

Para desarrollar este programa se cuenta con unos estudios de la escuela primaria que den al estudiante una preparación sólida en el manejo de las operaciones aritméticas y un conocimiento intuitivo de las figuras geométricas. La calculatoria elemental aprendida en la escuela primaria se ejercitará continuamente, para que no sea olvidada por el alumno.

BIBLIOGRAFIA

RUEL V. CHURCHILL, *Series de Fourier y problemas de contorno*. (260 páginas), McGraw-Hill Book Company, 1966.

Los textos del profesor R. Churchill sobre temas de matemáticas aplicables a la física son bien conocidos y han alcanzado gran difusión durante más de un cuarto de siglo. El libro que vamos a analizar es una traducción española de la segunda edición inglesa aparecida en 1963 (la primera databa de 1941).

Su objeto es el estudio de los problemas de contorno de ecuaciones en derivadas parciales utilizando el método de separación de variables; no presupone otros conocimientos que los de un alumno que ha seguido los dos primeros cursos de análisis matemático en una universidad argentina.

El primer capítulo (Ecuaciones en derivadas parciales de la física) plantea en forma general y somera los problemas de contorno y muestra como los problemas físicos conducen a las ecuaciones de las cuerdas de las membranas, del calor y de Laplace, ésta última se plantea también en coordenadas cilíndricas y esféricas.

El segundo capítulo (Superposición de soluciones) da la idea formal del método de superposición de soluciones usando series e integrales y hace aplicaciones a la resolución de la ecuación de las cuerdas.

El tercer capítulo (Sucesiones ortogonales de funciones) trata el problema del desarrollo en serie de funciones ortonormales. Este capítulo se resiente de la fecha de nacimiento de la obra; en aquellos tiempos los conceptos básicos del álgebra (a la que entonces se le decía moderna) parecían fuera de lugar en un libro de enseñanza para físicos e ingenieros. La situación hoy día no es esa y por ello creemos hubiera sido preferible rehacer enteramente este capítulo y encuadrarlo en la teoría de los espacios prehilbertianos. Lo mismo se puede decir del estudio hecho en este capítulo del problema de Sturm-Liouville desarrollado sin definir el concepto de aplicación lineal entre dos espacios vectoriales.

Los capítulos cuarto (Series de Fourier) y quinto (Otras propiedades de las series de Fourier) desarrollan la teoría de las series de Fourier trigonométricas; se establece el teorema sobre convergencia puntual de las series de Fourier de funciones con derivadas laterales, se estudia la derivación e integración de las series y se terminan enunciando, sin demostración, algunos resultados complementarios.

El capítulo sexto (Integrales de Fourier) expone muy sucintamente algunas propiedades de las integrales de Fourier.

El Capítulo séptimo (Problemas de contorno) trata de la resolución, por separación de variables, de problemas de contorno en el caso de las ecuaciones de las cuerdas, unidimensional del calor y de Laplace con dos variables. Termina con una aplicación de la integral de Fourier a la ecuación del calor.

El Capítulo octavo (Funciones de Bessel y sus aplicaciones) estudia las propiedades básicas de las funciones J de Bessel (recurrencia, representaciones integrales, raíces, ...) y el desarrollo de funciones en series de Fourier-Bessel. Hace después aplicaciones a la ecuación del calor en coordenadas polares con simetría radial y a la vibración de una membrana circular.

De un tipo completamente análogo, el capítulo noveno (Polinomios de Legendre y aplicaciones) estudia las propiedades de estos polinomios, las series de Fourier-Legendre y sus aplicaciones a casos particulares de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas. Las funciones asociadas son simplemente mencionadas y no se ocupa de los armónicos esféricos.

El último capítulo (Unicidad de las soluciones) demuestra la unicidad de las soluciones de algunos problemas de contorno resueltos previamente.

Hay un gran número de ejercicios sobre los temas matemáticos y sobre las aplicaciones físicas. En general están bien elegidos y en varias ocasiones complementan el texto; en algunos casos creemos que los ejercicios hubieran debido ser incorporados al texto; por ejemplo la desigualdad de Schwarz está relegada a un ejercicio. La bibliografía es bastante completa y hay un índice alfabético.

El libro es fundamentalmente claro y bien ordenado; precisa claramente lo que demuestra y lo que se deja sin demostrar. Trata en forma completa algunos problemas y otros análogos en forma más sucinta pero precisando bien los puntos que hubieran debido ser más desarrollados.

Se trata de un texto claramente orientado hacia las aplicaciones a la física y la ingeniería. Con la salvedad hecha del tratamiento no algebraico de algunos problemas, es muy recomendable para los alumnos de esas carreras.

Manuel Balanzat

A. I. MARKUSHEVICH: *Theory of functions of a complex variables*, tres volúmenes. Serie Selected Russian Publications in the Mathematical Sciences. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1965.

Es esta una obra muy bien traducida del original ruso por R. A. Silverman, quien es además editor de la serie a la que pertenece el título, y que ha añadido además una gran cantidad —casi cuatrocientos— de ejercicios, muchos de ellos de la excelente colección de Volkovyskii, Lunts y Aramanovich (publicada por Addison Wesley).

Se trata de un libro poco usual. Dividido en tres volúmenes, de los cuales sólo han aparecido dos, presenta en forma extremadamente detallada la teoría de funciones de variable compleja y algunas de sus ramificaciones. El tratamiento es riguroso y relativamente moderno, e incluye temas poco frecuentes en obras del mismo nivel.

Podemos resumir el contenido de los dos primeros volúmenes del siguiente modo: el primero incluye varios capítulos dedicados a algunos conceptos

básicos: funciones de variable compleja, límites, continuidad, conexión, curvas, dominios, homeomorfismos (se prueba aquí, usando el teorema de la curva cerrada de Jordan, que fuera enunciado poco antes, que las funciones continuas y biunívocas, definidas en un dominio del plano complejo, son homeomorfismos).

A continuación se entra de lleno en la teoría, en cinco capítulos destinados al estudio de las funciones elementales, incluyendo las multiformes. Por último, la tercera parte del volumen trata la integración en el campo complejo y la teoría de las series de potencias, e incluye, entre otros temas poco frecuentes en libros de esta clase, un capítulo sobre métodos para desarrollar funciones en serie de Taylor, y algunas secciones dedicadas a las familias normales, donde se prueban los teoremas de Montel y Vitali, y se tratan algunas de sus aplicaciones a las funciones definidas por medio de integrales.

El segundo volumen trata las series de Laurent, el cálculo de residuos, las funciones armónicas y sub-armónicas, y las funciones enteras y meromorfas. Entre los temas poco usuales que se incluyen, pueden mencionarse las series de Dirichlet, teoría de interpolación, funciones univalentes y otros.

El tercer volumen incluirá, según se indica: representación conforme, teoría de aproximación, funciones periódicas y elípticas, superficies de Riemann y prolongación analítica.

En suma, se trata de un gran aporte a la literatura del tema, muy recomendable sobre todo como obra de consulta, y que será de utilidad a todos aquéllos cuyo campo de estudios tenga relación con la teoría de funciones.

G. Hansen

A. DELACHET, *Cálculo Diferencial e Integral*. Editorial Tecnos S. A. Madrid, 1966, 141 páginas. Traducción castellana de Miguel Truyol.

La obra original corresponde a un volumen de la conocida colección francesa *Que sais-je?* No se trata, por tanto, de una introducción elemental al cálculo infinitesimal, si no de una exposición de diversos temas, elegidos un poco al azar, de dicho cálculo, algunos tratados con cierto detalle (por ejemplo el estudio de las funciones $g(x)$ definidas por la ecuación funcional $g(g(x)) = f(x)$ = función dada, con ciertas condiciones) y otros con solamente el enunciado de los teoremas fundamentales.

Los capítulos del libro son los siguientes: 1. Funciones de variables reales (límites, continuidad, funciones de variación acotada); 2. Funciones derivables (de una y varias variables); 3. Concepto de integral (según Riemann); 4. Nociones sobre series y productos infinitos numéricos; 5. Funciones definidas por series e integrales.

La exposición es en general clara y la traducción cuidadosa, de manera que el librito puede ser muy útil como complemento de los cursos regulares de Análisis usuales en los primeros años universitarios, sea tan solo —como dice el autor en el prólogo— para llamar la atención de los estudiantes sobre ciertos temas delicados que muchas veces se ven con demasiada prisa y que, sin embargo, conviene conocer bien, tanto en su forma externa, que debe precisarse, como en su sentido intrínseco, que debe profundizarse.

L. A. Santaló

E. T. COPSON, *Asymptotic Expansions*. Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics. N° 55. Cambridge University Press, 120 págs.

El libro espone en forma clara una serie de métodos, que se hallan dispersos en la literatura, y que sirven para obtener desarrollos asintóticos de funciones dadas por una integral definida, o de funciones analíticas definidas como integral de contorno en el plano complejo. Los métodos son ilustrados con algunas de las más importantes funciones especiales. Supone para su lectura sólo conocimientos básicos de Análisis y de funciones de una variable compleja.

Dada la importancia de las funciones especiales y de su comportamiento asintótico en muchas ramas de la matemática, este texto puede ser útil a matemáticos puros o aplicados, y también a físicos teóricos.

Los siguientes métodos son explicados en detalle: Integración por partes, método de la fase estacionaria, Aproximación de Laplace, Lema de Watson sobre transformada de Laplace, método de las pendientes máximas, método del punto de ensilladura.

Los dos últimos capítulos tratan de la integral de Airy y de desarrollos asintóticos uniformes respectivamente.

Agnes Panzone

A. P. ROBERTSON, W. ROBERTSON, *Topological vector spaces*, Cambridge, 1964.

Este pequeño libro de apenas 150 págs. lleva el n° 53 en la bien conocida colección "Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics". Pese a su reducida dimensión este volumen ofrece al lector una buena y accesible introducción a la teoría moderna de los espacios vectoriales topológicos. Para su lectura sólo es necesario un conocimiento mínimo de álgebra lineal y de topología general, el cual es desarrollado sucintamente en los dos primeros párrafos del libro. Consta, por otra parte, de ocho capítulos, los cuales, con excepción del último, poseen apéndices que suministran ejemplos y donde pueden encontrarse esquematizados ulteriores desarrollos de los tópicos discutidos.

Su contenido es: Capítulo I: definiciones y propiedades elementales. Espacios vectoriales. Espacios topológicos. Espacios vectoriales topológicos. Capítulo II: dualidad y el teorema de Hahn-Banach. Aplicaciones lineales. Funcionales lineales y el teorema de Hahn-Banach. Dualidad y topología débil. Polares. Subespacios de dimensión finita. Adjunta. Capítulo III: conjuntos acotados. Topología polar. Cjtos. precompactos. Cjtos. compactos. Filtros. Completitud. Teorema de Mackey-Arens. Capítulo IV: espacios tonelados y el teorema de Banach-Steinhaus. Espacios tonelados. Topologías en espacios de transformaciones. El doble dual y reflexividad. Capítulo V: límites inductivos y proyectivos. Espacios cocientes. Límites inductivos. Espacios de Mackey. Límites proyectivos. Espacios productos. Sumas directas. Subespacios suplementarios. Capítulo VI: completitud y el teorema del gráfico cerrado. La completación de un espacio localmente convexo. Teoremas del gráfico cerrado y de la transformación abierta. Esp. de Fréchet. Capítulo VII: otros tópicos. Límite inductivo estricto. Transformaciones bilineales y producto ten-

sorial. Teorema de Krein-Milman. Capítulo VIII: aplicaciones lineales compactas. La teoría de F. Riesz. Teoría de dualidad.

Sin duda este texto puede ser ensayado con éxito en un curso semestral de auditorio matemático. Digamos finalmente que la impresión es óptima.

Rafael Panzone

PENNISI, L. L.: *Elements of complex variables*, X + 459 págs. Holt, Rinehart And Winston, New York, 1963.

Se trata de un libro excelente, que será apreciado, sobre todo, como texto para un primer curso de funciones de variable compleja.

El contenido es el siguiente: 1. Números complejos y su representación geométrica; 2. Conjuntos de puntos, sucesiones y aplicaciones; 3. Funciones analíticas (uniformes) de variable compleja; 4. Funciones elementales; 5. Integración, (la exposición del teorema de Cauchy sigue la línea de Ahlfors: Complex analysis); 6. Series de potencias; 7. Cálculo de residuos; 8. Representación conforme; 9. Aplicación de las funciones analíticas a la teoría de flujidos.

Las características más notables del libro son: la cuidadosa motivación y exposición de los temas tratados, la abundantísima colección de ejemplos, estudiados con todo detalle, las interesantes observaciones que siguen a casi todo resultado expuesto, y en las que se precisa el alcance o se sugieren generalizaciones de los resultados obtenidos, y la excelente colección de ejercicios, complementada, al final del volumen, con una sección de respuestas y sugerencias.

Para concluir diremos que es un libro que deberá ser tenido en cuenta, y que podemos recomendarlo sin reticencias.

G. Hansen

HEINS, Maurice: *Selected topics in the classical theory of functions of a complex variable*; XI + 160 págs. Holt, Rinehart And Winston, New York, 1962.

Es este un muy buen libro sobre la teoría geométrica de funciones, y tiene por objeto presentar, en forma relativamente moderna, algunos de los resultados más importantes de la teoría clásica de funciones, como el teorema de representación conforme de Riemann, el teorema de Fatou de límites radiales, el teorema de Phragmén-Lindelöf, el teorema grande Picard, y otros.

El contenido del volumen es el siguiente: 1. Preliminares; 2. Propiedades de cubrimiento de las funciones meromorfas; 3. El teorema de Picard; 4. Funciones armónicas y sub-armónicas; 5. Aplicaciones; 6. Comportamiento en el contorno de la transformación de Riemann para regiones de Jordan simplemente conexas, y un apéndice, que trata el teorema de Riesz de representación de funcionales de C , el teorema de Lebesgue de derivación de funciones monótonas, y una forma débil del teorema de Jordan.

Los prerrequisitos para leer el libro son: un primer curso de funciones de variable compleja, buen conocimiento de análisis real elemental, y algún conocimiento de topología. No se supone conocida la integral de Lebesgue, y los elementos de la misma que son necesarios son desarrollados en el texto. La

razón de esto, según el propio autor, no es dar la impresión de que se puede llegar bastante lejos sin conocimientos profundos de análisis real, sino más bien la de proveer una adecuada motivación al desarrollo de la teoría de Lebesgue, mostrando áreas del análisis donde tal teoría se hace indispensable.

El libro exige una activa participación del lector, ya que algunos temas están desarrollados en sucesiones de ejercicios, provistas de indicaciones que los hacen accesibles. Los temas están tratados cuidadosamente, y con abundantes referencias que complementan el texto.

Se trata, en resumen, de un libro muy adecuado para todos aquéllos que deseen ampliar sus conocimientos en el campo de la teoría de funciones, y que puede ser un complemento muy apropiado al libro de Pennisi comentado en este mismo número.

G. Hansen

ARSAC, J.: *Fourier transforms and the theory of distributions*, traducido del francés por A. Nussbaum y G. C. Heim; XV 318 pág. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1966.

Se trata de un libro escrito por un físico para físicos. Por tal motivo no deben buscarse en él ni el tratamiento riguroso ni la sutileza de detalles propia de las obras especializadas; más aún: numerosos resultados aparecen sin demostración. Como el propio autor declara, ha evitado en la exposición "los puntos finos de la teoría de funciones".

En cambio, pueden hallarse en él abundantes aplicaciones, lo cual presupone buenos conocimientos de física por parte del lector; particularmente de óptica y radioastronomía.

El resultado es un libro de estilo simple y directo, que podrá seguramente ser aprovechado por una audiencia bastante amplia.

Está dividido en cuatro partes. La primera trata las bases matemáticas, en cinco capítulos titulados: 1. Recapitulación matemática; 2. Transformadas de Fourier de funciones sumables; 3. Transformadas de Fourier de funciones de cuadrado sumable; 4. Teoría elemental de distribuciones y definición de sus transformadas de Fourier; 5. Transformadas de Fourier y distribuciones en espacios multidimensionales.

La segunda parte, titulada "Ejemplos de aplicación de la transformada de Fourier", abarca los siguientes capítulos: 6. Difracción en el infinito; 7. Impedancias complejas y transformadas de Fourier en el plano complejo; 8. La transformada de Fourier en física matemática. La tercera parte, filtros lineales, contiene tres capítulos, titulados: 9. Propiedades generales de las funciones cuya transformada de Fourier cubre un intervalo de longitud finita; 10. Teoría de aproximación por funciones cuya transformada de Fourier tiene soporte compacto: aplicaciones al estudio del poder separador; 11. Transformada de Fourier de funciones aleatorias, función de autocorrelación y distribución espectral de la energía.

Cierra el volumen la cuarta parte, que contiene un solo capítulo dedicado a los métodos numéricos.

G. Hansen