



LUIS A. SANTALO

PRESENTACION

En 1976 el Dr. Luis Antonio Santaló cumplió 65 años de edad y también 42 años de actividad matemática desarrollada, en su casi totalidad, en la Argentina. La Unión Matemática Argentina ha considerado que este aniversario era una buena oportunidad para dedicar un volumen de homenaje al insigne matemático.

La vinculación de Santaló con la Argentina tiene una prehistoria que comienza hacia 1931; en aquellos años era estudiante en Madrid, un estudiante de cuyas dotes ya se hacían lenguas los que eran sus compañeros, y todos estos jóvenes tenían contactos con Rey Pastor cuando éste, en su incesante viajar, llegaba a Madrid. Don Julio en largas y sabrosas charlas hablaba de la Argentina con cariño y gracejo. Cuan lejos estaba Santaló de pensar que aquel lejano país sería el suyo para el resto de su vida. Su porvenir parecía ya trazado, brillantísimo egresado, autor, antes de los 25 años, de importantes trabajos de investigación, su incorporación como catedrático a la universidad española parecía inminente. ¡Pero vino la guerra civil!. A su término, como tantos otros españoles, miró hacia la América Hispana. Don Julio Rey Pastor gravitó en forma decisiva para que la meta fuese la Argentina.

La primera mención de Santaló en esta Revista es a finales de 1939. En el último fascículo de ese año se anuncia la "grata noticia" de la llegada a Argentina de dos "destacados universitarios": los profesores Alejandro Terracini y Luis A. Santaló. En el primer fascículo del siguiente volumen se hace la presentación de Santaló y se puede observar que, pese a su juventud, tiene ya publicados doce trabajos, ocho en España, tres en Alemania y uno en Francia.

La colaboración de Santaló con la U.M.A. comienza de inmediato. En el mismo volumen en que se hizo la presentación publicó dos trabajos de investigación, dos resúmenes de comunicaciones a Sesiones Científicas y dos artículos de divulgación. En este primer contacto ya están puestas en evidencia las características básicas de su personalidad como hombre de ciencia: en primer lugar la labor de investigación, pero también hay mucho interés en el fomento de las vocaciones matemáticas.

Pretendemos en esta presentación mostrar el desarrollo, durante varios decenios, de estas dos facetas de su vida: el investigador por una parte y el maestro y expositor por otra.

En primer lugar su obra de investigación. El homenaje que le rinde la U.M.A. es, ante todo, pero no exclusivamente, por su obra de creación que a continuación trataremos de esbozar.

La lista que aparece en este volumen de los trabajos de Santaló tiene 135 títulos publicados en revistas científicas de veinte países:

Alemania, Argentina, Bélgica, Brasil, Canadá, España, E.E.U.U., Francia, Holanda, Hungría, India, Italia, Japón, Perú, Portugal, Rumania, Suiza, Turquía, U.R.S.S., y Uruguay. Estas contribuciones se pueden agrupar en seis distintos dominios del saber matemático.

1. GEOMETRIA INTEGRAL.

Es acaso, el campo en que ha hecho contribuciones de mayor importancia y también el que ha cultivado toda su vida.

Santaló llega a Hamburgo en 1934 cuando Blaschke y sus discípulos están por dar a luz las primeras publicaciones de una nueva disciplina geométrica: la geometría integral. Rápidamente con sus primeros trabajos pasa Santaló a ocupar un lugar destacado como investigador en aquel dominio para llegar a ser, andando el tiempo: "for many years the undisputed leader in the field of Integral Geometry". Esta frase de Marc Kac figura en la presentación del libro de Santaló (libro (10)) "Integral Geometry and Geometric Probability", volumen I de la reciente "Encyclopedia of Mathematics and its Applications", en la cual Kac es el editor general de la sección de probabilidades. Este libro es un excelente tratado y la fuente más indicada para conocer a fondo la obra de Santaló en geometría integral y probabilidades geométricas así como los muchos otros trabajos originados en dicha obra.

La idea original de Santaló en sus primeros trabajos ((7), (8), (9) y (11))* fue la de extender y aplicar la llamada "medida cinemática" introducida accidentalmente por Poincaré en su Cálculo de Probabilidades y que, en manos de Santaló, resultó extraordinariamente fructífera.

Estos trabajos corresponden a la época alemana de Santaló (1934 a 1936). Tras el paréntesis de la guerra civil y ya en Argentina, Santaló va extendiendo sus resultados a otros dominios: figuras ilimitadas (22), curvas situadas en la superficie esférica (28) y (30), figuras del plano hiperbólico (33) y (36) y figuras hiperconvexas (60). Esta línea de investigación culmina con los trabajos (80), (84) y (90) en los que Santaló obtiene y aplica la denominada fórmula fundamental cinemática para espacios de cualquier dimensión con curvatura constante.

Las directivas fundamentales de la teoría desarrollada en los trabajos

(*) ver la lista de publicaciones: trabajos de investigación.

anteriores son las siguientes: Sea E un espacio en el que actúa transitivamente un grupo G de transformaciones. Dada una figura o conjunto de puntos F contenido en E , consideremos un conjunto de posiciones de F , o sea un conjunto de figuras, transformadas de F por operaciones de G . Se trata entonces de "medir" este conjunto de figuras congruentes con F , respecto de G . Esta "medida" no es otra cosa que la medida de Haar del grupo G , que existe siempre si G es localmente compacto y puede calcularse explícitamente si G es un grupo de Lie. El desarrollo de la teoría lleva a calcular explícitamente la medida de conjuntos particulares para grupos también particulares y de estos cálculos Santaló dedujo muchas e importantes consecuencias geométricas; en particular obtuvo bellas desigualdades isoperimétricas y fórmulas integrales que generalizaban en mucho las primitivas fórmulas de Crofton de las probabilidades geométricas (ver los trabajos (13), (23), (52), (53) y (72)).

Una nueva línea de investigaciones es abierta por Santaló en su famosa memoria (66) de los "Annals of Mathematics". En esta memoria y en las (77) y (91) Santaló vincula la medida cinemática con la medida en espacios homogéneos, cuyo ejemplo más importante, desde el punto de vista geométrico, es el de la medida de conjuntos de subespacios lineales del espacio euclidiano, afín o proyectivo de n dimensiones. No siempre esta medida existe y del análisis de los casos de existencia o de no existencia Santaló obtuvo en los trabajos (106), (112) y (116) resultados muy interesantes. En estos trabajos se dieron criterios para la existencia de una medida invariante para subconjuntos de espacios lineales. También estudió Santaló la geometría integral en espacios complejos y obtuvo (78) una generalización de la clásica forma de Bezout para curvas algebraicas.

Santaló siempre se interesó en las aplicaciones de los resultados que él obtenía; entre las diversas aplicaciones obtenidas se destacan: una nueva manera de definir la longitud de curvas (17), el área de subvariedades (69) y la medida de conjuntos de geodésicas (83); nuevas demostraciones de la propiedad isoperimétrica del círculo (23) y (33) y otras aplicaciones a las probabilidades geométricas y a la teoría de números que mencionaremos más adelante.

Además de las investigaciones en geometría integral Santaló se preocupó de hacer exposiciones de conjunto de los métodos y resultados obtenidos. Hace más de un cuarto de siglo publicó dos libros (Libros (2) y (3)) de los cuales el segundo, escrito en inglés alcanzó amplia difusión y fue traducido al ruso. Recientemente el cuerpo de doctrina tomó forma definitiva con la publicación del libro "Integral Geometry and Geometric Probability" que mencionamos anteriormente.

2. GEOMETRIA DIFERENCIAL METRICA, AFIN Y PROYECTIVA.

Los trabajos (3), (10), (27), (39), (41), (55), (59), (62), (71), (108) y (110) se refieren a temas de geometría diferencial clásica, a esta disciplina pertenece también el estudio hecho en (25) y (94) de las curvas de Darboux que Santaló probó que coinciden con las extremales de la torsión total. Es también importante el trabajo (109) sobre propiedades características de la esfera; los resultados de Santaló, que engloban los parciales obtenidos previamente por varios autores, dejan terminado este importante problema.

Pasando al campo de la geometría diferencial afín y proyectiva, en (47) se estudian las superficies desarrollables vinculadas de manera proyectivamente invariante con una curva del espacio; en (50) se obtienen resultados sobre la caracterización geométrica de invariantes afines de las curvas del espacio; en (98) se aplican por primera vez, simultáneamente con Favard, los métodos del "repère mobile" para el estudio de la geometría diferencial afín. Estos trabajos y resultados pasaron posteriormente a diversos tratados de geometría diferencial, hecho que se reitera en todos los dominios de la matemática a los que Santaló ha hecho contribuciones.

3. GEOMETRIA DE CUERPOS CONVEXOS.

Los resultados obtenidos por Santaló en el campo de la geometría integral fueron de mucha utilidad en la teoría de cuerpos convexos; originaron nuevos problemas y permitieron resolver otros viejos; la naturaleza de los resultados es muy variada, los hay de tipo clásico como los de los trabajos (41), (44), (54), (79), (85), (87), (93) y (105), pero otros como (37), (40), (45), (49), (71), (115), (118), (123) se refieren a cuerpos convexos en espacios no euclidianos, teoría iniciada por Santaló. Merecen especial mención los trabajos (24), (31) y (70). El primero, que se ocupa de transversales de figuras convexas, tuvo mucha repercusión y ha tenido aplicación en problemas de optimización mencionándose los resultados en textos de dicha disciplina. El segundo, pese a su naturaleza más bien elemental, ha sido uno de los más citados e incluido en textos, y el tercero se ha revelado de interés para la teoría de ecuaciones diferenciales de segundo orden.

4. TEORIA DE NUMEROS.

En la teoría geométrica de números, fundada por Minkowski, la convexidad y la medida en grupos son de aplicación directa; no es entonces de extrañar que algunos de los trabajos de Santaló se vinculen a dicha

teoría. Los de mayor interés son: (66) donde se da una nueva demostración del teorema clásico de Minkowski-Hlawka; (70) en donde se demuestra por primera vez una desigualdad conjeturada por Mähler y utilizada posteriormente por Bambah; (89) en donde se generaliza un resultado de Tsuji, llegando a un teorema de geometría hiperbólica análogo al teorema fundamental de Minkowski y (22) en donde se generaliza un resultado clásico de Blichfeld.

5. PROBABILIDADES GEOMETRICAS.

El origen de la geometría integral son las probabilidades geométricas; por ello desde sus primeros trabajos (6), (12), (14), (15) y (16) Santaló hizo contribuciones a dicha teoría y no la volvió a abandonar; señalamos a continuación los principales trabajos: (19) en el que Santaló estudia problemas sobre redes que generalizan el clásico problema de la aguja de Buffon; (28) y (82) en los que se inició una nueva línea de investigación: probabilidades sobre la esfera que ha sido continuada posteriormente por otros matemáticos; (35) y (92) tienen importancia en tecnología (estereología) para analizar la composición de conglomerados; (43) y (61) se refieren a un problema derivado de la física, iniciado por Goudsmit para el plano, generalizado en (43) al espacio y en (113) al plano hiperbólico, donde presenta notables particularidades que fueron puestas de manifiesto en (126); el trabajo (56) tiene interés para la estadística.

6. TEORIA DEL CAMPO UNIFICADO.

Santaló se ha interesado también en la física matemática donde ha obtenido resultados de amplio interés. En (76) generaliza un resultado de Synge sobre campos vectoriales. En (95) dió una caracterización de los operadores vectoriales. Los trabajos (86), (100), (103), (111), (127) y (128) se vinculan con la teoría de Einstein del campo unificado en su aspecto geométrico y, con la idea de lograr una caracterización de las ecuaciones del campo, se hace el estudio de ecuaciones del campo muy generales de las que son casos particulares las de Einstein y de Schrödinger del campo unificado. Finalmente el trabajo (131) es de interés en los problemas cosmológicos.

Paralela a esta obra de creación matemática se desarrolla la acción de Santaló como maestro; lo ha sido y lo es en todos los sentidos de la palabra. Ha desarrollado prácticamente toda su actuación profesoral en la Argentina. En donde actúa o ha actuado (Universidades de Rosario, La Plata y Buenos Aires, Escuela Superior Técnica del Ejército y Comisión Nacional de Energía Atómica) ha dejado un recuerdo inolvidable. Uno de sus antiguos alumnos le dedicó la edición de un libro poniendo: "A Luis A. Santaló que me enseñó a enseñar".

Santaló ha sido maestro en varias formas. Como buen investigador ha dirigido y sigue dirigiendo tesis doctorales. Sus cursos universitarios son profundos, brillantes y claros. No sólo emplea la voz y la tiza para explicar sino que además usa con éxito sus manos, las que dibujan en el aire curvas y superficies y sugieren sus propiedades, y eso que a veces están en espacios de dimensión mayor que tres. Es rarísimo, por no decir imposible, encontrar un alumno que diga no haber entendido nada de la explicación de Santaló, lo cual no quiere decir que todos puedan captar en su totalidad la profundidad de su enseñanza; eso sí, el que lo consigue queda marcado para el resto de su existencia.

Los libros y monografías (son diez los primeros y seis las segundas) escritos por Santaló han pesado mucho en el desarrollo de la matemática en los países de habla castellana. Ya hablamos antes de sus tres libros de geometría integral. Entre los restantes hay que señalar en primer lugar el titulado *Vectores y Tensores*, donde desarrolla una teoría matemática que tiene justificada fama de ser muy difícil de exponer con claridad. Santaló consigue esto plenamente, lo que explica que la obra haya sido un éxito editorial, con muchas ediciones y sirviendo de texto en numerosas universidades y escuelas de ingenieros en los países de habla castellana. De características análogas es el titulado *Geometría Proyectiva* que también ha servido como libro de texto y ha alcanzado varias ediciones, menos que la primera obra, lo que no es de extrañar ya que la geometría proyectiva tiene una menor área de interés y de aplicaciones que el cálculo tensorial. Una disciplina geométrica de la que faltaban textos accesibles a los no especialistas era la teoría de espinores. Uno de los últimos libros de Santaló, su *Geometría Espinorial*, fue concebido y realizado para llenar ese vacío, meta que sin duda alguna será alcanzada.

La publicación de monografías tiene como objetivo para Santaló el marcar las líneas generales de una o varias disciplinas sin entrar en los detalles necesarios en un libro de texto; todas las publicadas por él han alcanzado amplia difusión. Es posible que la más interesante sea la dedicada a las geometrías no euclidianas; pese a su carácter expositivo aparecen en ella varios puntos de vista originales y ha obtenido críticas muy elogiosas. La monografía sobre espacios vectoriales y geometría analítica así como la que trata sobre probabilidades e inferencia estadística, que han sido publicadas por la O.E.A., están es

critas con la claridad típica de las obras de Santaló y se han difundido en todo el continente.

La lista de publicaciones de Santaló termina con un acápite sobre: artículos de divulgación, conferencias publicadas y trabajos sobre educación matemática. Son en total 46 títulos que pueden agruparse así: 25 artículos de divulgación y conferencias de carácter general, 8 artículos sobre historia de la ciencia y 13 publicaciones sobre educación matemática.

No nos detendremos, pese al interés que revisten muchos de ellos; en el análisis de los primeros, pero no podemos dejar de señalar una de las características de la personalidad de Santaló: sus dotes de conferenciante. El número de conferencias que ha dado oralmente es muchas veces superior al de las publicadas; el lector de estas últimas podrá apreciar el tratamiento profundo del tema, la claridad y lo agudo de algunas expresiones, pero perderá algo importante: la amenidad de la exposición. Por árido que pueda ser el tema, Santaló sabe provocar con suma frecuencia sonrisas, francas risas y hasta en algunos casos reprimidas carcajadas, pero todo ello sin afectar en lo más mínimo la seriedad de la exposición. Solamente un dominio profundo del tema y un muy sutil manejo de la ironía hacen posible este "instruir deleitando". Corolario: el anuncio de una conferencia de Santaló llena cualquier local hasta los topes.

La historia de la matemática ha sido también cultivada por Santaló; sobre ella ha publicado varios artículos de interés, pero su obra básica es la publicación del tomo I de la colección Evolución de las Ciencias en la República Argentina, editada por la Sociedad Científica Argentina; el volumen está consagrado a la evolución de la matemática desde 1923 hasta 1972. Santaló fue el redactor, coordinó la labor de los otros colaboradores y escribió la parte crucial sobre la evolución en Buenos Aires y La Plata desde 1942.

Esta obra no debería faltar en la biblioteca de los que en Argentina se interesan por la matemática. Santaló hace un análisis cuidadoso del cambio acaecido en la Matemática argentina. En medio siglo se pasó de un país que no tenía, en 1922, ninguna biblioteca con revistas matemáticas a un país "exportador" de matemáticos. Los juicios de Santaló son fundados e imparciales; no duda en hacer la "integral" del actuar de los matemáticos más destacados, poniendo de manifiesto las partes positivas y negativas. Él creó la expresión "generación del 61" para designar al grupo de jóvenes que se licenciaron alrededor de dicha fecha. Santaló dice que esa generación, "por lo numerosa y capaz era y sigue siendo la destinada a mantener un nivel de primera línea para la matemática argentina y poner una valla definitiva a todo retroceso; ellos habrán de saber, llegado el caso, proteger la matemática y defenderla de toda infiltración espuria". En el estudio de esta evolución de la matemática hay una sola omisión tan importante como inevitable; falta el análisis de la influencia de Santaló en dicha evolu-

ción.

Un último aspecto de la obra de Santaló es su participación en la renovación general de la enseñanza de la matemática, preferentemente al nivel secundario. Esta renovación empieza a tomar cuerpo en 1960 y desde ese inicio hasta ahora Santaló ha tomado parte muy activa en su desarrollo. Dos monografías y 13 trabajos publicados sobre el tema, muchas más conferencias no publicadas, su participación en congresos y simposios nacionales e internacionales, y en varios casos la organización de los mismos, le han llevado a ocupar una posición muy destacada en todo ese movimiento de ideas tanto en Europa como en América. Consecuencia natural de su interés y de su autoridad fué su elección, primero como Vicepresidente (1966-72) y luego como Presidente (1972-1979) del Comité Interamericano de Educación Matemática.

Puede parecer extraño que un matemático de la talla de Santaló se haya dedicado tanto durante cuatro lustros a una actividad que en cierto aspecto está al margen de su obra de investigador. Aparte de que Santaló tiene tiempo para todo, creemos conocer las razones que ha tenido para encarar ese esfuerzo. Él está convencido de que la educación matemática es uno de los puntos más importantes para un desarrollo eficaz de los países y considera que es entonces su deber dedicar parte de su tiempo a mejorar dicha educación.

Este bosquejo de la obra de Santaló quedaría incompleto si no hablásemos un poco de su carácter y de sus prendas morales. Santaló es ejemplo de una vida consagrada enteramente a la ciencia sin prisas y sin pausas, sin exageraciones ni claudicaciones.

Santaló ha recibido muchos honores los que, como es costumbre en las presentaciones, vamos a enumerar. Doctor honoris causa de las Universidades de Barcelona y del Nordeste, Académico Titular de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires, Académico Correspondiente de las Academias de Lima, Madrid, Córdoba y Barcelona; Primer Premio Nacional de Cultura, Premios: Sociedad Científica Argentina, Mibashan, Aguilar y Vaccaro, Profesor Emérito de la Universidad de Buenos Aires, son los principales. Todos vinieron a él por gravitación natural y sin que haya hecho, no digamos intrigas, sino ni siquiera empeñosas gestiones, para conseguirlos. En esto es también un ejemplo.

A Santaló nunca le ha interesado ocupar cargos de lustre ni tener posiciones de influencia, pero jamás rehuye las responsabilidades que se le ofrecen y cree que es su deber aceptarlas. Así fue su gestión en el CONICET como colaborador de Don Bernardo Houssay que lo tenía en el mayor aprecio. Aceptó en una sola ocasión la presidencia de la U.M.A., cuando, después de los sucesos de 1966, hizo falta alguien que la recompusiera. En Comisiones y Consejos Directivos su actuación tiene como características esenciales la eficacia y la imparcialidad.

Otra de sus prendas es la moderación. De Santaló podríamos decir que es apasionadamente moderado. Muchas veces en esas reuniones de los científicos, en las que los ánimos se encrespan y se llega hasta el encono, deja hablar, toma la palabra al final y su intervención lleva las aguas salidas de madre a su cauce natural; no lo consigue siempre, no puede hacer milagros, y en ocasiones tampoco busca la transacción; es inflexible en lo que se refiere a los principios básicos y jamás transigió con las supercherías en el dominio científico o con las falsificaciones de los juicios de valor.

Señalaremos como característica final la disponibilidad. En su despacho, en su casa está siempre trabajando y siempre dispuesto a atender cualquier pedido, desde una consulta sobre matemática o un consejo sobre política científica hasta el informe a un alumno sobre una equivalencia de asignaturas. De esta disponibilidad se abusa poniéndolo en demasiadas comisiones, jurados, etc.

Es posible que nos hayamos dejado en el tintero otros méritos y virtudes, pero creemos que los expuestos justifican (para los que le conozcan poco, pues para los otros no es necesario) el homenaje que le rinde la Unión Matemática Argentina.

1. *Area engendrada por un segmento que se mueve conservándose normal a una línea y describiendo una superficie desarrollable.* Revista Matemática Hispano-Americana, vol. 9, 1934, 101-107.
2. *Unos problemas de combinatoria.* Matemática Elemental, vol. III, 1934, 21-22.
3. *Algunas propiedades de las curvas esféricas y una característica de la esfera.* Revista Mat. Hisp-Am., vol. X, 1935, 1-4.
4. *Superficies desarrollables que pasan por una línea.* Las Ciencias, vol. I, 1934.
5. *Una fórmula integral para las figuras convexas en el plano y en el espacio.* Rev. Mat. Hisp-Am., vol. 11, 1936, 209-216.
6. *Unos problemas referentes a probabilidades geométricas.* Rev. Mat. Hisp-Am., vol. 11, 1936, 87-97.
7. *Geometría Integral 4: Sobre la medida cinemática en el plano.* Hamburg Abhandlungen, vol. XI, 1936, 222-236.
8. *Integralgeometrie 5: Ueber das kinematische Mass im Raum.* Actualités Hermann, N° 357, Paris 1936.
9. *Geometría Integral 7: Nuevas aplicaciones del concepto de medida cinemática en el plano y en el espacio.* Revista de la Academia de Ciencias de Madrid, vol. 33, 1936, 3-50 (Tesis doctoral del autor).
10. *Curvas sobre una superficie que cumplen la condición $dsf(k,t)ds=0$.* Rev. Mat. Hisp-Am. vol. 12, 1937, 3-12.
11. *Geometría integral 15: Fórmula fundamental de la medida cinemática para cilindros y planos paralelos móviles.* Hamburg Abhandlungen, vol. 12, 1937, 38-41.
12. *Geometría integral 31: Sobre valores medios y probabilidades geométricas.* Hamburg Abhandlungen, vol. 13, 1940, 284-294.
13. *Géométrie intégrale 32: Quelques formules intégrales dans le plan et dans l'espace.* Hamburg Abhandlungen, vol. 13, 1940, 344-356.
14. *Valor medio del número de partes en que una figura convexa es dividida por n rectas arbitrarias.* Revista de la Unión Mat. Argentina, vol. 7, 1940-41.
15. *Generalización de un problema de probabilidades geométricas.* Revista de la Unión Mat. Arg., vol. 7, 1940-41.
16. *Un esquema de valores medios en la teoría de probabilidades geométricas.* Revista de Ciencias, Lima, vol. 42, 1940, 146-154.
17. *A theorem and an inequality referring to rectifiable curves.* American Journal of Mathematics, vol. 63, 1941, 635-644.
18. *Quelques propriétés des courbes gauches dans la géométrie différentielle affine.* Portugaliae Mathematica, vol. 3, 1942, 63-68.
19. *Sur quelques problèmes de probabilités géométriques.* Tôhoku Mathematical Journal, vol. 47, 1940, 159-171.
20. *Verallgemeinerung eines Satz von T. Kubota ueber Eiliniën.* Tôhoku Math. Journal, vol. 48, 1941, 64-67.
21. *Algunas propiedades infinitesimales de las curvas planas,* Mathem.

Notae, vol. 1, 1941, 129-144.

22. *Geometría integral de figuras ilimitadas*. Publicaciones del Instituto de Matemáticas, Rosario, vol. 1, 1939, 5-58.
23. *Una demostración de la propiedad isoperimétrica del círculo*. Publicaciones del Inst. de Mat. Rosario, vol. 2, 1940, 37-46.
24. *Un teorema sobre conjuntos de paralelepípedos de aristas paralelas*, Publ. del Inst. de Mat. Rosario, vol. 2, 1940, 49-60.
25. *Curvas extremales de la torsión total y curvas D*, Publ. del Inst. de Mat. Rosario, vol. 3, 1941, 133-156.
26. *Complemento a la nota "Un teorema sobre conjuntos de paralelepípedos de aristas paralelas"*. Publ. Inst. Mat. Rosario, vol. 3, 1942, 203-210.
27. *Sobre ciertas variedades con carácter de desarrollables en el espacio euclidiano de 4 dimensiones*, Publ. Inst. Mat. Rosario, vol. 4, 1942, 3-44.
28. *Algunos valores medios y desigualdades referentes a curvas situadas sobre la superficie esférica*, Revista de la Unión Mat. Argentina, vol. 8, 1942.
29. *Sobre el concepto de curvatura de superficies*, Mathem. Notae, vol. 2, 1942, 165-184.
30. *Integral formulas in Crofton's style on the sphere and some inequalities referring to spherical curves*. Duke Math. Jour. vol. 9, 1942, 707-722.
31. *Algunas desigualdades entre los elementos de un triángulo*. Mathem. Notae, vol. 3, 1943, 65-73.
32. *Sobre la cónica osculatriz en un punto ordinario de una curva plana*, Revista de la Unión Mat. Arg. vol. 9, 1943.
33. *La desigualdad isoperimétrica sobre superficies de curvatura constante negativa*. Revista de Mat. y Física teórica de la Universidad de Tucumán, vol. 3, 1942.
34. *Una propiedad característica del círculo*. Math. Notae, vol. 3, 1943, 142-147.
35. *Sobre la distribución probable de corpúsculos en un cuerpo deducida de la distribución en sus secciones y problemas análogos*. Revista de la Unión Mat. Arg. vol. 9, 1943, 145-164.
36. *Integral geometry on surfaces of constant negative curvature*, Duke Math. Journal, vol. 10, 1943, 687-704.
37. *Propiedades de las figuras convexas sobre la esfera*. Math. Notae, vol. 4, 1944, 11-40.
38. *Acotaciones para la longitud de una curva o para el número de puntos necesarios para cubrir aproximadamente un dominio*. Anais da Academia Brasileira de Ciencias, vol. 16, 1944.
39. *Superficies cuyas curvas-D son geodésicas o trayectorias isogonales de las líneas de curvatura*. Publicaciones del Inst. de Mat. Rosario, vol. 5, 1943, 255-267.
40. *Note on convex spherical curves*. Bulletin of the American Math. Soc. vol. 50, 1944, 528-534.
41. *Área limitada por la curva engendrada por el extremo de un segmento cuyo otro extremo recorre una curva fija y aplicación a la obtención de algunos teoremas sobre óvalos*. Math. Notae, vol. 4, 1944, 213-226.

42. Un teorema sobre representación conforme, *Mathem. Notae*, vol. 5, 1945, 29-40.
43. Valor medio del número de regiones en que un cuerpo del espacio es dividido por n planos arbitrarios. *Revista de la Unión Mat. Arg.*, vol. 10, 1945, 101-108.
44. Sobre el círculo de radio máximo contenido en un recinto, *Revista de la U. Mat. Arg.*, vol. 10, 1945, 155-162.
45. Note on convex curves on the hyperbolic plane, *Bulletin of the Am. Math. Soc.* vol. 51, 1945, 405-412.
46. Complemento a la nota "Sobre un problema diofántico". *Math. Notae*, vol. 5, 1945, 162-171.
47. Algunas propiedades de las curvas alabeadas en la geometría diferencial proyectiva. *Actas de la Academia de Ciencias de Lima*, vol. 8, 1945, 203-216.
48. Sobre un complejo lineal ligado a una curva cerrada del espacio, *Math. Notae* vol. 6, 1946, 45-56.
49. Convex regions on the n -dimensional spherical surface, *Annals of Mathematics*, vol. 47, 1946, 448-459.
50. A geometrical characterization for the affine differential invariants of a space curve, *Bull. of the Am. Math. Soc.* vol. 52, 1946, 625-632.
51. Sobre la longitud de una curva del espacio como valor medio de las longitudes de sus proyecciones ortogonales. *Math. Notae*, vol. 6, 1946, 158-166.
52. Una fórmula integral referente a figuras convexas, *Revista de la Unión Mat. Arg.*, vol. 7.
53. Unas fórmulas integrales referentes a cuerpos convexos, *Revista de la Unión Mat. Arg.* vol. 12, 1946, 78-87.
54. Sobre los cuerpos convexos de anchura constante en E_n , *Portugaliae Mathematica*, vol. 5, 1946, 195-201.
55. Estudios numerativos sobre las variedades de contacto de las superficies en un espacio de n dimensiones (en colaboración con B. Levi y De María), *Publ. del Inst. de Mat. Rosario*, vol. 8, 1946, 3-72.
56. On the first two moments of the measure of a random set. *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 18, 1947, 37-49.
57. Sobre la medida del conjunto de figuras convexas congruentes contenidas en el interior de un rectángulo o de un triángulo, *Actas Acad. de Ciencias de Lima*, vol. 10, 1947, 102-118.
58. Affine invariants of certain pairs of curves and surfaces, *Duke Math. Journal*, vol. 14, 1947, 559-574.
59. Una propiedad característica de las cuádricas de revolución y de los cilindros cuya sección recta es una espiral logarítmica, *Math. Notae*, vol. 7, 1947, 81-90.
60. Sobre figuras planas hiperconvexas, *Summa Brasiliensis Mathematicae*, vol. 1, fasc. 11, 1946, 221-239.
61. Sobre la distribución de planos en el espacio, *Revista de la Unión Mat. Argentina*, vol. 13, 1948, 120-124.
62. Curvas D sobre conos, *Math. Notae*, vol. 7, 1947, 179-190.
63. Beweis eines Satzes von Bottema ueber Eiliniien, *Tôhoku Math. Jour*

nal, vol. 48, 1941, 221-224.

64. *Integral geometry on surfaces*, Duke Math. J. vol. 16, 1949, 361-375.
65. *Un invariante afín para las curvas convexas del plano*. Math. Notae, vol. 8, 1949, 103-111.
66. *Integral geometry on projective and affine spaces*. Annals of Mathematics, vol. 51, 1950, 739-755.
67. *Geometría integral en los espacios tridimensionales de curvatura constante*, Mathem. Notae, vol. 9, 1950, 1-28.
68. *On parallel hypersurfaces in the elliptic and hyperbolic n -dimensional space*. Proc. of the Am. Math. Soc. vol. 1, 1950, 325-330.
69. *Unas fórmulas integrales y una definición del área q -dimensional de un conjunto de puntos*, Revista de Mat. y Física teórica de la Univ. de Tucumán, vol. 7, 1950.
70. *Un invariante afín para los cuerpos convexos del espacio de n -dimensiones*, Portugaliae Mathem. vol. 8, 1949, 155-161.
71. *Unas desigualdades entre los elementos de un tetraedro en geometría no-euclidiana*. Math. Notae, vol. 9, 1950, 113-117.
72. *Sobre unas fórmulas integrales y valores medios referentes a figuras convexas móviles en el plano*. Publ. de la Fac. de Ciencias Exactas de la Univ. de Buenos Aires, vol. 1, N°2, 1950, 25-45.
73. *Observaciones sobre superficies y poliedrales inscritas*, Revista "Las Ciencias", Madrid, vol. 15, 1950.
74. *Generalización de una desigualdad de H. Hornich a espacios de curvatura constante*, Revista de la Unión Mat. Arg. vol. 15, 1951, 62-66.
75. *La probabilidad en las construcciones geométricas*, Anales de la Soc. Cient. Argentina, vol. 152, 1951, 203-229.
76. *On permanent vector varieties in n dimensions*, Portugaliae Math. vol. 10, 1951, 125-127.
77. *Integral Geometry in general spaces*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Cambridge 1950, vol. 1, 483-489.
78. *Integral geometry in Hermitian spaces*, American J. of Mathematics, vol. 74, 1952, 423-434.
79. *Dos propiedades de los círculos sobre la superficie esférica*, Math. Notae, vol. 11, 1952, 73-78.
80. *Geometría integral en espacios de curvatura constante*, Publicaciones de la Com. Nac. de la Energía Atómica, Serie Matemática, vol. 1, fasc. 1, 1952, 1-68.
81. *Problemas de geometría integral*, Symposium sobre "algunos problemas matemáticos que se están estudiando en América Latina", Punta del Este, Uruguay, 1951, 23-40.
82. *Algunos valores medios sobre la semiesfera*. Math. Notae, vol. 12-1, 1952, 32-37.
83. *Measure of sets of geodesics in a riemannian space and applications to integral formulas in elliptic and hyperbolic spaces*, Summa Brasiliensis Mathematicae, vol. 3, N°1, 1952, 1-11.
84. *On the kinematic formula in spaces of constant curvature*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Amsterdam,

1954.

85. *Unas generalizaciones del teorema de los cuatro vértices*, Math. Notae, vol. 12, 1954, 69-78.
86. *Sobre unos tensores análogos al de curvatura en espacios de conexión afín no simétrica*, Revista de Mat. y Física teórica, Universidad de Tucumán, vol. 10, 1954, 19-26.
87. *Sobre el teorema de Holditch y análogos en geometría no euclídea*, Math. Notae, vol. 14, 1954, 32-49.
88. *Cuestiones sobre geometría diferencial afín de superficies*, Coloquio sobre algunas cuestiones matemáticas que se están estudiando en América Latina, II, Villavicencio, Mendoza, 1954, 21-33.
89. *On geometry of numbers*, Japanese J. of Math. vol. 7, 1955, 208-213.
90. *Cuestiones de geometría diferencial e integral en espacios de curvatura constante*, Rendiconti del Seminario Mat. di Torino, vol. 14, 1955, 277-295.
91. *Sur la mesure des espaces linéaires qui coupent un corps convexe et problèmes qui s'y rattachent*, Coloquio sobre cuestiones de realidad, Liège, 1955, 177-190.
92. *Sobre la distribución de los tamaños de los corpúsculos contenidos en un cuerpo a partir de la distribución en sus secciones*, Trabajos de Estadística, Madrid, vol. 6, 1956, 181-196.
93. *Sobre las cuerdas de una curva convexa*, Revista de la Unión Mat. Argentina, vol. 17, 1955, 217-222.
94. *Curvas sobre una superficie extremales de una función de la curvatura y de la torsión*, Abhandlungen der Hamburgische Universität, vol. 20, 1956, 261-222.
95. *Sobre la unicidad de los operadores vectoriales*, Mathematicae Notae, vol. 14, 1956, 120-132.
96. *On the mean curvatures of a flattened convex body*, Revue de la Fac. des Sciences, Université Istanbul, vol. 21, 1956, 189-194.
97. *Unas propiedades de la representación conforme local de una superficie sobre otra*, Rev. de la Unión Mat. Argentina, vol. 18, 1957, 45-52.
98. *Geometría diferencial afín y cuerpos convexos*, Math. Notae, vol. 16, 1957, 20-42.
99. *Un nuevo invariante afín para las figuras convexas del plano y del espacio*, Math. Notae, vol. 16, 1958, 78-91.
100. *Sobre las ecuaciones del campo unificado de Einstein*, Revista de Mat. y Física Teórica Univ. Tucumán, vol. 12, 1959, 31-55.
101. *Unas desigualdades referentes a figuras convexas del plano y del espacio*, Actas de la reunión de la Unión Mat. Arg. en Bahía Blanca, 1957.
102. *Two applications of the integral geometry in affine and projective spaces*, Publ. Math. Debrecen, vol. 7, 1960, 226-237.
103. *Sobre las teorías del campo unificado*, Rev. de la Unión Mat. Argentina, vol. 19, 1960, 195-206.
104. *Una fórmula de Steiner para superficies paralelas en geometría afín*, Rev. de Mat. y Fís. Teórica Univ. de Tucumán, 13, 1960, 194-208.

105. *Sobre los sistemas completos de desigualdades entre los elementos de una figura convexa plana*, Math. Notae, 17, 1961, 82-104.
106. *On the measure of sets of parallel linear spaces in affine space*, Canadian J. of Math. 14, 1962, 313-319.
107. *Sobre la fórmula fundamental cinemática de la geometría integral en espacios de curvatura constante*, Math. Notae, 18, 1963, 79-94.
108. *Sobre la fórmula de Gauss-Bonnet para poliedros en espacios de curvatura constante*, Rev. Unión Mat. Argentina, 20, 1960, 79-91.
109. *Sobre unas propiedades características de la esfera*, Rev. Mat. y Fis. Teórica Univ. Tucumán, 14, 1962, 287-297.
110. *Una relación entre las curvaturas medias de cuerpos convexos paralelos en espacios de curvatura constante*, Rev. Unión Mat. Argentina, 21, 1963, 121-137.
111. *On Einstein's unified field theory*, Artículo del libro "Perspectives in Geometry and Relativity" Indiana University Press, 1966, 343-352.
112. *Integral Geometry of the projective groups on the plane depending on more than 3 parameters*, Ann. Scient. Université de Jassy, 11, 1965, 307-335.
113. *Valores medios para polígonos formados por rectas al azar en el plano hiperbólico*, Rev. Mat. y Fis. Teor. Universidad de Tucumán, 16, 1966, 29-44.
114. *Sobre el recíproco de un teorema de Jacobi referente a curvas del espacio*, Rev. Mat. y Fis. Teor. Universidad de Tucumán, 17, 1967, 83-89.
115. *Horocycles and convex sets in hyperbolic plane*, Archiv der Math. 28, 1967, 83-89.
116. *Grupos del plano respecto de los cuales los conjuntos de puntos y de rectas admiten una medida invariante*, Rev. Unión Mat. Argentina, 23, 1967, 119-148.
117. *Integral Geometry*. Artículo del libro "Studies in global Analysis and Geometry" editado por S.S. Chern, The Mathematical Association of America, Prentice Hall, 1967, 147-193.
118. *Horospheres and convex bodies in hyperbolic space*, Proc. Amer. Math. Society, 19, 1968, 390-395.
119. *Curvaturas absolutas totales de variedades contenidas en un espacio euclidiano*, Acta Científica Compostelana, 5, 1968, 149-158.
120. *On some geometric inequalities in the style of Fary*, American J. Math. 91, 1969, 25-41.
121. *Spaces with two affine connections*, Bull. Calcuta Math. Soc. 59, 1967, 3-8.
122. *Convexidad en el plano hiperbólico*, Rev. Mat. y Fis. Teórica Universidad Tucumán, 19, 1969, 174-183.
123. *Algunos problemas de geometría diferencial*, Notas Científicas serie A, Matemática, Lima, vol 7, 1969, 27-43.
124. *Mean values and curvatures*, Izv. Akad. Nauk. Armejan, SSR, Ser. Mat. vol. 5, 1970, 286-295.
125. *Probabilidades sobre cuerpos y cilindros convexos*, Rev. Unión Matemática Argentina, 25, 1970, 286-295.
126. *Averages for polygons formed by random lines in Euclidean and*

Hyperbolic planes (en colaboración con Y. Yañez), *Journal of Applied Probability*, 9, 1972, 140-157.

127. *Sobre algunas teorías asimétricas del campo unificado*, *Rev. R. Academia de Ciencias de Madrid*, 66, 1972, 395-425.
128. *Unified field theories of Einstein's type deduced from a variational principle: Conservation laws*, *Tensor*, 25, 1972, 383-389.
129. *Total curvatures of Compact Manifolds immersed in Euclidean space*, *Symposium Mathematica*, vol. 14, Instituto Nazionale di Alta Matematica, Roma (Academic Press, New York, 1974, 363-390).
130. *Curvas y Cuaterniones*, *Rev. Unión Mat. Argentina*, vol. 27, 1974, 41-52.
131. *Sobre las geodésicas del universo de Gödel-Synge*, volumen de homenaje al profesor Lora Tamayo, *Real Academia de Ciencias Exactas, Fis. y Nat. de Madrid*, 1975, 51-69.
132. *The kinematic formula in integral geometry for cylinders*, *Annali di Matematica serie IV*, vol. 103, 1975, 71-79.
133. *Plate and line segment processes* (en colaboración con N. Fava), *J. Appl. Probability*, 15, 1978, 494-581.
134. *Random processes of linear segments and graphs*, *Lecture Notes on Biomathematics*, n°23, Springer, Berlin, 1978, 279-294.

LIBROS PUBLICADOS

1. *Historia de la Aeronáutica*, Espasa-Calpe Argentina, Buenos Aires, 1946.
2. *Geometría Integral* (en colaboración con J.Rey Pastor), Espasa Calpe Argentina, Buenos Aires, 1951.
3. *Introduction to Integral Geometry*, Hermann, Paris, 1953. (Existe traducción al ruso).
4. *La Probabilidad y sus Aplicaciones*, Ed. Iberoamericana, Buenos Aires, 1955.
5. *Geometría Analítica* (en colaboración con Rey Pastor y Balanzat), Ed. Kapelusz, Buenos Aires, 1955.
6. *Vectores y Tensores*, Editorial Universitaria de Buenos Aires (EUDEBA), 1961.
7. *Geometrías no-euclidianas*, EUDEBA, 1961.
8. *Geometría Proyectiva*, EUDEBA, 1966.
9. *Espacios vectoriales y Geometría Analítica*, Monografías de la OEA, Washington, 1965.
10. *Probabilidad e Inferencia Estadística*, Monografías de la OEA, Washington, 1970.
11. *La Matemática en la Escuela Secundaria*, EUDEBA, 1966.
12. *Evolución de las Ciencias en la República Argentina, tomo I, La Matemática*. Volumen publicado por la Sociedad Científica Argentina en su Centenario, Buenos Aires, 1975 (en colaboración con varios autores), 243 páginas.
13. *Geometría Espinorial*, Instituto Argentino de Matemática, CONICET, Buenos Aires, 1976, 130 páginas.
14. *Integral Geometry and Geometric Probability*, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Addison-Wesley, Reading, 1976, 404 páginas.
15. *La Educación Matemática, hoy*. Editorial Teide, Barcelona, España, 1975, 110 páginas.

1. *Algunos problemas geométricos que plantea la navegación aérea.* Boletín Mat., vol.13, 1940.
2. *Sobre las probabilidades continuas,* Ciencia(México), vol.1,1940.
3. *Posibilidades del vuelo interplanetario,* Rev. de Ingeniería y Arquitectura, Rosario, 1942.
4. *La Matemática y el Lenguaje,* conferencia publicada por la Asociación Cultural de Conferencias, Rosario, 1941.
5. *Niccolo Tartaglia y la resolución de la ecuación de tercer grado,* Math. Notae, vol. 1, 1941.
6. *Isaac Newton y el Binomio,* Math. Notae, vol. 2, 1942.
7. *La probabilidad y sus diversas aplicaciones,* Conferencia publicada por la Asociación Cultural de Conf. Rosario, 1942.
8. *Breve historia y estado actual de algunas quimeras y fantasías del hombre,* Revista Centro Estudiantes Fac. Ciencias Mat., Rosario, 1943.
9. *Origen y desarrollo de la geometría integral,* Rev. de la Univ. Católica del Perú, vol.12, 1944.
10. *Origen y evolución de algunas teorías matemáticas,* Revista de Ingeniería, Montevideo, octubre 1945.
11. *Sobre el problema del radio de acción de los aviones,* Rev. del Centro de Estudiantes de la Fac. de Ciencias Mat. Rosario, 1945.
12. *Las probabilidades geométricas y la geometría integral,* Conferencia en la Fac. de Ing. de Montevideo, publicada en el Boletín de la misma Fac., vol. 3, 1945.
13. *Contribuciones de la aviación al progreso de las ciencias.* Conferencia publicada por la Asoc. Cultural de conf. de Rosario, 1945.
14. *Aplicaciones y problemas actuales de algunas teorías matemáticas,* Conferencia pronunciada en la Soc. Cient. Argent. y publicada en los Anales de la misma, vol. 150, 1950.
15. *Nuevos problemas planteados a la matemática por las otras ciencias,* Boletín del Centro de Cooperación Científica, UNESCO, Montevideo, 1952.
16. *El problema de la unificación de los campos: la última teoría de Einstein,* Mundo Atómico, año 4, 1953.
17. *La última teoría del campo único de Einstein,* Ciencia e Investigación, vol. 9, 1953.
18. *La probabilidad en geometrías no euclidianas,* Estocástica, vol.2, 1954.
19. *Aspectos modernos en el campo de la geometría,* Ciencia y Tecnología, vol. 4, N° 12, 1954.
20. *La obra de Einstein en el campo matemático,* Ciencia e Investigación, Julio 1955.
21. *Geometría analítica y geometría sintética,* Ciencia e Investigación, 1961.

22. *La Matemática en la Argentina*, Revista de la Universidad de Buenos Aires, 1961.
23. *Geometrías finitas* (en colaboración con C. Carranza), Ciencia e Investigación, Buenos Aires, 1963.
24. *Perspectivas del desarrollo de la matemática en América Latina*, Rev. de la Unión Mat. Arg. 20, 1960, 23-32.
25. *La obra científica de Beppo Levi*, Math. Notae, 18, 1962, 23-28.
26. *La enseñanza de las ciencias en la escuela media: La Matemática*, Ciencia e Investigación, Buenos Aires, 1963, 245-252.
27. *La formación de profesores de matemáticas* (en colaboración con A. Valeiras), Educación Matemática en las Américas, I, Columbia University, Teachers College, 1962.
28. *La matemática moderna en la escuela primaria y en la secundaria*, La Educación, Washington, OEA, 1965, N° 37-38, 25-44.
29. *Problemas que encuentra la reforma de la matemática en América Latina referentes a los profesores y programas*. Educación Matemática en las Américas II, Informe de la Conferencia de Lima, 1966, 23-29.
30. *Preparación de profesores de matemática para la enseñanza secundaria* (en colaboración con R. Voelker), Educación Matemática en las Américas, II, 1966, 189-196.
31. *La Matemática y la Educación*, Publicación de la Oficina de Ciencias de la UNESCO para América Latina, Montevideo, 1972.
32. *La Matemática en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires en el período 1865-1930*, Primer Congreso Argentino de Historia de la Ciencia, Boletín de la Acad. Nac. Ciencias, Córdoba, 1970, 255-273.
33. *La Matemática y su Enseñanza en los niveles elemental, medio y superior*. Actas del IV Congreso Bolivariano de Matemáticas, Panamá, 1973. Publicado también en "Conceptos de Matemática", 1973, N° 27.
34. *Las Aplicaciones de la Matemática en la Enseñanza Secundaria: papel de la Estadística y de la Probabilidad*. Volumen titulado "Las Aplicaciones en la Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en la Escuela Secundaria", Oficina de Ciencias de la UNESCO, Montevideo, 1974.
35. *Panorama de la Matemática en América Latina en 1974*. Boletín de la Oficina de Ciencias de la UNESCO, N° 8, 1974.
36. *La teoría de los conjuntos y la enseñanza de la matemática*. Conceptos de Matemática, N° 34, 1975, 4-10.
37. *La enseñanza de la Matemática: de Platon a la Matemática Moderna*, Revista del Instituto de Investigaciones Educativas (IIE), año 3, N° 12, Buenos Aires, Septiembre 1977, 3-26.
38. *El debate actual sobre la Matemática Moderna*, Rev. del IIE, Buenos Aires, año 3, N° 14, Nov. 1977, 3-22.
39. *Geometría y Física*, "Conceptos de Matemática", N° 43, 1977.
40. *Información y Cultura*, Rev. Nacional de Cultura, I, n° 1, Buenos Aires, 1978, 75-81.