones de las ecuaciones integrales que rigen los movimientos fluídos cavitantes.*