RESUMENES DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS A LA CUARTA REUNION CONJUNTA DE LA SOCIEDAD MATEMATICA PARAGUAYA Y LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

VILA, J., RIPOLL, D., BENEGAS, J. y MARCHI, E. (U.N. San Luis): *Método alternativo para el modelo de Ising.*

Se ha desarrollado un nuevo método recursivo para resolver el modelo de Ising en una dimensión. Se ha trabajado sobre las soluciones de cadenas abiertas y cerradas con y sin campo externo aplicado. Este método se presenta como muy poderoso para atacar problemas de Mecánica Estadística.

VILA, J. y RIPOLL, D. (U.N. San Luis): *Solución analítica para el modelo de fluido unidimensional.*

La función de partición para este modelo es presentada como un producto matricial. Una matriz de NxN se presenta y una solución analítica exacta se encuentra para una de las entradas, la cual en el límite termodinámico representa el autovalor máximo, a partir del cual se pueden derivar todos los parámetros termodinámicos de interés.

MARCHI, E., PEREYRA, V. y MILLAN, L. (U.N. San Luis): *Generalización del modelo de Glauber dependiente del tiempo.*

Se realiza una generalización del modelo de Glauber dependiente del tiempo partiendo de la ecuación maestra donde se postula que las probabilidades de transición contienen la interacción con N vecinos. Se calculan los valores medios de espín para la interacción con campo externo y sin ella, llegando a una expresión para la susceptibilidad magnética.

MARCHI, E., SALES, J.,VELASCO, R. y MILLAN, L. (U.N. San Luis): *Competición ecológica entre tres y cuatro especies.*

En este trabajo estudiamos problemas particulares de competición ecológica entre tres y cuatro especies, siguiendo un procedimiento similar al realizado por Volterra para el problema de dos especies. Nosotros encontramos que bajo ciertas restricciones es posible deducir variaciones cíclicas en las poblaciones de cada una de las especies. Calculamos además el período del ciclo, como así también los valores medios de las respectivas especies.

DI PASQUALE, C. y MARCHI, E. (U.N. San Luis): *Tratamiento estocástico en compartimientos: dependencia del tiempo, tipo Polya.*

Este trabajo presenta el crecimiento estocástico de cultivos microbiológicos en una subestructura llamada "deme", subdividida en compartimientos, cuando las probabilidades de transición, las cuales dependen del tiempo, son de tipo Polya. Se obtiene una expresión para el valor medio del número de células en los respectivos compartimientos para distintos casos.

TARAZAGA, P., FERNANDEZ, C. y MARCHI, E. (U.N. San Luis): *Algunos aspectos acerca de E-Flats.*

En este trabajo presentamos algunos tipos de extremales en tres dimensiones. En resumen, damos una caracterización teórica de todas las extremales por medio de extremales de orden menor. También es presentado el rango de la matriz de incidencia. Esto origina información acerca del soporte de las extremales. Finalmente, introducimos un concepto natural de descomposición y algunos ejemplos de aplicación.

MARCHI, E., NEME, A. y TARAZAGA, P. (U.N. San Luis): *Extremales de matrices estocásticas en conos no usuales.*

En este trabajo nosotros primero introducimos las matrices doblemente estocásticas en conos que no son el tradicional. Extremalidad para diferentes clases de conos es estudiada, obteniéndose un teorema de caracterización de las matrices extremales y también hallando clases de extremales para ciertos conos particulares de gran interés por sus aplicaciones.

TRIONE, S.E. (U.B.A. y I.A.M.): *Sobre la transformada de Fourier de funciones retardadas e invariantes Lorentz.*

En esta nota calcularemos las transformadas de Fourier de funciones (y distribuciones) retardadas e invariantes Lorentz mediante paso al límite de sus transformadas de Laplace. Llamaremos **R** a la familia de funciones $\phi(t)(t = (t_o,t_1,\ldots,t_{n-1}) \in R^n)$ que satisfaga a las condiciones siguientes:

a) $\phi(t) = F(u)$, donde $F(u)$ es una función de la variable escalar u y $u = t_o^2 - t_1^2 - \ldots - t_{n-1}^2$;

b) sop $\phi(t) \subset \overline{\Gamma}_+$, donde $\overline{\Gamma}_+$ designa la clausura de

$\Gamma_+ = \{t \in R^n / \ t_o > 0,\ u > 0\}$;

c) $e^{\langle t,y \rangle}\phi(t) \in L_1$ si $y \in V_-$, $V_- = \{y \in R^n,\ y_o < 0,\ y_o^2-y_1^2-\ldots-y_{n-1}^2>0\}$.

El método consiste en evaluar la transformada de Laplace de funciones pertenecientes a R que sean, además, funciones continuas de crecimiento lento (primer paso), y luego, pasar al límite (en S') para $y \longrightarrow 0$, donde $y \in V_-$. Evaluaremos, entre otras, la transformada de Fourier de la función característica del volumen limitado por la hoja superior del hiperboloide $u = m^2$ y de la derivada k-ésima de la delta retardada en el hiperboloide $u = m^2$.

TORANZOS, F. y HANSEN, G. (U.B.A.): *Observaciones sobre funciones cuasiconvexas.*

Una función con dominio en un convexo de $\mathbf{R}^n$ y con valores reales es cuasiconvexa si sus conjuntos de nivel son convexos y es seudoconvexa si su restricción a cada segmento incluído en su dominio es convexa.

i) Stoer & Witzgall afirman que una función cuasiconvexa con, a lo sumo, un mínimo local es seudoconvexa. Exhibimos un contraejemplo de esta afirmación con dominio en R^2.

ii) La composición de una función convexa $f: \mathbf{R}^n \longrightarrow R$ con una función monótona creciente $g: R \longrightarrow R$ es cuasiconvexa. Exhibimos un contraejemplo de la afirmación recíproca.

iii) Demostramos que una función con dominio en un espacio vectorial E, a valores reales no negativos, cuasiconvexa y positivamente homogénea es una seminorma en E.

BENEDEK, A. y PANZONE, R. (U.N.S.): *El problema inverso para ecuaciones diferenciales de segundo orden con condiciones de contorno dependientes linealmente del parámetro.*

Sea (α) $y(0)\cos\alpha + y'(0)\operatorname{sen}\alpha = 0$, $[\beta]$ - $(\beta_1 y(\pi) - \beta_2 y'(\pi)) =$ $= \lambda(\beta_1' y(\pi) - \beta_2' y'(\pi)) = 0$, $\beta_1'\beta_2 - \beta_1\beta_2' > 0$ y $\Lambda(Q,(\alpha),[\beta])$ el espectro del problema de contorno dado por la ecuación

$$(Q) \qquad u'' + (\lambda - Q)u = 0, \quad Q \in L^1(0,\pi) \;, \quad 0 \leqslant x \leqslant \pi \;,$$

con las condiciones de borde (α) y $[\beta]$.

Se demuestra, entre otros, el siguiente resultado:

TEOREMA. Sean Q y $\tilde{Q}$ funciones de $L^1(0,\pi)$ y $Q = \tilde{Q}$ c.d. en $(\pi/2,\pi)$. Si $\Lambda(Q,(\alpha),[\beta]) = \Lambda(\tilde{Q},(\alpha),[\beta])$ entonces $Q = \tilde{Q}$ c.d. en $(0,\pi)$.
Esta proposición generaliza un resultado debido a H. Hochstadt y B. Lieberman (1978) donde en lugar de $[\beta]$ se tiene una condición de contorno ordinaria.

SPINADEL de, V.W. (U.B.A.): *Sobre el equilibrio bionómico de un modelo de pesca.*

Se analiza el sistema dinámico propuesto por el modelo de Schäfer y se demuestra que el punto de equilibrio del sistema es globalmente asintóticamente estable, pero que para el caso de depensación, el punto de equilibrio es inestable y aparecen oscilaciones.

Se estudia la maximización de la ganancia desde el punto de vista del manejo de una pesquería en el caso de una sola empresa y se generaliza al caso de n empresas, demostrando que bajo determinadas condiciones, existe un punto de equilibrio de Nash.

ALVAREZ ALONSO, J.D. (U.B.A.): *El núcleo de un operador regularizante.*

Dado un operador lineal $R: D \longrightarrow D'$, se lo llama regularizante de orden k, si R, $D^{\alpha}R$, RD^{α} se extienden a operadores continuos de L^2 en sí mismo, para $|\alpha| = k$. El problema que quiere estudiarse es encontrar una función h(x,y), definida en $R^n x R^n$, con la cual pueda escribirse

$$Rf = \int h(x,y)f(y)\, dy \qquad f \in D \qquad (1)$$

El resultado que se obtiene es el siguiente:

Sea $k > j+n/2$, n la dimensión del espacio euclídeo donde se trabaja, j un número natural.

Entonces, existe una y sólo una función h(x,y) cumpliendo:

$$\left.\begin{array}{l} D_x^{\alpha}h \in L^{\infty}(R_x^n;L_y^2) \\ D_y^{\alpha}h \in L^{\infty}(R_y^n;L_x^2) \end{array}\right\} \quad |\alpha| \leqslant j$$

El operador R se escribe como (1) en términos de h.

ALVAREZ ALONSO, J.D. (U.B.A.): *Estimaciones en el espacio de Morrey.*

Dada una función f definida en un cubo $Q_a = \{0 < x_j < a\}$, se dice que pertenece al espacio de Morrey $M^{\alpha}(Q_a)$, $0 < \alpha < 1$, si

$$\frac{1}{|Q'|}\int |f|\, dx \leqslant C \,.\, |Q'|^{-\alpha}$$

para todo cubo Q' contenido en Q_a de lados paralelos.

Cuando se permite que α tome el valor cero, resulta el espacio BMO. Para este espacio, se sabe que las funciones de distribución tienen crecimiento e^{-Mt}, para M adecuado.

Sin embargo, en los espacios de Morrey se obtiene el siguiente resultado: Dados $0 < \alpha < 1$, $f:(0,1) \longrightarrow R$ no creciente, no negativa, integrable, existe un cubo Q_a y una función $g \in M^{\alpha}(Q_a)$, cuya función de distribución es no menor que la de f en todo punto.

BIRMAN, G.S. (U.B.A.): *Densidad de elementos que se pertenecen.*

Con objeto de conocer la medida total de cadenas tridimensionales en $P_3(C)$ con la geometría hermitiana elíptica, se obtiene la densidad de una cadena tridimensional que pasa por un punto fijo y la densidad de un punto en una cadena tridimensional fija. Extendiendo este concepto: sean A y B elementos de $P_3(C)$, es decir, puntos, rectas, planos ó cadenas uni-, bi- ó tridimensionales, con la notación dA[B], dA(B) densidad de A que pasa por B y densidad de A en B respectivamente, teniendo en cuenta sólo la dimensión de A y B se halla $P_3(C)$ 19 casos a considerar. Estas densidades satisfacen identidades que permiten obtener sus medidas totales.

GRATTON, F. (U.B.A. y CONICET): *Extensión de soluciones exactas que representan ondas de amplitud finita en la magnetohidrodinámica incompresible.*

Se muestra cómo a partir de una transformación simétrica de las ecuaciones de la magnetohidrodinámica incompresible (1), raramente empleada, se obtienen, de una manera natural y simple, soluciones (de las ecuaciones no linearizadas) que representan ondas solitarias de Alfvén (2), de perfil arbitrario. El procedimiento se puede extender inmediatamente al caso de los plasmas en rotación uniforme, y se dan las condiciones (más restrictivas) para que puedan existir estas soluciones.

Se examinan luego equilibrios de plasmas con estructuras magnéticas no uniformes en el espacio, y la posibilidad que estos sistemas sean soportes de ondas descriptas por soluciones exactas. Finalmente y con igual facilidad se muestra que también ciertos estados estacionarios del plasma (llamados de equipartición de la energía), en general no uniformes en el espacio, actúan como sostén de algunas soluciones exactas del tipo de ondas solitarias de las ecuaciones de la magnetohidrodinámica. Esto ocurre, sea en plasmas en sistemas inerciales, sea que los estados de equipartición estén construídos sobre un plasma rotante. En este último caso las ondas de amplitud finita deben satisfacer condiciones restrictivas adicionales.

(1) Obtenidas independientemente por Lundquist, Arkiv for Fysik 5 N°15 (1952) 297 y por Elsasser (1950).
(2) H. Alfvén, Cosmical Electrodynamics. Oxford Univ. Press, 1950.

ZALDUENDO, I. (U.B.A.): *Cálculo funcional holomorfo.*

Se presenta una versión del cálculo funcional holomorfo válido para funciones holomorfas sobre el espectro de un álgebra m-convexa completa, A.

Esta versión contiene el cálculo holomorfo clásico, el cual no es utilizado en la construcción. El método usado consiste en representar el álgebra de funciones holomorfas sobre el espectro de A como límite inductivo de álgebras de funciones holomorfas sobre abiertos polinomialmente convexos de C^n.

OUBIÑA, L.G. (U.N. La Plata): *Grafos W-exteriores.*

Sea W un conjunto de vértices de un grafo planar G, diremos que G es W-exterior si puede representarse por un grafo plano en el que los vértices de W sean adyacentes a la cara exterior. Se caracterizan los grafos W-exteriores en términos de "subgrafos excluídos" y se aplican los resultados al algoritmo de planaridad de Lempel-Even y Cederbaum.

ALAGIA, H.R. (I.M.A.F.): *Subálgebras de Cartan en álgebras de Banach-Lie.*

Se describe un método para determinar las subálgebras de Cartan en ciertas álgebras reales de Banach-Lie de operadores. Se considera un álgebra L* simple y real identificada a una subálgebra L* real del álgebra de todos los operadores Hilbert-Schmidt que actúan en un espacio de Hilbert complejo, separable, de dimensión infinita.

Se utilizan métodos elementales de la teoría espectral de operadores. El resultado obtenido es una generalización natural a álgebras de Lie de dimensión infinita, de la clasificación de subálgebras de Cartan de álgebras de Lie reales y simples de dimensión finita.

CHIAPPA, R.A. (U.N.S.): *Inmersión de un grafo en un grafo adjunto minimal.*

Se da un método que permite, dado un grafo orientado finito G, construir un grafo que lo contiene como subgrafo y que entre los que satisfacen tales condiciones es minimal respecto del número de sus arcos.

SANCHEZ, C.U. (I.M.A.F.): *Inmersiones equivariantes, en espacios euclídeos, de espacios homogéneos definidos por automorfismos.*

Se construyen inmersiones equivariantes de los espacios homogéneos compactos G/K definidos por un automorfismo de orden tres en un grupo de Lie.

Tales espacios han sido estudiados y clasificados por J. Wolf-A. Gray (J. of D.G. 2, 1968). Ellos se dividen en dos familias según que K sea o no el centralizador de un toro en G.

La primera familia es infinita y para ella las inmersiones pueden construirse de manera canónica.

Para la otra familia, la cual consta de solo seis espacios, las inmersiones deben construirse una a una. Ellas son tales que los espacios euclídeos donde se realizan, tienen dimensión mínima.

VILLAMAYOR, O. (h) (U.B.A.): *Resolución de singularidades.*

El problema de resolución de singularidades consiste en encontrar invariantes numéricos que las clasifiquen y que se aproximen a aquéllos correspondientes a los puntos suaves (regulares) al aplicar transformaciones birracionales convenientes.

En el trabajo a que haré referencia se introducen invariantes vinculados con aquellos introducidos por Thom para clasificar singularidades de morfismos.

MACIAS, R.A. y SEGOVIA, C. (I.A.M.): *Construcción de subespacios de espacios de tipo homogéneo.*

Dado un espacio de tipo homogéneo (X,d,μ) no es cierto en general que la restricción de la medida μ y la distancia d a un conjunto medible, por ejemplo una bola, induzcan un espacio de tipo homogéneo. Presentamos un método que permite, dado un conjunto medible S de diámetro finito R y un $\varepsilon > 0$, construir un conjunto abierto S_ε tal que

$$S \subset S_\varepsilon \subset \{x: d(x,s) < \varepsilon R\}$$

y S_ε con la distancia inducida por d y la medida inducida por μ es un espacio de tipo homogéneo.

MILASZEWICZ, J.P. (U.B.A.): *Un método de tipo Gauss-Seidel acelerado para operadores lineales que preservan conos.*

Sean $X = R^n$ y $K \subset X$ un cono convexo cerrado tal que $K \cap (-K) = \{0\}$ y $K - K = X$. Sean $L, U: X \to X$ transformaciones lineales tales que $L(K) \subset K$ y $L(U) \subset U$. Llamamos $B_0 = L + U$ y supongamos que $r(B_0) < 1$, donde r indica el radio espectral. Definimos y en lo sucesivo supondremos que $L \neq 0 \neq U$,

$$B_{k+1} = L\, B_k + U \quad \text{para} \quad k=0,1,2,\ldots$$

TEOREMA 1. $r(B_0)^{k+1} \leq r(B_k) \leq r(B_0)$. Si además B_k es irreducible, i.e. no hay caras de K invariantes por B_k, entonces $r(B_k) < r(B_0)$, para $k \geq 1$.

TEOREMA 2. Designemos con $H_0 = (I - L)^{-1}\, U$ y $H_1 = (I-(L^2+LU))^{-1}\, U$. Valen entonces (i) $r(H_1) \leq r(H_0)$; (ii) Si B_1 es irreducible, entonces $r(H_1) < r(H_0)$.

YOULA, D.C. y GNAVI, G. (Polytechnic Institute of New York y U.B.A.): *Construcción de matrices polinomiales elementales.*

Las matrices polinomiales son estructuras básicas de la teoría de síntesis de sistemas lineales n-dimensionales. Una matriz polinomial

$U(z_1,z_2,\ldots,z_n)$ es elemental sii su determinante es constante. En la presente nota se encuentra una condición necesaria para que una matriz polinomial $C(z_1,z_2,\ldots,z_n)$ de mxr, m=r, se pueda incorporar a las primeras r filas de una matriz elemental polinomial de rxr. Para n=2 se demuestra que la condición es suficiente. La demostración contiene un método para construir matrices elementales.

AGUILERA, N.E. (I.N.T.E.C.): *Operadores maximales asociados a funciones radiales en* $L^2(R^2)$:.

Un resultado de E.M. Stein sobre promedios esféricos implica que para $n \geqslant 3$, la función maximal asociada a la convolución con la función radial fija $\theta \in L^1(R^n)$, es un operador acotado en $L^p(R^n)$, si $p > \frac{n}{n-1}$. Aquí se da una condición suficiente sobre θ para el caso crítico p=n=2, a saber

$$\int_{R^2} |x|^{2(p-1)} \, |\theta(x)|^p \, dx < \infty$$

para p=1 así también como para algún otro p, $1 < p \leqslant 2$.

TIRAO, J.A. (I.M.A.F.): *Caracterización de ciertos ideales del álgebra universal de un grupo de Lie.*

Teorema. Sean K_C un grupo algebraico (sobre C) que contiene al grupo real K y H_C un subgrupo unipotente de K_C. Entonces el anulador, en el álgebra universal K de K_C, del anulador del álgebra de Lie h_C de H_C en $C^\infty(K)$ es precisamente $K\, h_C$.

Se da también una aplicación del teorema cuando K es un subgrupo maximal compacto de un grupo de Lie semisimple.

SARAVIA de, A.D. (U.N. Salta) y BOUILLET, J. (U.B.A.): *Aproximación lineal por trozos de las soluciones de similaridad de la ecuación de la difusión, con coeficiente dependiente de la concentración.*

Dado $D(c) \geqslant 0$, interesa encontrar una función continua y(c) no negativa, con $y(c_0) = 0$, tal que

$$D(c) + \frac{1}{2}\, y'(c) \int_0^c y(s)\, ds = 0\ , \quad \text{para} \quad 0 < c < c_0.$$

En este trabajo se propone un método para resolver tal problema en forma aproximada: elegir una partición $(0=c_n, c_{n-1},\ldots,c_0)$, y sustituir la ecuación anterior por:

$$\int_{c_i}^{c_{i-1}} D(c)\, dc = S_i = -\frac{1}{2}\int_{c_i}^{c_{i-1}} y'(c)\Big[\int_0^c y(s)\, ds\Big]\, dc, \quad i=1,2,\ldots,n$$

con la restricción $y(c)$ lineal en (c_i, c_{i-1}).

Se muestra que, salvo el cálculo de las integrales de $D(c)$, el problema se reduce a un sistema algebraico no lineal, bastante sencillo, con una única solución admisible; se indica un método convergente para resolverlo; y se da una condición suficiente para que

$$\int_0^{c_0} (D(c) + \frac{1}{2} y'(c) \int_0^c y(s)\, ds)^2 \, dc$$

tienda a 0 con la norma de la partición.

KANTOR, R.E. (U.N. Rosario): *Una nueva definición de dependencia entre las condiciones en las Tablas de Decisión.*

La definición de dependencia condicional que se propone, surge naturalmente a través de una formalización del concepto de "situación de decisión", que es el objeto a describir mediante el lenguaje de las Tablas de Decisión. Esta formalización permite arribar a una definición de dependencia que supera a las actualmente en uso y además abre una serie de perspectivas interesantes en el estudio del tema.

FIGALLO, A. (U.N. San Juan): *Las álgebras* I_3-Δ.

Un sistema $(A, \rightarrow, 1)$ formado por un conjunto A, un elemento $1 \in A$ y un operador binario $\rightarrow$ definido sobre A, se dice un álgebra I_3, si para todo x,y,z pertenecientes a A se verifica:

$x\rightarrow(y\rightarrow x) = 1$, $(x\rightarrow y)\rightarrow((y\rightarrow z)\rightarrow(x\rightarrow z)) = 1$, $(x\rightarrow y)\rightarrow y = (y\rightarrow x)\rightarrow x$,

$((x\rightarrow y)\rightarrow(y\rightarrow x))\rightarrow(y\rightarrow x) = 1$, $((x\rightarrow(x\rightarrow y))\rightarrow x)\rightarrow x = 1$, $1\rightarrow x = x$,

(ver A. Monteiro, Algebras implicativas trivalentes de Lukasiewicz, curso dictado en la Univ. Nac. del Sur, Bahía Blanca, Argentina, 1968).

Si además Δ es un operador unario definido sobre A tal que:

$\Delta x\rightarrow y = x\rightarrow(x\rightarrow y)$, $\Delta((x\rightarrow\Delta y)\rightarrow\Delta y) = (\Delta x\rightarrow\Delta y)\rightarrow\Delta y$,

$(\Delta(y\rightarrow\Delta y)\rightarrow\Delta(x\rightarrow\Delta x))\rightarrow\Delta(x\rightarrow y) = \Delta x\rightarrow\Delta y$, se dice que (A,Δ) es un álgebra I_3-Δ.

Se demuestra que: Si $L(n)$ es el álgebra I_3-Δ con n generadores libres entonces:

$$|L(n)| = \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i+1} \binom{n}{i} \, 2^{2^{(n-i)}} . 3^{(2^i . 3^{n-i} - 2^{n-i})}$$

BUSCH, J.R. (U.B.A.): *Aplicación de la interpolación por polinomios a un resultado geométrico y a la interpolación de Wachspress.*

Dado un polígono convexo general de n vértices en el plano, llamamos puntos diagonales exteriores a los puntos de intersección de lados no consecutivos.

TEOREMA 1. Existe una única curva de grado n-3 que pasa por todos los puntos diagonales exteriores. Esta curva es estrictamente exterior al polígono y está dada por la ecuación $p(x) = 0$ con $p(x) = \sum_{i=1}^{n} M_i r_i(x)$, siendo para cada i M_i el área del triángulo con vértice en a_i y sus dos vértices adyacentes y, dado x, $r_i(x)$ el producto de las áreas de los n-2 triángulos con vértice en x y en dos vértices no consecutivos del polígono distintos de a_i, orientadas adecuadamente.

TEOREMA 2. Para cualquier función f continua en el polígono, definimos:

$$(\pounds f)(x) = \sum_{i=1}^{n} f(a_i) \cdot \frac{M_i r_i(x)}{p(x)}$$

El operador £ así definido satisface: a) £f es una función racional C^∞ en el polígono hasta el borde, b) $\pounds f(a_i) = a_i$ i=1(1)n, c) £f es afín restringida a los lados del polígono, d) Si f es afín, £f = f.

Estos resultados son demostrados con técnicas elementales de interpolación por polinomios, y con una presentación distinta fueron dados en: (Wachspress, E.L., A rational finite element Basis, New York, Academic Press 1975).

DAHL, V. (U.B.A. y CONICET): *La negación por defecto en los sistemas de demostración automática.*

Se describe el problema de la negación en la forma clausal de la lógica de primer orden. Básicamente, existen dos maneras de representar información negativa dentro de un sistema axiomático: a) explícitamente (e. g., incluyendo axiomas de la forma NO(p)), y b) implícitamente, conviniendo en considerar como falsa a toda fórmula que no sea consecuencia lógica de los axiomas. El enfoque implícito es apropiado para dominios cerrados - aquéllos en que se conoce el valor de verdad de cada fórmula atómica -, ya que es redundante representar explícitamente la información que puede ser establecida simplemente por defecto. Con respecto a sistemas computacionales, dicho enfoque significa un gran ahorro de memoria y tiempo de proceso, ya que la cantidad de información negativa suele superar ampliamente a la positiva. Sin embargo, en los actuales sistemas de demostración automática, la negación por defecto suele fallar cuando se trata de evaluar fórmulas con variables "libres" (i.e., variables no sustituidas aún por expresiones funcionales terminales).

En Two solutions for the negation problem. Proc. Logic Programming Workshop (von Neumann Computing Society). Budapest, julio 1980 proponemos dos soluciones alternativas para este problema: una, un sistema de corutinas que permite retardar la evaluación de ciertos átomos mientras sus argumentos contengan variables "libres", y otra, el desarrollo de una lógica tipeada cuya sintaxis y semántica aseguran que cada variable tome un valor dentro de su dominio asociado antes de la evaluación de cualquier subfórmula que la contenga. Puede encontrarse una definición rigurosa de dicho sistema lógico en A three-valued logic for natural language computer applications. Proc. X International Symposium on Multiple Valued Logic (pp. 102-107). Evanston, junio 1980 .

GONZALEZ, R.L.V. (U.N. Litoral): *Solución de la inecuación cuasi-variacional de tipo Hamilton-Jacobi asociada a problemas de control óptimo impulsional.*

El estudio de la optimización de sistemas dinámicos deterministas sobre los que se aplican centrales impulsionales, conduce (considerando la posición inicial del sistema como parámetro) al tratamiento de la inecuación diferencial siguiente:

$$1)\quad \begin{cases} \min\limits_{u\varepsilon U} \left(\frac{\partial V}{\partial x}(x).f(x,u) + 1(x,u) + k(x,u).V(x)\right) \geqslant 0 \quad \text{c.t. } x \in \Omega \\ \min\limits_{z\varepsilon Z} \left(V(x + g(x:z)) + q(x,z)\right) \geqslant V(x) \quad \forall\ x \in \Omega \end{cases}$$

satisfecha por la función costo óptimo $V(x)$.

Demostramos que la positividad del costo $q(x,z)$ de aplicar cada impulsión implica que el número de impulsiones tiene a lo sumo un crecimiento lineal en función del tiempo. Aplicando este resultado probamos la lipschitzianidad de V suponiendo que la tasa instantánea de interés es suficientemente grande. Una vez demostrado que V es lipschitziana probamos que V es solución de (1). Para identificar a la función costo óptimo V dentro del conjunto de posibles soluciones de (1), introducimos un conjunto W de subsoluciones de la inecuación de H-J (1) y demostramos que V es el elemento máximo de W bajo el orden natural $w \leqslant \hat{w}$ sii $w(x) \leqslant \hat{w}(x) \quad \forall\ x \in \Omega$. El problema de control óptimo original queda reducido así a la *determinación del elemento máximo de* W. Introducimos el problema auxiliar: $\max\limits_{w\varepsilon W} F(w)$, (siendo $F(w) = \int_\Omega w(x)\,dx$) y demostramos que V *es su única solución.* Para poder calcular númericamente V, discretizamos el problema auxiliar utilizando elementos finitos lineales de forma tal que el problema auxiliar discretizado es un *problema de programación lineal* cuyas soluciones convergen uniformemente a la función V. Finalmente damos ejemplos de aplicación con resultados numéricos que muestran la factibilidad del método de solución propuesto.

TARZIA, D.A. (U.N. Rosario): *El problema de Stefan a dos fases a través de su formulación variacional.*

Realizando un cambio de función incógnita, ya sea para el caso de evolución, como asimismo para el caso estacionario del problema de Stefan a dos fases para un material Ω (dominio acotado de R^3) se obtienen los siguientes límites, donde las funciones U_L están definidas en (DUVAUT, G., Rapport de Recherche 85 du LABORIA-IRIA (1976)) y las restantes en (TARZIA, D.A., Math. Notae, 27, p.145-156, p.157-165 y C.R. Acad. Sc. Paris, 288 A (1979), p.941-944).

El estudio realizado tiene en cuenta un aporte $g = g(x;t)$ de energía por unidad de tiempo y de volumen, una temperatura $b = b(x)$ sobre Γ_1 y un flujo de calor $h = h(x;t)$ sobre la porción de frontera restante Γ_2.

$$\begin{tikzcd}
U_{L^\alpha}(t), U'_{L^\alpha}(t) \arrow[rrr, "t \to +\infty"] \arrow[ddd, "\alpha \to +\infty"] \arrow[dr, "L \to 0"] & & & U^\alpha_\infty = U^{L^\alpha}_\infty \arrow[ddd, "\alpha \to +\infty"] \\
& U_\alpha(t), U'_\alpha(t) \arrow[urr, "t \to +\infty"] \arrow[dr, "\alpha \to +\infty"] & & \\
& & W(t), W'(t) \arrow[dr, "t \to +\infty"] & \\
U_L(t), U'_L(t) \arrow[urr, "L \to 0"] \arrow[rrr, "t \to +\infty"] & & & U_\infty = U^L_\infty
\end{tikzcd}$$

Los límites que aparecen en el cuadro anterior tienen el siguiente significado: i) Cuando $L \to 0$, la convergencia $U_L \to W$ (por ejemplo) significa: $U_L \to W$, $U'_L \to W'$ en $L^\infty(0,T;H^1(\Omega))$ débil estrella, $U''_L \to W''$ en $L^2(0,T;L^2(\Omega))$ débil ; ii) Idem para $\alpha \to +\infty$; iii) Cuando $t \to +\infty$, se tiene para el caso U_{L^α} y U^α_∞ (por ejemplo):

$$\frac{U_{L^\alpha}(t)}{t} \to U^\alpha_\infty \text{ en } H^1(\Omega) \text{ fuerte}, \quad U'_{L^\alpha}(t) \to U^\alpha_\infty \text{ en } L^2(\Omega) \text{ fuerte.}$$

TARZIA, D.A. (U.N. Rosario): *Sobre el caso estacionario del problema de Stefan a dos fases.*

Se presentan soluciones exactas del caso estacionario del problema de Stefan a dos fases (caso hielo-agua), como asimismo de la familia de problemas $(P\alpha)$ con $\alpha > 0$ (ver D.A.TARZIA, Math. Notae,Año 27,P.157-165), para dos casos diferentes: i) La temperatura dada sobre la superficie del cuerpo toma valores positivos y negativos. ii) Sobre una porción de superficie la temperatura dada tiene signo constante y sobre la parte restante el flujo de calor verifica una cierta desigualdad, la cual puede explicitarse.

El problema $(P\alpha)$ es a dos fases, es decir presenta la frontera libre en el interior del cuerpo, para $\alpha > \alpha_0$ $(\alpha_0 > 0)$; el cálculo de α_0 puede explicitarse en los ejemplos presentados.

Además se estudia el comportamiento de la frontera libre s_α del problema $(P\alpha)$ en función de α.

TARZIA, D.A. (U.N. Rosario): *Aproximación numérica del caso estacionario del problema de Stefan a dos fases.*

En el caso en que la temperatura impuesta sobre una porción de superficie tenga signo constante (caso hielo-agua) y el flujo de calor dado sobre la porción de superficie restante, verifique la desigualdad que permite que en el cuerpo estén presentes sus dos fases sólida y líquida, se estudia una aproximación numérica θ_h, por elementos finitos que converge a θ, fuertemente en $L^2(\Omega)$, donde θ representa la temperatura estacionaria del problema de Stefan a dos fases (ver D.A.TAR

ZIA, Math. Notae, Año 27, P.145-156).

GARGUICHEVICH, G.G., STAMPELLA, M.B. y TARZIA, D.A. (U.N. Rosario): *Sobre el problema del obstáculo.*

Se estudia el problema del obstáculo a través de su formulación clásica para un hilo elástico homogéneo y para una membrana circular elástica homogénea, no sometidos a cargas externas.

Se determinan condiciones necesarias y suficientes para que un obstáculo $\Psi \in C^2(\Omega)$ (por simplicidad se considera Ψ par si el problema es unidimensional y Ψ radial si es bidimensional) proporcione una solución u tal que el conjunto de contacto $\{x \in \Omega/\ u(x) = \Psi(x)\}$ sea un intervalo cerrado para el caso unidimensional y un círculo para el bidimensional.

Para cada una de estas condiciones se dan ejemplos. En algunos se llega a calcular en forma exacta la frontera libre y en otros queda planteada su obtención a través de alguna técnica de aproximación.

Además, se caracteriza la familia de obstáculos Ψ que tienen, para el caso unidimensional, una única recta de empalme continuo mediante una correspondencia biunívoca con una familia de funciones g_Ψ de $C^1(\Omega)$. Por otra parte, la frontera libre del problema resulta ser el único cero de g_Ψ. También se caracteriza la familia de los obstáculos bidimensionales que tienen un único empalme continuo con una función logarítmica afín.

Estas aplicaciones proporcionan una técnica sencilla para obtener una familia de obstáculos a partir de una frontera libre predeterminada.

GONZALEZ DOMINGUEZ, A. (U.B.A. y I.A.M.): *Generalizaciones matriciales de un teorema de Smirnov.*

Sean $D = \{z \in C:\ |z| < 1\}$, $\Delta = \{z:\ \mathrm{Re}\ z > 0\}$. Una matriz f(z), holomorfa en D (resp en Δ), pertenece a la clase H^δ (resp HK^δ) si

$$\int_0^{2\pi} \|f(\rho e^{i\theta})\|^\delta d\theta \leqslant M^\delta < +\infty, \quad 0 < \rho < 1$$

donde M no depende de ρ y depende sólo de f y de δ.(resp. si la función subharmónica $|f(z)|^\delta$ posee, en Δ, una mayorante harmónica). Se demuestran las siguientes generalizaciones de un Teorema de Smirnov: Supongamos que f(z) es una matriz de orden n ($< \infty$), holomorfa en D (resp en Δ), tiene parte real positiva (esto es $\frac{1}{2}\{f(z)+f^*(z)\} > 0$, donde $f^*(z)$ designa la matriz adjunta de f(z)). Entonces $f(z) \in H^\delta$ (resp HK^δ) para todo δ tal que $0 < \delta < 1$.

DICKENSTEIN, A.M. y SESSA, C. (U.B.A.): *Un criterio numérico para la* *equivalencia de curvas planas.*

Damos en este trabajo una condición numérica necesaria y suficiente para la equivalencia de curvas algebroides planas irreducibles, que no requiere el conocimiento explícito de una parametrización, y una expresión integral de los números característicos en el caso analítico.

Dadas C y D dos gérmenes de curvas algebroides planas en $k[[x,y]]$ (k algebraicamente cerrado de característica 0), podemos suponer que $(x=0)$ no es tangente a ninguna de las dos curvas. Existen entonces $f,g \in k[[x]][y]$, polinomios de Weierstrass que definen C y D respectivamente. Con estas hipótesis hemos demostrado que

C es equivalente a D si y sólo si : $\mathrm{mult}(C) = \mathrm{mult}(D) = n$ y

$I_0(f,f_y^{(j)}) = I_0(g,g_y^{(j)}) \quad \forall\ 1 \leqslant j \leqslant n$

donde mult indica multiplicidad, I_0 indica índice de intersección en $(0,0)$ y $f_y^{(j)}$ indica la derivada j-ésima de f con respecto a y.

En el caso en que $C = (f=0)$ está dada por una serie convergente a valores complejos explicitamos hipersuperficies D_i y formas diferenciales ω_i con polos sobre ellas tal que $\beta_i = \mathrm{Res}_{D_i,0}(\omega_i)$, donde $(n;\beta_1,\ldots,\beta_g)$ es la característica de C (Res significa residuo).

KEILHAUER, G.G.R. (U.B.A.): *La forma diferencial geodésica.*

Sea $(M,<,>)$ una variedad de Riemann conexa y completa de dim $n \geqslant 2$. Si $\pi: TM \longrightarrow M$ denota al fibrado tangente a M, sea $\widetilde{TM} = \{v \in TM: v \neq 0\}$ y $F: \widetilde{TM} \longrightarrow R$ la función $F(v) = <v,v>^{1/2}$. Si $S: TM \longrightarrow TTM$ es el Spray geodésico y $<<,>>$ la métrica de Sasaki sobre TM sea $\theta = <<S,->>$, $\omega = -d\theta$ (forma simpléctica) y ω_F la 2-forma sobre $\widetilde{TM}$ definida por

(1) $$\omega_F = -\frac{1}{F^2}\,\theta \wedge dF + \frac{1}{F}\,.\,\omega \quad \text{(forma geodésica)}$$

TEOREMA. Sea $A \subset R^m$ $(m \geqslant 2)$ un abierto y $f: AxR \longrightarrow M$ una familia de curvas geodésicas es decir, f es diferenciable y para cada $x \in A$, es $t \longrightarrow f(x,t)$ una curva geodésica no constante de M. Denotando con $\dot{f}_t(x) = f_*(\frac{\partial}{\partial t})|_{(x,t)}$ sea $g(x,t) = f(x,a(x).t)$ donde $a(x) = |\dot{f}_0(x)|^{-1}$; se verifica entonces: la 2-forma $(\dot{f}_t)^*(\omega_F)$ sobre A no depende de "t" ni de las velocidades que tienen las curvas geodésicas $t \longrightarrow f(x,t)$; es decir $(\dot{f}_t)^*(\omega_F) = (\dot{f}_0)^*(\omega_F) = (\dot{g}_0)^*(\omega_F)$.

En Geometría Integral la medida de geodésicas se introduce, definiendo localmente una 2-forma y mostrando que ella satisface propiedades de invariancia, que son verificadas por ω_F según lo anterior. La invariancia respecto a velocidades no parece haber sido notada y permitirá obtener la expresión local de la densidad de geodésicas, cuando esta última pueda definirse (ver siguiente comunicación).

KEILHAUER, G.G.R. (U.B.A.): *Densidad de geodésicas orientadas.*

Con las mismas hipótesis sobre M y las notaciones introducidas en la comunicación anterior, sea G el conjunto de todas las curvas geodésicas globalmente definidas y no constantes de M. Definiendo en G la relación de equivalencia: $c \sim g$ sii existen $a,b \in R$ con $a > 0$, tal que $c(t) = g(a.t+b)$, sea $\vec{G} = G/\sim$ y $\pi_{\vec{G}}: G \longrightarrow \vec{G}$ la proyección. Denotando con T_1M/S al espacio cociente determinado por la foliación que define el Spray geodésico en el fibrado tangente unitario T_1M, sea $\mu: \vec{G} \longrightarrow T_1M/S$ la biyección $\mu(\pi_{\vec{G}}(c)) = \pi_S(\dot{c}(0).|\dot{c}(0)|^{-1})$; donde $\pi_S: T_1M \longrightarrow T_1M/S$ es la proyección al cociente. Si S es regular, es bien conocido por la teoría de espacios foliados (ver Palais, "A global formulation of the Lie theory of transformation groups", A.M.S. Memoirs N°22 (1957)), que T_1M/S resulta una variedad diferenciable de dimensión 2.n-2 (n=dim.M) que suponemos Hausdorff. Sea ω_S la única 2-forma sobre T_1M/S tal que $\pi_S^*(\omega_S) = \omega$ donde ω es la 2-forma simpléctica restringida a T_1M y considerando sobre $\vec{G}$ la estructura diferenciable copiada vía "μ", sea $d\vec{G} = \mu^*(\omega_S)$ que denominaremos la densidad de geodésicas orientadas. Si $f: A\times R \longrightarrow M$ es una familia de curvas geodésicas dependiente de 2.n-2 parámetros ($A \subset R^{2.n-2}$), sea $\vec{G}f: A \longrightarrow \vec{G}$ definido por $\vec{G}f(x) = \pi_{\vec{G}}(f(x, \;))$, donde $f(x, \;)(t) = f(x,t)$. Diremos que f induce un sistema de coordenadas en $\vec{G}$, si $\vec{G}f: A \longrightarrow \vec{G}f(A)$ es un difeomorfismo entre abiertos.

TEOREMA. Con las notaciones y definiciones introducidas se cumple:

a) Para todo $g \in \vec{G}$, existe una familia $f: A\times R \longrightarrow M$ de curvas geodésicas dependiente de 2.n-2 parámetros que induce un sistema de coordenadas en $\vec{G}$, con $g \in \vec{G}f(A)$.

b) Cualquiera sea la familia de curvas geodésicas $f: A\times R \longrightarrow M$ que induzca un sistema de coordenadas en $\vec{G}$, se verifica $(\vec{G}f)^*(d\vec{G}) = (\dot{f}_0)^*(\omega_F)$, donde ω_F es la 2-forma geodésica.

c) Si $d\vec{G}^{n-1} = d\vec{G} \wedge \ldots \wedge d\vec{G}$ (n-1 veces), entonces $d\vec{G}^{n-1}$ no se anula en ningún punto; en particular $\vec{G}$ es orientable.

d) Si h es una isometría de M, sea $\vec{h}: \vec{G} \longrightarrow \vec{G}$ la aplicación $\vec{h}(\pi_{\vec{G}}(c)) = \pi_{\vec{G}}(h\circ c)$ entonces $\vec{h}$ es un difeomorfismo y $\vec{h}^*(d\vec{G}) = d\vec{G}$.

OBSERVACION. Integración sobre $\vec{G}$ respecto a $d\vec{G}^{n-1}$ implica debido a d), que la medida de geodésicas orientadas es invariante por isometrías.

BOUILLET, J.E. (U.B.A. y I.A.M.) y COLIN ATKINSON (Imperial College, U. of Pittsburgh): *La ecuación de la difusión generalizada.*

Se estudia en primer lugar la solución $u = u(\xi)$, $\xi = r/t^{1/N+1}$, $r > 0$, $0 < t \leqslant T$, $N > 0$, de la ecuación $\nabla.(k(u)|\nabla u|^{N-1} \nabla u) = \frac{\partial u}{\partial t}$ (1)

con datos $u(\xi_0) = A > 0$, $\xi_0 > 0$; $u(+\infty) = 0$ (2).

Aquí ∇ es el operador en las variables espaciales $x_1,\ldots,x_\lambda$, $r^2 = x_1^2 + \ldots + x_\lambda^2$, y se supone $k(s) > 0$ p.p., $k^{1/N} \in L^1_{1\alpha}$. (3)

La ecuación (1) debe interpretarse en forma adecuada, que para la solución $u(\xi)$, $\xi = r/t^{1/N+1}$ conduce a

(i) $u(\xi)$ y $\xi^{\lambda-1}(k(u)|du/d\xi|^{N-1}du/d\xi) \equiv f(\xi)$ son clases de Lebesgue de funciones localmente absolutamente continuas en $\xi > 0$;

(ii) $\frac{d}{d\xi}(\xi^{\lambda-1}k(u)|du/d\xi|^{N-1}du/d\xi) + \frac{\xi^\lambda}{N+1}du/d\xi = o$ p.p. (4)

Para el caso $\lambda = 1$, tratado anteriormente por los autores (Mat. Proc. Cambridge Phil. Soc. (1979), 86, 495-510) es fácil ver que $f(\xi) \to 0$ cuando $\xi \to \infty$; condición suficiente para que esto ocurra en general es $\int_0^x k^{1/N}(s)ds = o\left(x^{\frac{\lambda-(N+1)}{\lambda N}}\right)$, $x \to 0^+$ (5). $f(\xi)$ está relacionada con el flujo promedio a través de la superficie $r = \xi . t^{1/N+1}$, en el instante t.

La solución $u(\xi)$ tiene soporte compacto $[\xi_0, a]$ cuando y sólo cuando $\int_0^A \left(\frac{k(s)}{s}\right)^{1/N} ds < \infty$ (6) , en cuyo caso

$$\int_{\xi_0}^a s^{1/N}ds \leqslant \int_0^A \left(\frac{(N+1)k(s)}{s}\right)^{1/N} ds \leqslant a^{\lambda/N}. \int_{\xi_0}^a s^{\frac{1-\lambda}{N}} ds.$$

Condiciones suficientes para la existencia de solución de (4) con condiciones (2) son las hipótesis (3), (5) y $\int_0^A \left(\frac{k(s)}{s}\right)^{1/N} s^{1/\lambda}ds < \infty$. Entonces $f(\xi) \to 0$, $\xi \to \infty$; la solución es única.

Bajo la hipótesis $N > \lambda-1$ puede hacerse $\xi_0 \to 0$ en (2), obteniéndose la solución de (4) con condiciones $u(0) = A > 0$, $u(+\infty) = 0$.

Se estudia también un teorema de comparación para una clase de soluciones generalizadas de ciertos operadores parabólicos que incluyen a

$$\frac{1}{r^{\lambda-1}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{\lambda-1}k(u)\left|\frac{\partial u}{\partial r}\right|^{N-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right) = \frac{\partial u}{\partial t}\text{ , es decir, (1)}$$

aplicado a soluciones radiales $u(r,t)$. Este resultado no está basado en teoremas de existencia, y dado que la clase aludida incluye a las soluciones $u(\xi)$ de (4), permite extender la condición (6) de soporte compacto a dichas soluciones $u(r,t)$, bajo la condición que el dato inicial $u(r,0)$ tenga soporte compacto.

POPPI, R.F. (U.N. Salta): *Búsqueda del Mínimo de Funciones de Rossenbrock.*

Se discute el comportamiento de los métodos de búsqueda del mínimo basados en el gradiente de la función cuando ésta es tal que el Jacobiano de su gradiente tiene autovalores sensiblemente diferentes. Se demuestra que, en tal caso, el sistema

$$\mathring{x} = -V(x)$$

donde V(x) es el gradiente de la función, posee un conjunto invariante asintóticamente estable (para el cual las coordenadas del mínimo constituyen su conjunto limitante, invariante, también asintóticamente estable), con la propiedad que, sobre él, la longitud del gradiente es mínima. Esta propiedad es aprovechada para desarrollar un método de búsqueda rápido y seguramente convergente.

AGUILERA, N. y HARBOURE, E. (INTEC, Santa Fe): *Desigualdades para la transformada de Fourier en espacios* $L^p(R)$ *con pesos.*

Si u es una función localmente integrable, no negativa, se trata de estudiar la desigualdad

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(x)|^p \, u(x)dx \leq c \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^p dx$$

Si $1 < p \leq 2$, una condición suficiente es

(1) Para todo E medible

$$\int_E u(x)dx \leq c \; |E|^{p-1}$$

mientras que una condición necesaria es

(2) Para todo I intervalo

$$\int_I u(x)dx \leq c \; |I|^{p-1}$$

Ambas condiciones son equivalentes si p=1 o p=2, sin embargo se dan ejemplos donde (1) no es necesaria y donde (2) no es suficiente si $1 < p < 2$. Se ha encontrado además una condición necesaria intermedia entre (1) y (2).

Esta es

(3) $\forall \; \varepsilon > 0 \quad \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\int_{k\varepsilon}^{(k+1)\varepsilon} u(x)dx \right)^b \right)^{1/b} \leq c \; \varepsilon^{p-1} \quad$ donde $\; b = \dfrac{2}{2-p}$