NOTAS HISTORICAS

SOBRE UN PROBLEMA DE LEONARDO PISANO

En su *Epístola al Maestro Teodoro* (G. Loria, *Storia delle matematiche*, Vol. I, p. 399, Torino, 1929) Leonardo Pisano resuelve algebraicamente el problema de inscribir un pentágono equilátero en un triángulo isósceles de base 12 y altura 8. Por simples consideraciones geométricas; teorema de Pitágoras y triángulos semejantes, establece la relación algebraica $\left(x^2 + 36\frac{4}{7}x = 182\frac{6}{7}\right)$ entre los datos y el valor (positivo) x del lado del pentágono, obteniendo, de acuerdo con la regla de los árabes, $x = 4, 27', 24'' 40''' 50^{\mathrm{IV}}$, expresado con fracciones sexagesimales y con todas sus cifras exactas.

Este problema reviste un interés histórico especial; por un lado es el primer problema geométrico que se resuelve algebraicamente en Occidente, mientras por el otro, pone de relieve el hecho de que, no obstante haber advertido Leonardo la gran ventaja del sistema decimal frente al romano en uso y del ''algoritmo'' frente al abaco, mantiene sin embargo el sistema sexagesimal para las fracciones sin ver que el sistema posicional decimal podía extenderse a las fracciones, mejora que deberá esperar siglos para imponerse (Bonfils, Viète, Stevin).

Además muestra una curiosa supervivencia que puede rastrearse a partir de las tablillas babilonias del s. XVIII a.C., no sólo en el tipo de triángulo isósceles especial, formado por el acoplamiento de los triángulos rectángulos pitagóricos más simples de lados 3, 4, 5 o sus múltiplos, sino en el tipo mismo de problema. Así en las tablillas encontradas en Susa y descifradas últimamente (O. Neugebauer, *The exact sciences in Antiquity*, p. 47, Providence, 1957) aparece ese triángulo, de base 60 y altura 40, en el problema de determinar el radio del círculo circunscripto ($31\frac{1}{4}$), sin duda utilizando el teorema de Pitágoras en forma análoga al empleado en los problemas de la caña apoyada en una pared de altura h y que se desliza de una cantidad b a lo largo de la pared alejándose de una cantidad a en su pie, que en las tablillas aparece con muchas variantes según sean los datos conocidos (B. L. Van der Waerden, *Science Awakening*, p. 76, Groningen, 1954), problemas cuya tradición se conserva en problemas hindúes y chinos.

Volviendo al triángulo isósceles de base y altura en la razón $\frac{3}{2}$, encontramos en Herón un problema de clara ascendencia babilonia (O. Neugebauer, *op. cit.*, p. 147): se trata de inscribir un cuadrado en un triángulo isósceles de base 12 y altura 8 (exactamente el de Leonardo), problema lineal que da el valor $4\frac{4}{5}$ como valor del lado del cuadrado. Ahora bien, este problema con los mismos datos aparece en la versión árabe del *Algebra* de Al Khuwarizmi (*Robert of Chester's Latin Translation of the Algebra of Al-Khowarizmi*,

p. 47, Ann Arbor, 1930. En L. Charles Karpinsky and J. Garrett Winter, *Contributions to the history of science*), resuelto también linealmente mediante igualación de áreas.

Por su parte Leonardo en otros escritos (M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* Vol. II, p. 47, Leipzig, 1880) considera problemas semejantes vinculados con la inscripción de polígonos equiláteros entre sí. Así, estudia la inscripción de un pentágono equilátero en un cuadrado y la de un cuadrado en un triángulo equilátero. Es posible que, advirtiendo que si en este último caso se suprime el lado del cuadrado paralelo a la base se obtiene un pentágono equilátero inscripto en un triángulo equilátero, se le haya ocurrido extender el problema al triángulo isósceles ya clásico y, no dando con su solución geométrica, aplicara el flamante método de los árabes para resolverlo algebraicamente.

Por supuesto que la solución geométrica de este problema, generalizado para un pentágono de lados proporcionales a valores dados e inscripto en un triángulo cualquiera, es muy fácil considerando el pentágono como condición de equilibrio de cinco vectores de magnitudes proporcionales a los valores dados y de los cuales tres son de dirección conocida y los otros dos de direcciones a determinar. Planteada así la cuestión se advertiría que el problema resuelto por Leonardo de inscribir un pentágono equilátero en un triángulo equilátero es indeterminado (Leonardo no lo vio probablemente presionado por la simetría de la figura) mientras que el problema de Leonardo (pentágono equilátero) se resuelve mediante una simple construcción utilizando los centros de los círculos inscripto y circunscripto.

J. B.

BIBLIOGRAFIA

DIFFERENTIAL GEOMETRY, *Proceedings of Symposia in pure Mathematics,* vol. VIII, 200 págs. American Mathematical Society, 1961.

Como dice Allendoerfer en la introducción, la Geometría Diferencial que alrededor del año 1930 derivó hacia la geometría diferencial global o "en grande" por los trabajos de Cohn-Vossen y Hopf y Rinow y más tarde por los de Rahm, Hodge, Myers y otros, en los últimos tiempos ha pasado a ser "topología diferencial". Los métodos y problemas son tomados mucho más de la topología que de la clásica geometría diferencial. Puede decirse que el único puente de unión lo constituyen los trabajos de Elie Cartan, en los cuales hay que buscar el germen de la mayoría de los métodos (formas diferenciales, espacios fibrados, grupos de holonomia) y problemas (variedades de grupo, espacios homogéneos, inmersión de variedades) en los cuales la moderna geometría diferencial conserva todavía alguna relación con la idea común, aunque cada vez más vaga, de lo que es geometría.

El presente volumen, reunión de los trabajos presentados en el simposio sobre Geometría Diferencial que tuvo lugar en la Universidad de Ari-