

PROCESOS INELASTICOS EN LA DISPERSION PION-PION Y SU INFLUENCIA SOBRE EL FACTOR DE FORMA DEL NUCLEON

por A. PIGNOTTI

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

I. Introducción

Frazer y Fulco⁽¹⁾ probaron que una resonancia en la dispersión elástica pión-pión en el estado $J=1$, $T=1$ permite explicar simultáneamente el momento magnético anómalo del nucleón y el radio de la distribución de dicho momento magnético. La amplitud de dispersión correspondiente a la onda parcial indicada fue obtenida resolviendo las ecuaciones integrales que se desprenden de la teoría de Mandelstam por el método N/D sustituyendo las singularidades no físicas por un polo equivalente cuyos dos parámetros representan la intensidad y forma de la interacción y están relacionados con la posición y el ancho de la resonancia. El cálculo fue efectuado en la aproximación de dispersión elástica para el proceso pión-pión y de despreciar contribuciones de estados de más de dos piones en las relaciones de unitariedad para los factores de forma. La resonancia propuesta en el trabajo indicado ha sido hallada experimentalmente⁽²⁾ aunque con valores distintos a los prefijados, lo que indicaría que las aproximaciones utilizadas no son adecuadas.

En este trabajo se intenta estimar las modificaciones que aparecen en el factor de forma introduciendo fenomenológica-

⁽¹⁾ *Physical Review Letters* 2, 365 (1959) y *Physical Review* 117, 1609 (1960).

⁽²⁾ J. ANDERSON et al., *Physical Review Letters* 6, 365 (1961).

mente procesos inelásticos en la amplitud de dispersión pión-pión, sin pretender por el momento incluir contribuciones de estados intermedios de más de dos piones en la parte imaginaria de los factores de forma.

II. Modificación de la amplitud de dispersión elástica pión-pión

Siendo la amplitud de dispersión para la onda parcial $J=1$, $T=1$

$$f_{11}(\nu) = \sqrt{\frac{\nu+1}{\nu^3}} \frac{e^{2i\delta(\nu)} - 1}{2i} \quad (1)$$

para $\nu > 0$ y conociendo las propiedades analíticas de esta función para todo ν , podemos representarla como

$$f_{11}(\nu) = \frac{N(\nu)}{D(\nu)} \quad (2)$$

ν es el cuadro del vector momento del pión en el sistema centro de masa y se ha tomado la masa del pión igual a 1. $N(\nu)$ contiene todas las singularidades no físicas o sea para $\nu < 0$ y $D(\nu)$ las singularidades situadas en la zona física ($\nu \geq 0$).

La aproximación del polo equivalente consiste en escribir

$$N(\nu) = \frac{\lambda}{\nu + \nu_0} \quad (3)$$

con $\nu_0 > 0$. En tal caso

$$Im D(\nu) = N(\nu) Im \frac{1}{f_{11}(\nu)} = \frac{\lambda}{\nu + \nu_0} Im \frac{1}{f_{11}(\nu)} \quad (4)$$

En la zona elástica $0 \leq \nu < 3\delta$ es real y usando la fórmula (1) se puede escribir

$$Im \frac{1}{f_{11}(\nu)} = -\sqrt{\frac{\nu^3}{\nu+1}} \quad (5)$$

En la zona inelástica ($v \geq 3$) se tiene $\delta = \delta_R + i\delta_I$ y llamando $e^{-2\delta_I}(\nu) = \eta$ se obtiene

$$\text{Im} \frac{1}{f_{11}(\nu)} = - \left(1 + \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2 - 2\eta \cos 2\delta_R} \right) \sqrt{\frac{\nu^3}{\nu + 1}} \quad (6)$$

En el límite de energía infinita es $\eta = 0$, con lo cual

$$\text{Im} \frac{1}{f_{11}(\nu)} = -2 \sqrt{\frac{\nu^3}{\nu + 1}} \quad (7)$$

Para estimar el efecto de los procesos inelásticos en la amplitud se substituyó

$$\text{Im} \frac{1}{f_{11}(\nu)} = - \left(1 + \frac{\nu}{\nu + a} \right) \sqrt{\frac{\nu^3}{\nu + 1}} \quad (8)$$

La expresión (8) tiene el comportamiento asintótico correcto e incluye un nuevo parámetro a que da el orden de magnitud del valor del momento para el cual comienzan a predominar los procesos inelásticos. Por otro lado es suficientemente sencilla como para permitir integrar analíticamente la relación de dispersión para $D(\nu)$.

$$D(\nu) = 1 - \frac{\nu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Im} D(\nu')}{(\nu' - \nu - i\varepsilon)\nu'} d\nu' = 1 - \frac{\lambda \nu}{\nu + \nu_0} [I_a(\nu) - I_a(-\nu)] \quad (9)$$

con

$$I_a(-\nu) = \left(1 + \frac{\nu}{\nu + a} \right) \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\nu}{\nu + 1}} \ln \left(\sqrt{|\nu + 1|} + \sqrt{|\nu|} \right) \quad (10)$$

$$- \frac{2\nu}{\nu + a} \sqrt{\frac{a}{a-1}} \left(\ln \sqrt{a-1} + \sqrt{a} \right) - iH(\nu) \left(1 + \frac{\nu}{\nu + a} \right) \sqrt{\frac{\nu}{\nu + 1}}$$

para $\nu > 0$ y $\nu < -1$

y

$$I_a(-v) = \left(1 + \frac{v}{v+a}\right) \frac{1}{\sqrt{-\frac{1}{v}-1}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,ctg} \sqrt{-\frac{1}{v}-1}\right) - \frac{2v}{v+a} \sqrt{\frac{a}{a-1}} \ln(\sqrt{a-1} + \sqrt{a})$$

para $-1 < v < 0$

$$H(v) = \begin{cases} 1 & \text{para } v > 0 \\ 0 & \text{para } v < 0 \end{cases}$$

Las fórmulas (2), (3), (9) y (10) permiten obtener la expresión para $f_{11}(v)$ que siguiendo a Frazer y Fulco puede escribirse

$$f_{11}(v) = \frac{\Gamma}{v_r - v [1 - r \operatorname{Re} I_a(-v)] + \Gamma v \operatorname{Im} I_a(-v)} \quad (11)$$

con las definiciones adicionales

$$\Gamma = \frac{\lambda}{\lambda I_a(v_0) - 1} \quad \text{y} \quad v_r = \frac{v_0}{\lambda} \Gamma \quad (12)$$

Γ da el ancho y v_r la ubicación de la resonancia. Si se fijan estos dos valores y se hace variar el parámetro a de ∞ hasta dos o tres veces el umbral de los procesos inelásticos, las ecuaciones (12) resueltas para v_0 dan valores que disminuyen notablemente⁽³⁾. Interpretado en términos de potencial equivalente esto indica que el alcance de las fuerzas que para $a = \infty$ tomaba valores exageradamente pequeños, se desplaza hacia valores más razonables.

⁽³⁾ Ver cuadro 1.

III. Factores de forma del pión y del nucleón

En la aproximación utilizada el factor de forma del pión resulta

$$F_{\pi}(v) = \frac{f_{11}(v) (v + v_0)}{f_{11}(-1) (v_0 - 1)} = \frac{D(-1)}{D(v)} \quad (13)$$

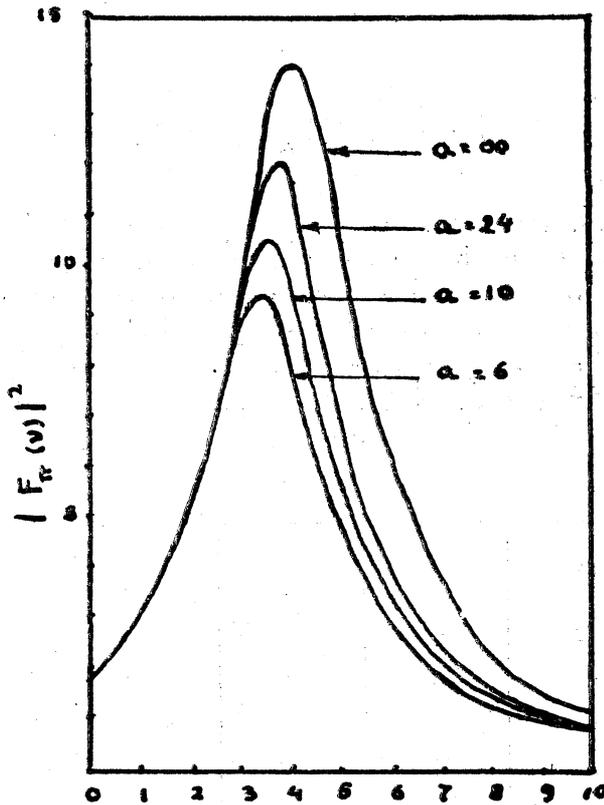


Fig. 1

En la figura 1 se representaron varias curvas de $|F_{\pi}(v)|^2$ para $\Gamma = 0.3$, $v_r = 3.5$ y $a = \infty, 24, 10$ y 6 . El valor $\alpha = \infty$ es equivalente a usar la relación (5) en todo el intervalo de integración. Se observó que al disminuir a se mantiene la forma de las curvas pero disminuye el área debajo de ellas. Esto corresponde

a una disminución del momento magnético anómalo del nucleón. En efecto se puede escribir la relación de dispersión para el factor de forma vectorial del nucleón

$$G_v^2(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{g_v^2(t')}{t' - t} dt' \quad (14)$$

con

$$g^2_v(t) = |E \pi \left(\frac{t}{4} - 1 \right)|^2 [g_v^2(t)]_0 \quad (15)$$

donde $[g_v^2(t)]_0$ proviene de la continuación analítica de la aproximación de Born en la dispersión pión-nucleón. Por otra parte el valor cuadrático medio del radio de la distribución de momento magnético anómalo y en general el comportamiento de la curva del factor de forma, no se ven afectados mayormente.

Un resumen de resultados se tiene en el cuadro 1.

CUADRO 1

Γ	a	μ	$\langle r^2 \rangle$	ν_0
0,3	∞	2,55	—	8830
0,3	24	2,19	0,357	478
0,3	10	1,99	0,367	317
0,3	6	1,83	0,370	250
0,4	∞	1,84	—	667
0,4	24	1,58	0,370	118

Se observa que para el valor $\Gamma=0,3$ que corresponde al ancho medido en la referencia 2, el resultado para el momento magnético anómalo se acerca al valor conocido de $1,84 \frac{e}{2M}$ a medida que disminuye a .

IV. Conclusión

Los resultados de las secciones II y III parecen favorecer un valor relativamente bajo para el parámetro a y ello induce a creer que la producción de dos piones sea el proceso inelástico dominante en la dispersión pión-pión. Se espera efectuar el cálculo de dicho proceso usando la teoría de las colisiones periféricas para determinar de tal forma el valor del parámetro a . No se descarta la posibilidad que las otras aproximaciones mencionadas en la introducción puedan tener efectos apreciables sobre el momento magnético anómalo y se cree que ellas son responsables de la discrepancia que aún existe en el factor de forma a mayores valores de la transferencia de impulso.

El autor agradece al Profesor José R. Fulco la sugerencia de este problema y la ayuda prestada durante el desarrollo del mismo.

BIBLIOGRAFIA

WERNER BURAU, *Algebraische Kurven und Flächen, I. Algebraische Kurven der Ebene*. Sammlung Göschen, vol. 435, 154 págs. Walter de Gruyter, Berlín 1962.

Se trata de una excelente exposición de la teoría clásica de las curvas planas algebraicas. No se suponen más conocimientos previos que los comunes de un curso de geometría analítica y el uso de las coordenadas proyectivas. Se refiere siempre al cuerpo de los números complejos, si bien, naturalmente, la mayoría de los resultados vale igualmente para cualquier cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero.

Consta de dos capítulos. El primero trata de las cónicas y curvas de tercer orden y de tercera clase. Las cúbicas vienen estudiadas con todo detalle: clasificación, puntos de inflexión, representación paramétrica, ramas reales, hessiana, etcétera. El capítulo segundo trata de las curvas algebraicas planas en general: puntos singulares, teorema de Bézout, ramas de una curva, desarrollos de Puiseux (polígono de Newton), fórmulas de Plücker, género de las curvas con singularidades ordinarias, curvas racionales en general y en particular las curvas racionales de cuarto orden.

Un segundo volumen que se anuncia tratará las superficies algebraicas de tercer grado y las curvas del espacio de tercero y cuarto grado.

Bastantes ejemplos sirven para aclarar los conceptos introducidos. Consideramos que el librito puede ser muy útil, por su contenido y clara exposición, como base para emprender un estudio más superior de las curvas algebraicas desde el punto de vista de la moderna geometría algebraica.

L. A. Santaló