

IV. RESÚMENES DE COMUNICACIONES

ACERCA DE LA EXISTENCIA DE SOLUCIONES ACOTADAS Y PERIÓDICAS DE SISTEMAS CASI LINEALES DE ECUACIONES DIFERENCIALES

JOSÉ L. MASSERA
(Universidad de la República, Uruguay)

Sea

$$\dot{x} + A(t)x = h(x, t) \quad (1)$$

una ecuación casi lineal y

$$\dot{x} + A(t)x = 0 \quad (2)$$

la correspondiente ecuación lineal homogénea. Se supone que $t \in J = [0, \infty]$, x es un elemento de un espacio de Banach reflexivo X , $A(t) \in \tilde{X}$ (espacio de endomorfismos de X) para cada valor de $t \in J$, siendo $A(t)$, como función de t , integrable (Bochner-uniforme) en cada subintervalo finito de J . Se supone además que las soluciones de (2) admiten una dicotomía exponencial engendrada por el subespacio X_0 y un subespacio complementario X_1 .

En estas condiciones, vale el siguiente teorema, que generaliza resultados de Demidovic y Corduneanu:

Teorema 1:

Sea $h(x, t)$ una función débilmente continua de $X \times J$ en X tal que $||| h(x, t) ||| \leq \varphi(||x||)$, en que $\varphi(r)$ es una función definida y continua para $r \geq 0$, $\varphi(r) = 0(r)$ para $r \rightarrow \infty$. Entonces, para cada $\varphi_0 \in X_0$ existe al menos una solución $x(t, \zeta_0)$ de (1) acotada en J y tal que la proyección de $x(0, \zeta_0)$ sobre X_1 es ζ_0 .

Análogamente se demuestra

Teorema 2:

Si se satisfacen las hipótesis del Teorema 1 y, además, $A(t)$ y $h(x, t)$ son funciones periódicas de t de período 1, existe al menos una solución de (1) que es periódica de período 1.

Las demostraciones se basan en la aplicación del teorema de puntos fijos de Tychonoff.

SOBRE UNA SERIE DE POTENCIAS DEL OPERADOR DIFERENCIAL s

FÉLIX E. HERRERA
(Universidad Nacional de Tucumán, Argentina)

Según un criterio de Ryll-Nardzewski, la serie de potencias del operador diferencial s :

$$\alpha_0 + \alpha_1 \lambda s + \alpha_2 \lambda^2 s^2 + \dots \quad (1)$$

con coeficientes α_n complejos, diverge para todo $\lambda \neq 0$ si:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} n^n |\alpha_n| > 0 \quad (2)$$

En particular, la serie

$$1 - \lambda s + \lambda^2 s^2 - \lambda^3 s^3 + \dots \quad (3)$$

diverge para todo $\lambda \neq 0$.

El resultado mencionado plantea de manera natural la siguiente pregunta: ¿será posible, de alguna manera o de otra, asignar un sentido a series del tipo (1) cuando vale la desigualdad (2)?

Mediante la introducción de conceptos de naturaleza asintótica para operadores pertenecientes a una cierta clase, se da con referencia a la serie (3) una contestación afirmativa a la pregunta, demostrándose que:

$$\left\{ \frac{1}{\lambda} e^{-(1/\lambda)t} \right\} = 1 - \lambda s + \lambda^2 s^2 - \lambda^3 s^3 + \dots \text{ cuando } t \rightarrow \infty.$$

ESTUDIO EN GRANDE Y DE LOS PUNTOS CRITICOS EN EL INFINITO DE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES

HERMINIO R. SBARRA
(Universidad de Buenos Aires, Argentina)

Sea el sistema

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = F(\bar{v}) = \sum_{s=m}^n F_s(\bar{v})$$

donde $F(\bar{v})$ es una función vectorial real del vector n -dimensional $v = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ y $F_s(\bar{v})$ es el vector cuyas componentes son términos de grado s en $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Trabajando en el espacio proyectivo, se hace una transformación de él mismo sobre la n -bola $\rho^2 = x_1^2 + \dots + x_n^2 \leq 1$, los puntos críticos que corresponden a la dirección de los rayos invariantes, aparecen ahora sobre los mismos y en la n -esfera $\rho = 1$. Por una aproximación lineal u homogénea quedan perfectamente caracterizados en su estructura topológica. Aplicado especialmente al espacio de tres dimensiones, se consigue establecer un teorema equivalente al de Poincaré-Euler, dando el índice de la variedad tridimensional como suma de los índices de todos los puntos críticos.

PROBLEMA DE AFIJACION OPTIMA EN MUESTREO ESTRATIFICADO POLIVARIANTE

ENRIQUE CANSADO

(Centro Americano de Enseñanza de estadística económica
y financiera de Santiago, Chile)

En las aplicaciones de muestreo estadístico es corriente que se pretenda estimar simultáneamente, mediante una sola muestra, parámetros poblacionales (medias, totales, etc.), de varias variables. Cuando la población ha sido dividida en estratos se presenta el problema de afijación (o distribución) de la muestra entre los diferentes estratos. Y ocurre que la afijación óptima para la estimación del parámetro de una variable no coincide (y puede diferir sustancialmente) de la afijación óptima en relación con otra u otras de las variables. Se trata así de encontrar un compromiso satisfactorio entre las afijaciones óptimas en relación con cada una de las variables.

Aunque el problema fue ya planteado en 1954, por J. Neyman, no se dispone aún de una solución de este problema. Siguiendo una sugerencia de T. Dalenius (1954) puede plantearse el problema de "programación" no lineal.

Después de explorar la posibilidad de plantearlo como un problema de programación lineal, se considera un método de cálculo numérico para resolver el problema no lineal.

PROPIEDADES DE LA SOLUCION DE LA ECUACION FUNCIONAL DE RICHARD BELLMAN

ELSA A. DE CHIOSSONE
(C.I.T.E.F.A., Argentina)

§1. — *Planteo del problema. Ecuación funcional de Richard Bellman.*

La ecuación que plantea Richard Bellman en un proceso de múltiples etapas, aplicando su principio de optimalidad es la siguiente:

$$f(x) = \underset{0 \leq y(x) \leq x}{\text{Máx}} [g(y) + h(x - y) + f(ay + b(x - y))]$$

donde $y(x)$ es la política óptima que maximiza dicho funcional.

Estudiaremos algunas propiedades de las funciones h, g que luego aplicaremos a nuestro funcional.

§2. — *Introducción al estudio de la solución. Funciones convexas y cóncavas.*

Teoremas relativos a estas funciones que después aplicaremos a nuestra funcional.

§3. — *Propiedades de la solución $y(x)$ en nuestra ecuación funcional.*

Teorema 3.1: Bajo ciertas condiciones de convexidad

$$y(x) \text{ será } 0 \text{ o } = x.$$

Teorema 3.2: Bajo otras condiciones se concavidad $y(x)$ será única.

Teorema 3.º: Bajo otras condiciones de concavidad

$$y(x) \text{ será } = 0 \text{ o } = y.$$

APLICACIONES DE LA TEORIA DE LA PROGRAMACION DINAMICA

MARGARITA C. DE CAMPI
(C.I.T.E.F.A., Argentina)

La teoría de la programación dinámica formula un nuevo planteo de los problemas que surgen en el estudio de la sucesión de decisiones óptimas en un proceso de múltiples etapas. A esta política de acuerdo con el objetivo prefijado, se llega mediante el "principio de optimalidad" que permite la formulación matemática de la solución buscada.

En el presente trabajo se estudian dos modelos de distintas características:

a) La solución mediante programación dinámica de un problema de planta en la destilación de agua pesada. Determinación en un proceso de m cascadas con un enriquecimiento total prefijado, del enriquecimiento que debe elegirse en cada etapa para que el volumen de la planta sea mínimo.

b) Programación dinámica de un proceso estocástico. Una partícula se halla en uno de dos estados S o T ; se conoce la probabilidad p de que se encuentre en el estado T , y se dispone de dos decisiones en cada etapa que modifican dicha probabilidad. Se determina la política óptima que lleva con certeza la partícula de referencia al estado S en el menor tiempo posible.

SOBRE LA SINTESIS DE CIRCUITOS NO DISIPATIVOS A PARTIR DE SU MATRIZ DE SCATTERING

ALBERTO GONZÁLEZ DOMÍNGUEZ
(Universidad de Buenos Aires, Argentina)

La matriz de scattering de un n -puerto lineal pasivo de constantes concentradas (en general, no recíproco), es una matriz $F(p)$, ($p = x + iy$) de orden n , cuyos elementos son funciones racionales de p , de coeficientes reales, holomorfas en el semiplano completo de la derecha, que cumple las condiciones

$$I - F(p) F^*(p) \geq 0 \text{ en } \operatorname{Re} p \geq 0,$$

$$F(iy) \cdot F^*(iy) = I.$$

En esta comunicación damos procedimientos de síntesis para la clase indicada de n -puerto, cuando el dato es la correspondiente matriz de scattering. Nuestros procedimientos se basan en un teorema general que da una representación canónica de las matrices de scattering de la clase indicada por medio de un producto de Blaschke matricial. Este teorema se demuestra especializando adecuadamente un teorema de Potapov (*Trudi* de la Sociedad Matemática de Moscú, vol IV, 1955, pp. 125-235).

SIMPLIFICACION DE LOS TEOREMAS DE GÖDEL

JULIO REY PASTOR ⁽¹⁾
(Universidad de Buenos Aires, Argentina)

LINEARISATION DE LA LOGIQUE POSITIVE DE HILBERT BERNAYS

ANTONIO MONTEIRO
(Universidad Nacional del Sur, Argentina)

1. — Soit H une algèbre de Heyting généralisée et D un système déductif. Si H/D est totalement ordonné nous dirons que D est une ligne (ou un fil) de H . Le radical linéaire de H est l'intersection L de toutes les lignes de H . Si $L = \{1\}$, nous dirons que H est linéairement semi-simple ou, pour abréger, que H est linéaire.

Pour que H soit linéaire il faut et il suffit que:

I. — (Théoreme algébrique) l'une quelconque des conditions suivantes soit vérifiée:

- 1) $(a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow a) = 1$
- 2) $a \vee b = ((a \rightarrow b) \rightarrow b) \wedge ((b \rightarrow a) \rightarrow a)$
- 3) $(a \wedge b) \rightarrow c = (a \rightarrow c) \vee (b \rightarrow c)$
- 4) $a \rightarrow (b \vee c) = (a \rightarrow b) \vee (a \rightarrow c)$

(1) El Profesor Julio Rey Pastor falleció en Buenos Aires el 21 de febrero de 1962. La Unión Matemática Argentina y esta Revista, de las que Rey Pastor fue fundador y animador, no pueden en esta ocasión sino lamentar profundamente tan irreparable pérdida, que enluta a la ciencia hispanoamericana toda.

La comunicación presentada por Rey Pastor, de la cual no llegó a entregar resumen, fue la última presentación del Maestro en las reuniones de la Unión Matemática Argentina.

II. — (Théorème arithmétique) la famille de tous les systèmes ductifs irréductibles de $\bar{H}$, ordonnée par inclusion, soit une racine. (Une racine est un ensemble ordonné tel que l'ensemble des éléments qui suivent un élément donné soit totalement ordonné).

III. — (Théorème de représentation) H soit isomorphe à un sous-produit d'algèbres de Heyting généralisées totalement ordonnées.

En outre nous pouvons affirmer:

IV. — (Théorème de linéarisation) Pour que H/D soit linéaire il faut et il suffit que $L \leq D$. H/L est la plus grande image homomorphe linéaire de H .

2. — Soit H l'algèbre de Lindenbaum du calcul propositionnel positif de Hilbert-Bernays et soit g la puissance de l'ensemble des variables d'énoncé. Soit A l'algèbre de Lindenbaum du calcul propositionnel qu'on obtient en ajoutant l'axiome

$$(a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow a)$$

à ceux du calcul précédent. A est l'algèbre linéaire libre avec g générateurs et $A = H/L$.

Soit M l'ensemble des nombres $1 - 1/i$ ($i = 1, 2, \dots, n, \dots \infty$), M_n l'ensemble des nombres $1 - 1/i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) avec son ordre naturel et 1 l'élément désigné. M est une matrice caractéristique pour le calcul A , quel que soit g et il en est de même pour M_n si g est un nombre entier n .

Si B est une algèbre linéaire soit $P(B)$ la famille de toutes les fonctions de B^g dans B , qu'on obtient en interprétant les variables d'énoncé qui figurent dans une formule (bien formée) comme des variables sur B . Alors $P(M) = A$ quel que soit g et $P(M_n) = A$ si g est un entier n .

3. — Soit (A, C) une algèbre de fermeture (closure algebra). La famille H des ouverts de A est une algèbre de Heyting. Pour que H soit linéaire il faut et il suffit que: $C(Ca \wedge -Cb) \wedge C(-Ca \wedge Cb) = 0$. Cette condition est vérifiée dans: 1° les espaces hypernomaux de Hewitt; 2° les algèbres de Boole monadiques de Halmos; 3° l'algèbre de la mémoire considéré par Itoh dans l'étude des circuits.

SOBRE ALGEBRAS IMPLICATIVAS

ANTONIO DIEGO
(Universidad Nacional del Sur, Argentina)

La noción de álgebra implicativa, introducida por Henkin, puede definirse como un sistema $\langle A, \rightarrow \rangle$ verificando los axiomas:

- I) $(p \rightarrow p) \rightarrow p = p$
- II) $p \rightarrow p = q \rightarrow q$
- III) $p \rightarrow (q \rightarrow r) = (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$
- IV) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p) \rightarrow p = (q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow q$.

Poniendo $1 = p \rightarrow q$, la relación $\leq$ definida por

$$p \leq q \text{ equivale a } p \rightarrow q = 1$$

es de orden parcial sobre A , con 1 como último elemento.

Una parte D de A se dice un sistema deductivo (s.d) si

- a) $1 \in D$, b) $p, p \rightarrow q \in D$ implica $q \in D$.

Los s.d coinciden con los núcleos de los homomorfismos.

Teorema 1:

La familia A^ de todos los s.d de A , ordenada por inclusión, es un reticulado completo, con primero y último elemento, y vale:*

$$D \cap (V_i D_i) = V_i (D \cap D_i).$$

A^* es, por consiguiente, un álgebra de Heyting.

Teorema 2:

A es isomorfa a una subálgebra de $(A^)^*$.*

$D \in A^*$ se dice irreducible si:

$$D = D_1 \cap D_2 \text{ implica } D = D_1 \text{ ó } D = D_2.$$

Teorema 3:

"D irreducible" equivale a "dados $a, b \in D$ existe $c \in D$ tal que $a \leq c, b \leq c$ ".

Teorema 4:

Existen s.d. irreductibles minimales.

Skolem ha determinado el álgebra libre con dos generadores, que tiene catorce elementos.

Mediante una técnica empleada por Monteiro para las álgebras de Heyting lineales, consistente en representar al álgebra como una subálgebra del producto directo de sus cocientes por s.d. irreductibles minimales, se obtiene la construcción efectiva de las álgebras libres con un conjunto finito de generadores.

Resulta en particular que estas álgebras tienen un número finito de elementos. Para tres generadores ese número es seguramente inferior a $3 \cdot 10^{37}$.

En relación a la construcción del álgebra libre L^G con el conjunto finito G de generadores, es importante el

Teorema 5:

P es un s.d. irreductible minimal si y sólo si:

(i) $P \cap G = \phi$

(ii) *Existe $g \in G$ tal que P es un s.d. maximal entre los s.d. que no cobtienen a g.*

OPERACIONES SEUDOMORFIAS EN UN CUERPO

(Trabajo póstumo leído por el profesor ORLANDO VILLAMAYOR) ⁽¹⁾

ALBERTO E. SAGASTUME BERRA

(Universidad Nacional de La Plata, Argentina)

Una operación polinómica o ley polinómica de composición es una ley que a cada par ordenado de elementos a, b en un cuerpo K asigna otro elemento de K , que puede ser expresado por un polinomio en a, b con coeficientes en K . Se considera este tipo de operaciones, especialmente aquellas que poseen algunas de las propiedades más importantes consideradas ordinariamente entre las propiedades de los cuerpos. Por ejemplo, hay esencialmente

⁽¹⁾ Al iniciarse la reunión el presidente de la Unión Matemática Argentina, ingeniero José Babini, hizo presente la circunstancia dolorosa del reciente fallecimiento del doctor Sagastume Berra, dando una breve reseña acerca de la personalidad del extinto e invitando a los presentes a guardar de pie un minuto de silencio en memoria del matemático fallecido.

sólo cinco tipos que son asociativas. Ciertos pares de estas operaciones definen en el conjunto de elementos de K un nuevo cuerpo, llamado un pseudomorfo de K . Las expresiones de estos pseudomorfos en términos de K son las mismas que en término de cualquier otro pseudomorfo de K .

SOBRE OPERADORES HERMITIANOS PRIMITIVOS DE DIFERENCIA (m, m)

MISCHA COTLAR
(Universidad de Buenos Aires, Argentina)

Las teorías de Hamburger y de Krein dan condiciones para que un tal operador determine una representación del espacio mediante funciones analíticas de modo que el producto escalar sea dado por una medida. La demostración de Hamburger usa esencialmente la teoría de espacios fibrados. Aquí se da otra demostración, basada en la dualidad de espacios de funciones analíticas, que permite algunos perfeccionamientos.

ALGEBRA DE OPERADORES E DE FUNÇÕES CONTINUAS

LEOPOLDO NACHBIN
(Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas e Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, Brasil)

Sejam E um espaço vetorial topológico real e A uma álgebra de operadores em E , comutativa e contendo a unidade. Diremos que os operadores de A são semelhantemente limitados se as vizinhanças V de 0 , para as quais existe um número real $\lambda = \lambda(V, T) > 0$ tal que $T(V) \subset \lambda V$ para todo $T \in A$, formarem uma base de vizinhança de 0 . No caso de E ser um espaço normado, tal condição é automaticamente satisfeita. No caso em que E é uma álgebra real comutativa com unidade, topológica, localmente convexa linear e multiplicativamente, e $A = E$, essa condição também é satisfeita. Dada uma categoria $\mathcal{C}$ de álgebras reais, comutativas com unidades, onde supomos que, se uma álgebra pertence a $\mathcal{C}$, toda álgebra que lhe é isomorfa também pertence a $\mathcal{C}$,

diremos que E é localmente convexo sob A relativamente a $\mathcal{C}$, se as vizinhanças V de 0 tais que

$$V = \bigcap_{A/I \in \mathcal{C}} \{V + IE\}$$

formarem uma base de vizinhanças de 0, onde I indica um ideal de A e IE representa o subespaço vetorial de E gerado por todos $T(x)$, $T \in I$ e $x \in E$. Neste trabalho, provamos que, se E for localmente convexo sob A relativamente à categoria $\mathcal{D}_1$ das álgebras reais isomorfas ao corpo R dos números reais e os operadores de A forem semelhantemente limitados, então, sendo F um subespaço vetorial de E invariante sob A e A' a álgebra de operadores induzida por A em $E' = E/F$ por passagem ao quociente, E' será localmente convexo sob A' relativamente à categoria $\mathcal{D}_1$. A demonstração consiste numa redução ao caso em que E é normado e numa aplicação do teorema de aproximação de Weierstrass-Stone. A hipótese de que os operadores de A sejam semelhantemente limitados não é supérflua, sendo relacionada com o teorema de aproximação de Bernstein-Pollard (cfr Pollard, Proc. Amer. Math. Soc. 6, 1955; Malliavin, Amer. Jour. Math. 81, 1959). Uma álgebra real local é uma álgebra comutativa com unidades $\neq 0$, com um único ideal maximal. Uma álgebra real é dita de ordem diferencial finita quando ela for uma soma direta de um número finito de ideais, que são álgebras locais cujos ideais maximais $M_1, \dots, M_s$ satisfazem $M_1^{n_1} = \dots = M_s^{n_s} = 0$ para certos inteiros $n_1, \dots, n_s \geq 1$. Uma tal decomposição em soma direta é única, a menos da ordem na qual os ideais são numerados. Supondo que $n_1, \dots, n_s$ sejam os menores inteiros que satisfazem essas condições, a soma $n = \sum_i n_i$ é chamada de ordem diferencial da álgebra dada. Tomando como motivação certos resultados conhecidos (cfr Nachbin, Annals of Math. 70, 1959), conjecturamos que, se E for localmente convexo sob A relativamente à categoria $\mathcal{D}_n$ de todas as álgebras reais de ordem diferencial $\leq n$, e se os operadores de A forem semelhantemente limitados, então, sendo F um subespaço vetorial de E invariante sob A e A' a álgebra de operadores induzida por A em $E' = E/F$ por passagem ao quociente, E' será localmente convexo sob A' relativamente a $\mathcal{D}_n$. Tal conjectura, se verdadeira, contém como caso particular o teorema dos ideais de Whitney (cfr Whitney, Amer. Jour. Math. 70, 1948), constituindo uma generalização

abstrata desse teorema dentro do mesmo espírito no qual o teorema de Weierstrass-Stone generaliza o teorema de Weierstrass. O caso $n = 1$ corresponde às álgebras de funções reais contínuas, como resulta de um teorema de representação de E e A por tais funções num espaço completamente regular. O caso de $n \geq 1$ corresponde às funções diferenciáveis quaisquer. Um teorema de Kadison (cfr Kadison, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 43, 1957) pode, também, ser conjecturado numa forma mais geral, dentro desta ordem de idéias.

CLASSIFICAÇÃO DOS GRUPOS SEM TORÇÃO

CHAIN SAMUEL HÖNIG
(Universidade de São Paulo, Brasil)

O interesse pelos grupos sem torção foi despertado por um exemplo de Pontrjaguin (Ann. of Math., 35 (1934, 361-388), mostrando um subgrupo de Q^2 que não é soma direta de subgrupos de Q (Q = grupo aditivo dos números racionais). Kurosh (Ann. of Math., 38 (1937), 175-203) conseguiu classificar uma categoria particular de subgrupos de Q^n , os grupos p -primitivos. Esta classificação é feita por matrizes de ordem n de inteiros p -ádicos.

Derry (Proc. London Math. Soc., 43 (1938), 490-506) e Szekeres (Duke Math. J., 15 (1948), 293-306) fizeram a classificação de subgrupos quaisquer de Q^n por meio de seqüências de matrizes p -ádicas, mas estas classificações não têm a "naturalidade" da classificação de Kurosh.

Nós conseguimos uma classificação de subgrupos quaisquer de Q^n (e mesmo de grupos sem torção quaisquer) que generaliza as idéias de Kurosh, conservando a sua "naturalidade" e se prestando portando ao estudo de grupos compactos convexos (atraves de teoria da dualidade de Pontrjaguin) e de outros problemas. A classificação é obtida estabelecendo-se uma correspondência biunívoca entre os subgrupos de Q^n e uma classe de matrizes de ordem n de números ideais de Prüfer. Esta classificação pode ser estendida a módulos sobre certos anéis principais, etc.

GEOMETRIA INTEGRAL Y REPRESENTACION DE GRUPOS

FEDERICO GAETA
(Instituto de Física de Bariloche, Argentina)

I. — Criterio de mensurabilidad.

Si $V = G/g$ es medible, la razón de componentes

$$\left(\frac{b_{12\dots n}(\eta^1, \eta^2, \dots, \eta^n)}{a_{12\dots n}(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^n)} \right)_{\eta=x \atop \eta=y}^{\zeta=x}$$

de cualquier densidad invariante $\lambda\omega > 0$ (única salvo λ constante > 0) en dos puntos x, y respecto a sendas cartas locales $\zeta^i = \zeta^i(\zeta)$, $\eta^i = \eta^i(\eta)$, $\zeta \in U_x$, $\eta \in U_x$

$$\omega(\zeta, d\zeta) = a_{12\dots n}(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^n) [d\zeta^1, d\zeta^2, \dots, d\zeta^n]$$

$$\omega(\eta, d\eta) = b_{12\dots n}(\eta^1, \eta^2, \dots, \eta^n) [d\eta^1, d\eta^2, \dots, d\eta^n]$$

depende sólo de dichas cartas y coincide con el jacobismo

$$(J(\tau; \zeta; \eta))_{\eta=y \atop \zeta=x} = (J(\zeta, \eta))_{\eta=y \atop \zeta=x}$$

de cualquier $\gamma \in G$ que transforme x en y . Puesto que si γ está expresado por $\eta^i = \eta^i(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^n)$ resultará

$$a_{12\dots n}(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^n) = b_{12\dots n}(\eta^1, \eta^2, \dots, \eta^n) \frac{\partial(\eta^1, \eta^2, \dots, \eta^n)}{\partial(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^n)}$$

Por consiguiente:

1. — La independencia de γ de dicho jacobiano caracteriza la mensurabilidad de G/g .

La condición 1 equivale a su particularización para $\zeta = \eta$, $x = y$, $U_x = U_y$:

2. — Si g es el subgrupo de los $\gamma \in G$ con $x = \gamma(x)$ es decir que dejan fijo x , G/g es medible si y sólo si la representación $R: \gamma \rightarrow T(\gamma)$ de g mediante las transformaciones lineales no degeneradas inducidas sobre el espacio vectorial tangente a V en x es unimodular: $\det T(\gamma) = 1$ para todo $\gamma \in g$. Si G/g no es medible y g es conexo y cerrado y es el núcleo de R , g/k es isomorfo al grupo aditivo de los números reales y resulta: G/g es medible si g es compacto o semisimple.

No se supone directamente más que V y G son diferenciales de clase $h \geq 1$ (la analiticidad no se usa explícitamente).

Si $H = G/g$ no es medible existe un subgrupo invariante notable de g , n con $g/n \cong R$ tal que $H' = G/n$ es medible (espacio medible asociado). Si G es unimodular n es el núcleo unimodular de g .

Ejemplo. Las rectas no son medibles respecto al grupo afín unimodular en el plano o en el espacio ordinario. H' es el espacio de los vectores $(X, Y) \neq (0, 0)$ deslizantes sobre $Y_x - X_y = Z$. El modelo resulta tomando como coordenadas (X, Y, Z) llena todo el S_3 salvo la recta $X = 0, Y = 0$

$$\omega = [dX, dY, dZ]$$

II. — Modelos de $H = G/g$:

En todos los casos concretos existe un modelo $M(V)$ de V sumergido en un espacio S_N (N mínimo $\geq r$) y un $\Gamma \cong G$ subgrupo del afín unimodular que transforme en sí mismo a $M(V)$ y actúe transitivamente sobre él. Dos casos concretos H_1, H_2 con el mismo $M(V)$ y Γ son equivalentes: $H_1 \sim H_2$.

Si $N = r$ y Γ unimodular G/g es medible y la densidad ω es minimal:

$$\omega = [dx^1, dx^2, \dots, dx^n]$$

Ejemplos triviales. G grupo afín unimodular centrado de centro 0. Rectas (exteriores a 0) $\longleftrightarrow$ Puntos ($\neq 0$)

$$(X, Y) \longleftrightarrow \left(\begin{vmatrix} \alpha & y \\ x & Y \end{vmatrix} = 1 \right) \omega = [dX, dY]$$

Grupo afín unimodular completo.

Punto recta (no incidentes) $\sim$ punto vector

$$(\zeta, \eta) \times (X, Y) \longleftrightarrow (\zeta, \eta) \times \left(\begin{vmatrix} x - \zeta & y - \eta \\ X & Y \end{vmatrix} = 1 \right) : \\ \omega = [d\zeta, d\eta, dX, dY]$$

Par de rectas paralelas distintas. Vectores deslizantes no nulos (ver I).

$$(X, Y, Z) \longleftrightarrow Y_x - Y_y = Z$$

$$\omega = [dX, dY, dZ] = \frac{1}{h^3} [d\varphi, d\psi, dh]$$

(Santaló, UMA, Córdoba, 1959).

Casos nuevos.

Elipses de área dada $k \longleftrightarrow$ Par de rectas imaginarias conjugadas

$$\omega = [dx, dy, d\mathcal{L}]$$

($d\mathcal{L}$ elemento de área en el plano hiperbólico).

Hipérbolas orientadas con invariante dado $k \longleftrightarrow$ par ordenado $r \times s$ rectas reales secantes

$$\omega = \frac{[dx, dy, d\alpha, d\beta]}{\text{sen}^2 (\alpha - \beta)}$$

(α, β ángulos de r, s con OX).

Espacio Ordinario. Vectores deslizantes (X, Y, Z, L, M, N) .

Modelo:

$$LX + MY + NZ = 0 \longleftrightarrow (X = 0, Y = 0, Z = 0).$$

$$\omega = Z [dx, dy, dX, dY, dZ] = \frac{1}{Z} [dL, dM, dX, dY, dZ]$$

LA FORMULA DEL PRODUCTO PARA OPERACIONES FUNCIONALES

José ADEM

(Universidad Nacional Autónoma de México, México)

Sea a un elemento homogéneo del álgebra de Steenrod ($p = 2$), y $f: X \rightarrow Y, g: K \rightarrow L$ dos transformaciones continuas. Si $u \in H^r(Y), v \in H^s(L)$ son tales que:

$$a(u \oplus v) = 0, \quad (f^* \oplus g^*)(u \oplus v) = 0,$$

entonces, se define la operación funcional

$$a_{f \times g}(u \oplus v).$$

En este trabajo se desarrollan fórmulas para expresar esta operación en función de operaciones en los factores.

A TEORIA DOS ESPECTROS E A TOPOLOGIA ALGEBRICA

ELÓN L. LIMA

(Instituto de matemática pura e aplicada de Ríó de Janeiro, Brasil)

A nação de espectro em teoria da homotopia, foi introducida pelo autor, a fin de obter um sistema completo de invariantes do tipo de homotopia estável de um poliedro ("Stable Postnikov Invariants and their Duals", Summa Brasiliensis Mathematicae, vol. 4, Fasc. 5 (em impressão)). Tal conceito foi posteriormente usado por E. Spanier (Annals of Math. Vol. 70, pag. 338) e G. Whitehead (Proc. Nat. Acad. Sci. Vol. 46, pag. 554). Um espectro e uma coleção $\mathcal{X} = \{X_i, \varphi_i\}$ onde $X_0, X_1, \dots$ são CW -complexos finitos e cada $\varphi_i: SK_i \rightarrow X_{i+1}$ é uma S -aplicação (no sentido de E. Spanier e J. H. C. Whitehead) e qual é uma equivalência entre a suspensão SK_i em espaço X_{i+1} em dimensao $\leq 2i+2$. En outras palavras, cada X_i aproxima-se mais e mais da i -ésima suspensão de X_0 . No trabalho acima citado, o autor desenvolve uma grande parte da teoria clássica da homotopia para uma categoria cujos elementos são espectros. O objetivo da presente nota é demonstrar que dois dos teoremas clássicos mais importantes, a saber, o teorema de Hurewicz e a classificação de aplicações de um espaço qualquer num $K(\pi, n)$, são válidos numa categoria mais geral de espectros, para os quais as aplicações $\varphi_i: SX_i \rightarrow X_{i+1}$ não estão sujeitas a nenhuma restrição. Espectros assim irrestritos foram considerados por G. Whitehead (loc. cit.).