

RESUMENES DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS A LA XXXIII REUNION
ANUAL DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

Y

VI REUNION CONJUNTA DE LA SOCIEDAD MATEMATICA PARAGUAYA Y LA
UNION MATEMATICA ARGENTINA

Análisis Matemático

ZARANTONELLO, E.H. (I.M.A.F.): *La estructura de los operadores monótonos.*

Un operador "átono" es una multiaplicación $A: X \rightarrow 2^Y$ que opera en una dualidad de espacios vectoriales $\{X, Y, \langle, \rangle\}$ tal que $\langle x_1 - x_2, y_1 - y_2 \rangle = 0$, $\forall x_1, x_2 \in X$, $\forall y_1 \in Ax_1$, $\forall y_2 \in Ax_2$: "átono maximal" es todo operador átono que no admite extensión átona propia. Salvo constantes aditivas estos últimos no son sino aplicaciones antisimétricas entre espacios cocientes. Si una forma bilineal $\langle, \rangle$ pone en dualidad separada dos espacios vectoriales X e Y , ella también pone en dualidad a todo par de subespacios respectivos X_1 e Y_1 tales que $X_1 \cap Y_1^\perp = X_1^\perp \cap Y_1 = \{0\}$; las dualidades así obtenidas se denominan "subdualidades" de la original. A todo operador que opera en una dualidad se le puede hacer corresponder en forma natural un operador actuante en una subdualidad mediante la operación de "reducción": Si $M: X \rightarrow 2^Y$ es un operador que opera en una dualidad $\{X, Y, \langle, \rangle\}$ su reducido a una subdualidad $\{X_1, Y_1, \langle, \rangle\}$ es el operador $M_1: X_1 \rightarrow 2^{Y_1}$ definido por $Mx_1 = M(x_1 + Y_1^\perp) \cap Y_1$, $\forall x_1 \in X_1$. La monotonía, la monotonicidad cíclica, y la atonía son invariantes ante reducciones. Haciendo uso de estos conceptos se demuestra el teorema básico siguiente: "Todo operador monótono maximal es el reducido de un operador de la forma $A + \partial\psi_\Delta$, donde A es átono maximal y ψ_Δ la función indicatriz de un convexo Δ ".

LAMI DOZO, E.J. (I.A.M. y U.B.A.): *Aplicaciones contractantes en espacios de Orlicz.*

Una función de Orlicz continua es una función $\phi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ creciente, continua, nula en 0 y sólo en 0. Si (Ω, Σ, μ) es un espacio con medida, la clase de Orlicz $L^\phi(\Omega, \Sigma, \mu) = \{x: \Omega \rightarrow \mathbb{R}, \Sigma\text{-medible; existe } a > 0 \text{ con } \int_\Omega \phi(\frac{|x(\omega)|}{a}) d\mu(\omega) < +\infty\}$ es un espacio vectorial si $\phi(2t) \leq M \phi(t)$ para t cerca de 0 y de ∞ , que notamos $L^\phi(\Omega, \Sigma, \mu)$.

Estos espacios tienen métricas definidas por quasi-normas asociadas a

ϕ , por ejemplo $\|x\|_\phi = \inf \{a > 0; \rho_\phi(\frac{x}{a}) \leq a\}$ con *módulo*
 $\rho_\phi(x) = \int_\Omega \phi(|x(\omega)|) d\mu(\omega).$

Para cada métrica o módulo se asocia naturalmente la noción de *aplicación contractante o noexpansiva*. Nos interesamos en la existencia de puntos fijos de tales aplicaciones, teniendo en cuenta los resultados clásicos cuando L^ϕ se reduce a L^p , $1 < p < \infty$ y los contraejemplos en el espacio L^1 .

TEOREMA PRINCIPAL. Si la función de Orlicz continua verifica

$$(C) \quad \inf_{\lambda > 1} \limsup_{t \rightarrow +\infty} \phi(\lambda t)/\phi(t) = 1$$

Si B es un subconjunto no vacío de $L^\phi(\Omega, \Sigma, \mu)$, métricamente acotado, estrellado y compacto para la topología de la convergencia en medida en cada elemento de Σ de medida μ finita. Entonces una aplicación T de B en B tiene un punto fijo si verifica

$$(*) \quad \forall \lambda > 0, \forall (x, y) \in B \times B, \rho_\phi(\lambda(Tx - Ty)) \leq \rho_\phi(\lambda(x - y)).$$

Damos además algunas variantes de este resultado.

Es interesante de observar que $(*)$ coincide con la noción clásica de noexpansividad en los espacios $L^p(0, 1)$, i.e. $L^\phi((0, 1), B, \mu)$ con $\phi(t) = t^p/p$, $1 \leq p < \infty$ y $\ell^p = \ell^p(N)$, donde además todo operador contractante es aproximable por contracciones estrictas. En nuestro caso esto no es siempre así.

TEOREMA. Sea ϕ una función de Orlicz continua y subaditiva. Si ℓ^ϕ es localmente no acotado, entonces toda contracción estricta para el módulo ρ_ϕ y definida en una bola de ℓ^ϕ es constante.

Estos resultados han sido obtenidos en colaboración con Ph. Turpin de la Université de Paris-Sud, Orsay.

ESPINOZA HARO P. (U.B.A. y U.N.M. San Marcos-Lima): *Geometría de las esferas de ciertas métricas que inducen la convergencia en medida.*

Se considera la métrica $d(f, g) = \int_A \varphi(|f(t) - g(t)|) du(t)$; $\varphi(s) = \frac{s}{1+s}$, $s \geq 0$, (A, u) un espacio de medida finita, no negativa y completa. Se demuestra que las secciones de estas esferas $d(xf + yg, 0) = \rho$ con (x, y) en $\mathbb{R}^2$ y f, g linealmente independientes en $L^1(A, u)$ son curvas simples, simétricas al origen, Lipschitzianas y que no pasan por el origen cuando los radios son adecuados. Si f, g son funciones simples las curvas en referencia tienen curvatura negativa, salvo un número finito de puntos donde la curva no es derivable. En este último caso reúnen las condiciones para asociarles las Funcionales de Minkowsky, estudia das por J. McGowan y H. Porta.

BREGA, A.O. (I.M.A.F.): *Transformada de Fourier de operadores de entrelamiento para el grupo de Lorentz* $G = SO_e(n+1, 1)$ ($n \geq 2$).

Sea G un grupo de Lie semisimple conexo de rango 1, $G = KAN$ una descomposición de Iwasawa de G y M el centralizador de A en K . Sea σ una representación unitaria de M y λ un carácter de A . Para cada par (σ, λ) R. Kunze y E. Stein definen un operador $A(\sigma, \lambda)$ que entrelaza ciertas representaciones equivalentes de la serie principal unitaria de G .

En el caso del grupo de Lorentz $G = SO_e(n+1, 1)$ indicaremos un método para obtener la transformada de Fourier de $A(\sigma, \lambda)$ en forma explícita. El conocimiento de esta transformada de Fourier tiene importantes aplicaciones en la teoría de representaciones uniformemente acotadas de G .

VILLA MOROCHO, C.A. (U. San Marcos-Lima, Perú): *Sobre algunos Productos de Convolución de distribuciones.*

En esta nota evaluaremos los siguientes productos de convolución de distribuciones:

- i) $x^{-j} * x^{-k}$; $j, k = 1, 2, \dots$
 ii) $(P+m^2)^{-j} (P+m^2)^{-k}$; $P = P(x) = x_1^2 + \dots + x_p^2 - x_{p+1}^2 - \dots - x_{p+q}^2$
 con $p+q = n$, $x = (x_1, \dots, x_n)$, m un real positivo.

Estos productos resultan ser la medida de Dirac de orden $j+k-2$. Para obtener i) se usa el teorema clásico de Schwartz donde la transformada de Fourier intercambia el producto de multiplicación con el producto de composición. Para obtener ii) consideraremos la igualdad:

$$\begin{aligned} \langle (P(x)+m^2)^{-k}, \phi(x) \rangle &= \langle t^{-k}, \psi(t) \rangle \\ \langle \delta^{[k]}(P(x)+m^2), \phi(x) \rangle &= \langle \delta^{[k]}(t), \psi(t) \rangle \end{aligned}$$

siendo $\phi(x)$ una función infinitamente diferenciable de soporte compacto definida sobre R^n y $\psi(t)$ queda expresada por la siguiente expresión:

$$\psi(t) = \int_{u=t} \phi(x) W_{P+m^2}(x, dx) \quad , \quad u = P + m^2$$

donde W_{P+m^2} es una forma diferencial exterior $(n-1)$ -dimensional definida como sigue, $du \wedge dW = dx_1 \wedge dx_2 \wedge \dots \wedge dx_n$, y la orientación de la variedad $u(x) = t$ es tal que $W_u(x, dx) > 0$.

OBSERVACION. Estos productos tienen interés en la física cuántica.

El producto i) generaliza un resultado obtenido por A. Brédimas:

$$K = j = 1 : x^{-1} * x^{-1} = -\pi^2 \delta(x)$$

VIVIANI, B.E. (PEMA-CONICET): *Una demostración simplificada de la desigualdad de Cotlar para operadores singulares generalizados.*

Para demostrar el tipo débil (1,1) del operador maximal K^* de las truncaciones de una integral singular, Cotlar probó la siguiente desigualdad puntual:

$$K^*f(x) \leq C Mf(x) + C MKf(x),$$

donde M denota el operador maximal de Hardy-Littlewood y K el operador límite de las truncaciones (en el sentido de L^p). Este resultado fue extendido recientemente por H. Aimar a espacios de tipo homogéneo, por el método clásico de aproximaciones de la identidad. Para integrales singulares en $\mathbb{R}^n$, I. Meyer obtuvo una demostración muy simple de esa desigualdad.

En este trabajo se adapta el método de Meyer para integrales singulares sobre espacios de tipo homogéneo y a valores vectoriales. Esto requiere la generalización del lema de Cotlar relativo a operadores casi - ortogonales, cuando tales operadores actúan entre dos espacios de Hilbert. De estos resultados se deducen los correspondientes teoremas de convergencia.

AIMAR, H. y MACIAS, R.A. (PEMA-CONICET): *Acotación del operador maximal de Hardy-Littlewood en espacios L^p con pesos, sobre espacios de tipo homogéneo.*

Recientemente M. Christ y R. Fefferman obtuvieron una demostración notablemente simple de la desigualdad en norma con pesos:

$$\|Mf\|_{p,w} \leq C_p \|f\|_{p,w},$$

donde M es el operador maximal de Hardy-Littlewood en $\mathbb{R}^n$, w es un peso de la clase de Muckenhoupt A_p y $p > 1$. A.P. Calderón probó esta propiedad de acotación para espacios de medida con una casi-métrica tal que la medida de las bolas es una función continua del radio. R. Macías y C. Segovia extendieron este resultado a espacios de tipo homogéneo generales construyendo una casi-métrica adecuada. En ambos casos la desigualdad de Hölder inversa debe ser extendida a este contexto general, mientras que la prueba dada por Christ y Fefferman no hace uso de esta propiedad y sólo depende de un lema de tipo Calderón-Zygmund adecuado cuya prueba para cubos en $\mathbb{R}^n$ es muy simple. El propósito de este trabajo es obtener un lema de descomposición que permita extender la prueba de Christ y Fefferman a espacios de tipo homogéneo.

MACIAS, R.A. (PEMA-CONICET) y ZO, F. (U.N. San Luis y PEMA): *Convergencia asintótica del error normalizado para polinomios de mejor aproximación con peso.*

Para un peso w , con ciertas condiciones, denotamos por $P_{w,\epsilon}(f)$ a la mejor aproximación de una función f por polinomios de grado menor o igual que m en la norma L^p con peso w sobre la bola centrada en 0

con radio ϵ .

El error normalizado $E_\epsilon(f)$ se define mediante

$$\epsilon^{-n-1} \{f(\epsilon t) - P_{w,\epsilon}(f)(\epsilon t)\}.$$

Suponiendo que f satisface una condición del tipo $t_{m+1}^P(0)$ con peso w , se caracteriza el límite de $E_\epsilon(f)$ con norma $L_{(w,\epsilon)}^P$ cuando ϵ tiende a cero. Además se estudian condiciones que permiten reemplazar las normas independientes de ϵ .

En el caso $p=\infty$ y dimensión uno se define el error normalizado signado usando una sucesión alternamente de Chebychev y se estudia su comportamiento límite.

AIMAR, H. (PEMA-CONICET): *Aproximaciones de la identidad generalizadas.*

Son equivalentes: a) $K(x) \geq 0$ es una función integrable sobre $\mathbb{R}^n$ de clase $C^1(\mathbb{R}^n - \{0\})$, radial y tal que $|\nabla K(x)| \leq C|x|^{-n-1}$.

b) $K(x) = \psi(|x|^n) |x|^{-n}$, donde ψ es una función real no negativa, acotada, de clase $C^1(\mathbb{R}^+)$ tal que $|\psi'(t)| \leq Ct^{-1}$ y $\int_0^\infty \psi(t) t^{-1} dt < \infty$.

Esta equivalencia muestra que una clase amplia de aproximaciones de la identidad radiales en un espacio de tipo homogéneo normal (X, d, μ) , está definida por núcleos de la forma $K_\epsilon(x, y) = \psi(d(x, y)/\epsilon) d(x, y)^{-1}$ cuando ψ satisface las propiedades de b). Luego de obtener un adecuado lema de cubrimiento de conjuntos no necesariamente acotados, se demuestra que el operador maximal $Tf(x) = \sup \{ |\int K_\epsilon(x, y) f(y) d\mu(y)| : 0 < \epsilon < 1 \}$ es de tipo débil $(1, 1)$ y acotado en L^p ($1 < p \leq \infty$) cuando la casi-métrica d es de orden α y se satisface la siguiente propiedad de suavidad: (P) $\mu(B(x, r+s)) - \mu(B(x, r)) \leq Cs$, que, geométricamente, es la acotación de la medida de una corona por su amplitud. Asimismo, se construyen ejemplos de espacios que carecen de la propiedad (P) en los que el operador T no es acotado en L^∞ . Finalmente, se deducen los correspondientes resultados de convergencia.

DURAN, R.G. (U.B.A.): *Estimación uniforme y en espacios de Orlicz para la aproximación por elementos finitos lineales en el problema de Dirichlet.*

Se considera el problema

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \end{cases}$$

siendo $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un polígono convexo.

Sea $\{\tau_h\}$ una familia de triangulaciones regular de Ω , y sea

$u_h \in H_0^1(\Omega)$ la función que es lineal sobre cada triángulo de τ_h y que

satisface

$$\int_{\Omega} \nabla u_h \cdot \nabla v_h \, dx = \int_{\Omega} f v_h \, dx \quad \forall v_h \in H_0^1(\Omega) \text{ lineal en } T \in \tau_h.$$

Se estudian estimaciones de $(u-u_h)$ en ciertos espacios de Orlicz y se aplican para estudiar la convergencia uniforme de u_h a u obteniéndose

$$\|u-u_h\|_{\infty} \leq C h^2 \left(\log \frac{1}{h}\right)^2 \|u\|_{2,\phi},$$

siendo $\|u\|_{2,\phi}$, la suma de las normas de $D^{\alpha}u$, $|\alpha| \leq 2$ en L_{ϕ} , donde L_{ϕ} es el espacio de Orlicz asociado a $\phi(x) = e^x - x - 1$.

Este resultado contiene, como caso particular, una estimación ya obtenida por A.Schatz y L.Wahlbin en "On the Quasi-Optimality in L^{∞} of the H^1 projection into Finite Element Spaces", para el caso en que $f \in L^{\infty}(\Omega)$.

GAMBOA SARAVI, R.E., MUSCHIETTI, M.A., SCHAPOSNIK, F.A. and SOLOMIN, J.E. (U.N.La Plata y CIC): *On Chiral Rotations and the Fermionic Path-integral*.

We show the equivalence between the ξ -function regularization and other techniques used to compute Jacobians arising from chiral rotations in the path-integral. The proof is valid for theories including γ_5 -couplings and hence justifies the path-integral derivation of anomalous Ward identities in parity violating gauge theories. Some implications on chiral rotations and the θ -vacuum are discussed.

CORACH, G. y SUAREZ, F.D. (I.A.M. y U.B.A.): *Rango estable y funciones holomorfas*.

En esta nota estudiaremos el rango estable de ciertas álgebras de funciones holomorfas; por ejemplo, determinamos exactamente el del álgebra del disco, y hallamos cotas para el álgebra del polidisco. Además, encontramos relaciones con las teorías de aproximación e interpolación por unimodulares. Entre otros resultados, resolvemos un problema planteado por R.G.Swan, que puede describirse así:

Sea B un álgebra de Banach conmutativa con unidad, y sea A una subálgebra de B . Supongamos que A es densa y plena en B ; o sea si a es un elemento de A , inversible en B , entonces es inversible en A . Entonces A y B tienen el mismo rango estable.

También daremos una noción de rango estable puntual; esta noción conducirá a determinar el rango estable del álgebra de Banach generada por los polinomios, sobre un compacto del plano complejo.

ALVAREZ ALONSO, D. (U.B.A. y CONICET): *Funciones de operadores pseudodiferenciales L^p -continuos*.

El objeto de este trabajo es construir un álgebra autoadjunta y comple-

pleta de operadores seudodiferenciales L^p -continuos, en variedades diferenciables compactas sin borde y definir funciones de operadores autoadjuntos en esa álgebra.

Los operadores que aquí se consideran están definidos mediante amplitudes o símbolos que tienen un número finito de derivadas cumpliendo ciertas estimaciones, sin hipótesis de homogeneidad. Las variedades en las que actúan se suponen de clase C^M , para M finito adecuado. Todo esto permite construir un cálculo funcional no indefinidamente derivable. Para hacerlo, se emplea la fórmula de Weyl

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i t A} \hat{f}(t) dt$$

Las hipótesis de regularidad sobre f suficientes para dar sentido a esta fórmula, dependen de poder estimar adecuadamente la norma del operador $e^{-2\pi i t A}$ en términos del parámetro real t .

Por ejemplo, cuando se consideran operadores de orden 0 y tipo 1,0 determinados a menos de regularizantes de orden 1, o sea de operadores tales que ellos y sus adjuntos aplican continuamente L^p en L^p_1 , $1 < p \leq 2$, se tiene el siguiente resultado:

TEOREMA. Si la variedad es de dimensión n y clase C^M con $M = 2[n/2] + n + 8$ y si $1/p - 1/n \leq 1/2$, entonces

$$\|e^{-2\pi i t A}\| \leq C(1+|t|)^{2M}$$

En el caso general puede enunciarse un resultado análogo, aunque aparecen algunas complicaciones técnicas que no vale la pena detallar aquí.

BOUILLET, J.E. (I.A.M. y U.B.A.) y PEDRAZA, J.C. (CONICET y U.B.A.): *Un criterio de unicidad para una ecuación parabólica con estructura de divergencia en dominios no acotados.*

Dada la solución $u(x,t)$ de la ecuación $u_t = (\phi(u))_{xx}$,

$(x,t) \in (-\infty, \infty) \times (0, T)$, ϕ monótona no decreciente y si $\phi(u)_x$,

$u_t \in L^1_{loc}(0, T; L^1_{loc}(-\infty, +\infty))$, las condiciones $|\phi(u)| \leq \text{constante}$ y

$\int_{-n}^n u^+(x,t) dx \rightarrow 0$, $t \rightarrow 0^+$, para todo n , aseguran que $u(x,t) \leq 0$ en

$(-\infty, \infty) \times (0, T)$; es fácil probar así unicidad de la solución del problema

de Cauchy y dependencia monótona en los datos iniciales en $L^1_{loc}(-\infty, +\infty)$.

Se presentan condiciones que aseguran dependencia monótona en los datos para soluciones de $u_t = (A(x,t,u, \phi(u)_x))_x + f(x,t,u)$ en un dominio cualquiera $G \subset (-\infty, \infty) \times (0, T)$. Estas condiciones se refieren al comportamiento de las soluciones admisibles en la frontera parabólica de G , se mantienen las hipótesis de integrabilidad local y asunción de los datos iniciales ($t=0$) en L^1_{loc} , la condición sobre la fuente f recuerda

a la de Osgood para $u' = f(u)$, y se imponen hipótesis que controlan el flujo $A(x, t, u, \phi(u)_x)$ en $X = \pm \infty$.

El resultado extiende a dominios G no acotados lo obtenido en J.E. Bouillet, "El criterio de unicidad de Osgood y la desigualdad de Gronwall para ecuaciones parabólicas con estructura de divergencia", aceptado por "Mathematicae Notae".

GOMES, S.M. (U.B.A.): *Desigualdades para la función de Green de operadores elípticos dados en la forma de divergencia*.

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, una región acotada de clase $C^{1,\lambda}$, $0 < \lambda \leq 1$. En Ω consideramos un operador elíptico de segundo orden en la forma de divergencia:

$$Lu = \sum_{i,j=1}^n \partial/\partial x_i (\partial/\partial x_j a_{ij} u),$$

donde los coeficientes a_{ij} son funciones en $C^{2,\lambda}(\bar{\Omega})$ ($a_{ij} = a_{ji}$) que verifican la siguiente condición:

$$\mu \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \leq \mu^{-1} \sum_{i=1}^n \xi_i^2$$

para todo $x \in \Omega$ y $\xi \in \mathbb{R}^n$, siendo μ una constante ≤ 1 .

Sea $G(x, y)$ la función de Green para el problema de Dirichlet asociado al operador L . G verifica las siguientes propiedades (cf. [1]):

(1) $G(x, y) \geq 0$ es una función continua en las variables x e y , para x e y en Ω , $x \neq y$, juntamente con sus primera y segunda derivadas con respecto a x_i .

(2) $L_x G(x, y) = 0$ en $\Omega - \{y\}$.

(3) $G(x, y) = 0$ para $x \in \partial\Omega$.

(4) $G(x, y) = G(y, x)$.

(5) $G(x, y) = O(|x-y|^{2-n})$ uniformemente en $\bar{\Omega}$.

TEOREMA. Supongamos que Ω verifica la condición de la esfera exterior.

Entonces, para x e $y \in \Omega$, $x \neq y$ tenemos:

(6) $G(x, y) \leq C d(x) |x-y|^{1-n}$

(7) $|\text{grad}_x G(x, y)| \leq C |x-y|^{1-n}$

(8) $|\text{grad}_x G(x, y)| \leq C d(y) |x-y|^{-n}$,

donde $d(x) = \inf_{y \in \Omega} |x-y|$ y $C = C(\Omega, L)$.

Sea $v(x) = \int_{\Omega} G(x, s) h(s) ds$, donde $h \in L^1(\Omega)$ es tal que

$[d(x)]^\tau h(x) \in L^\infty(\Omega)$ para algún $0 \leq \tau < 1$. La función v es la solución débil de $Lv = h$ que se anula en $\partial\Omega$ (cf. [2]). Usando las propiedades

(5) - (8) probamos que:

TEOREMA. $v \in C^1(\Omega)$ y $\partial/\partial x_i v(x) = \int_{\Omega} \partial/\partial x_i G(x, s) h(s) ds$, para todo $x \in \bar{\Omega}$.

- [1] Miranda, C. "Partial Differential Equations of Elliptic Type", Springer-Verlag (1970), Second Edition.
- [2] Stampacchia, G. "Le problème de Dirichlet pour les équations elliptiques du second ordre à coefficients discontinues", Ann. Inst. Fourier Grenoble 15 (1965).

VILLA, L.T. (U.N. Salta-IN.BE.MI (CONICET)): *Problemas de control para una ecuación unidimensional no homogénea del calor.*

En este artículo se analizan los siguientes modelos tipos:

$$(\S) \quad \begin{cases} U_{xx} - U_t = F(U_x(0,t)), & 0 < x < \infty, \quad 0 < t < T \\ U(0,t) = 0 \\ U(x,0) = h(x), & x > 0 \end{cases}$$

$$(\S\S) \quad \begin{cases} U_{xx} - U_t = F(U_x(0,t)), & 0 < x < 1, \quad 0 < t < T \\ U(0,t) = 0 \\ U(1,t) = f(t) \\ U(x,0) = h(x) \end{cases}$$

Donde $U(x,t)$: denota temperatura función de la posición x y el tiempo t ; F denota densidad de fuente o sumidero de energía.

Como una primera etapa en vista a abordar algunos problemas de control para $(\S)$ y $(\S\S)$ se ha obtenido resultados de existencia y unicidad de la solución como así también algunos resultados sobre comportamiento asintótico de la misma cuando F y los datos satisfacen ciertas hipótesis.

TARZIA, D.A. (PROMAR (CONICET-UNR)): *Sobre el comportamiento asintótico de la solución de la ecuación variacional correspondiente al problema de Stefan a dos fases con calor latente de fusión despreciable.*

Consideremos el problema de Stefan a dos fases, con calor latente de fusión L despreciable, con fuente de energía $g(x,t)$, con temperatura $b(x)$ sobre una porción de frontera Γ_1 y flujo de calor $h(x,t)$ sobre la porción restante Γ_2 de frontera del material, el cual está representado por un dominio acotado Ω de R^3 . En este trabajo se obtiene lo siguiente:

1) Se relacionan las dos ecuaciones variacionales parabólicas correspondientes a los siguientes cambios de función incógnita:

$$\omega(x,t) = \int_0^t [k_2 \theta^+(x,S) - k_1 \theta^-(x,S)] dS,$$

$$\omega^*(x,t) = k_2 \theta^+(x,t) - k_1 \theta^-(x,t)$$

donde $\theta = \theta(x,t)$ representa la temperatura del material y k_i la conductividad térmica de la fase i ($i=1$: sólida, $i=2$: líquida).

Cabe destacarse que la ecuación variacional parabólica correspondiente a ω puede obtenerse como límite de la inecuación variacional parabólica (con $L > 0$) cuando $L \rightarrow 0+$; en cambio, la nueva función ω^* resulta ser sólo útil para el caso $L = 0$ (G.Duvaut, Rapport de Recherche N°185, LABORIA-IRIA, Le Chesnay (1976); D.A.Tarzia, Boll.U.M.I., Parte I: (6)1-B (1982), 865-883 y Parte II: (6)2-B (1983), por aparecer; J.F.Rodrigues, Mémoire DEA Mécanique Théorique (1979)).

2) Si existen $g_\infty(x)$ y $h_\infty(x)$ de manera que se tengan $g-g_\infty \in L^2(0,+\infty;V_0')$ y $h-h_\infty \in L^2(0,+\infty;L^2(\Gamma_2))$, entonces se deduce que

$\|\omega^*(t)-U_\infty\|_{L^2(\Omega)} \leq \alpha \exp(-\beta t)$ (con $\alpha, \beta > 0$ constantes) donde

$V_0 = \{v \in H^1(\Omega)/v|_{\Gamma_1} = 0\}$, U_∞ es la solución de una cierta ecuación variacional elíptica (D.A.Tarzia, Math.Notae, 27 (1979-80), 145-156).

3) De 2) se deduce que existe un comportamiento asintótico de tipo exponencial, en $L^2(\Omega)$, de la temperatura de evolución $\theta(t)$ con calor latente de fusión nulo a la temperatura estacionaria θ_∞ .

CAFFARELLI, L. (U.de CHICAGO), NOCHETTO, R.H. (PEMA-CONICET): *Una clase de problemas de Stefan n-dimensionales no degenerados.*

Consideremos la formulación entálpica del problema de Stefan que consiste en hallar una función u definida en $\Omega \times (0, T)$ ($\Omega \subset \mathbb{R}^N$) que satisfice en forma débil el problema de valor inicial y de contorno.

$$-\Delta_x u + \beta (u)_t = 0 \quad \text{en } \Omega \times (0, T)$$

$$u = g \quad \text{en } \partial\Omega \times (0, T)$$

$$u = u_0 \quad \text{en } \Omega \times \{0\}$$

donde β (función entalpía) es estrictamente creciente y regular, salvo en el origen donde tiene un salto finito. Suponiendo que existe $\alpha > 0$ tal que $g_t \geq \alpha$, $\Delta_x u_0 \geq 0$ se prueba que:

$$1. \quad \{(x, t): u(x, t) = 0\} = \{(x, t): t = \phi(x), x \in \Omega\}$$

con ϕ Lipschitz continua, y por lo tanto la frontera libre es una superficie en $\mathbb{R}^{N+1}$.

2. La solución u es no degenerada, en el sentido que tiene un crecimiento lineal a partir de la frontera libre, ie

$$|\{(x, t): 0 < u(x, t) < \varepsilon\}| \leq C \varepsilon,$$

con C una constante independiente de ε .

WOLANSKI, N.I. (U.B.A. y CONICET): *Filtración en un medio poroso bajo efecto gravitatorio.*

Se trata un problema de filtración de un fluido a través de una columna porosa. Considerando que la columna puede no ser horizontal, y por

consiguiente haber un efecto gravitatorio, la ecuación que describe este proceso es la siguiente:

$$(1) \quad u_t = D_x A(D_x \varphi(u) + G(u)) \quad \text{en } (0, b) \times (0, T)$$

donde u es la densidad del fluido, si el medio está saturado o la concentración, si el medio está parcialmente saturado. En cada caso las funciones A , φ y G tienen diferente significado (A = identidad si es válida la ley de Darcy y es una potencia cuando la velocidad del fluido es alta debido a la presencia de rocas, por ejemplo). Sin embargo tienen, en ambos casos, las siguientes propiedades:

i) A , φ y G son continuas,

ii) A y φ son estrictamente crecientes,

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad & \lim_{x \rightarrow +\infty} A\left(\frac{\varphi(x) - \alpha}{b} - M(x)\right) - \lambda bx = +\infty \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} A\left(\frac{\varphi(x) - \alpha}{b} + M(x)\right) - \lambda bx = -\infty \end{aligned}$$

para todo $\alpha \in \mathbb{R}$, $b > 0$, $0 < \lambda \leq \lambda_0$; donde $M(x) = \sup_{|s| \leq |x|} |G(s)|$ y λ_0 depende de A , φ y G .

Bajo estas condiciones se prueba la existencia y unicidad de solución para el problema estacionario

$$(2) \quad \lambda u - D_x A(D_x \varphi(u) + G(u)) = f \in L^\infty(0, b)$$

con datos de contorno de tipo mixto o Dirichlet.

Por un proceso de discretización de la derivada u_t en la ecuación (1) se obtiene una sucesión de soluciones aproximadas u^n convergente en $C([0, T]; L^1(0, b))$ para todo dato inicial $u_0 \in L^1(0, b)$ y datos de contorno mixtos o de tipo Dirichlet.

Además se tienen resultados de comparación de soluciones.

BOUILLET, J.E. (I.A.M. y U.B.A.): *Soluciones autosemejantes con intervalos de constancia de un problema de conducción térmica.*

Un problema de conducción térmica con cambios de fase del medio, en $x > 0$, $t > 0$, con $u(0, t) = A = \text{constante} > 0$, $u(x, 0) = u(+\infty, t) = 0$, es descripto por $u(x, t) = u(x/t^{1/2}) =: u(\eta)$ (= temperatura), con $u(0) = A$, $u(+\infty) = 0$ y $\alpha(u(\eta))'' + (\eta/2) E(u(\eta))' = 0$ para $\eta > 0$ (I). Los cambios de fase quedan involucrados en la forma de las funciones monótonas no decrecientes α y E , $\alpha(0) = E(0) = 0$. La solución $u(\eta)$ y su "variable de Kirchhoff" $V(\eta) := \alpha(u(\eta))$ deben ser tales que $h(\eta) := V'(\eta) + (\eta/2) E(u(\eta))$ es absolutamente continua (AC), y $h'(\eta) = E(u(\eta))/2$ pp. en $\eta > 0$ (II): esta es la forma de interpretar a (I).

$u(\eta)$ y $V(\eta)$ se obtienen -cuando hay unicidad- invirtiendo el gráfico de $\eta(u)$, $\sigma(V)$, soluciones de

$$4 \int_u^A (E(x) + 2 \int_0^x (\eta(r))^{-2} d\alpha(r))^{-1} d\alpha(x) = (\eta(u))^2 =$$

$$= 4 \int_V^{\alpha(A)} (E(v(\alpha)) + 2 \int_0^\alpha (\sigma(r))^{-2} dr)^{-1} d\alpha = (\sigma(V))^2 \quad (\text{III})$$

donde $V = \alpha(u)$ en la tercer igualdad, $v(V) = u$ y $\eta(v(V)) = \sigma(V)$ si y sólo si $V = V(\sigma) = \alpha(\eta^{-1}(\sigma)) = \alpha(u(\sigma))$ (IV).

Se sabe que

(V) $V(\eta)$ es AC, decreciente estricta si $V(\eta) > 0$, $u(\eta)$ es no creciente.

(VI) $u(\eta)$ elude (salta) intervalos donde $\alpha(u) = \text{constante}$, y es constante u_1 en cierto (η_1, η_1^1) si α salta en u_1 ; (VII) $V(\eta)$ es lineal donde $E(u(\eta))$ es constante; (VIII) si E salta en $u_1 = u(\eta_1)$, de (II) sigue que $V'(\eta_1^-) - V'(\eta_1^+) = (\eta_1/2)(E(u_1^-) - E(u_1^+))$, relación que define la interfase $\eta_1 = x/t^{1/2}$; (IX) La solución $u(\eta)$ es única si E y α no saltan en el mismo punto.

Tenemos precisamente ese caso si $E(0) = 0 < E(0^+) = E_2$, $\alpha(0) = 0 < \alpha(0^+) = \alpha_1$.

Sean $E_\epsilon(0) = 0$, $E_\epsilon \equiv E_1 = \text{constante}$ en $(0, \epsilon]$, $E_\epsilon(\epsilon^+) = E_2 > E_1$, $E_\epsilon(u) = E(u - \epsilon)$ si $u > \epsilon$; $\alpha_\epsilon = 0$ en $[0, \epsilon/2)$, $\alpha_\epsilon(u) \equiv \alpha_1$ en $[\epsilon/2, \epsilon]$, $\alpha_\epsilon(u) = \alpha(u - \epsilon)$ si $u > \epsilon$. Entonces $E_\epsilon(v_\epsilon(\cdot))$ es independiente de $\epsilon > 0$ en $(0, \alpha(A))(X)$. Por (III), también lo es $V(\eta)$, que es lineal (ver (VII)) en $(\eta(\epsilon), \eta(0)) =: (\eta_1, \eta_1^1)$, y además (XI) por (III) y (X), resulta $\eta_1 - \eta_1^1 = \alpha_1/V'(\eta_1^+) = \alpha_1/\alpha_\epsilon(u_\epsilon(\eta_1^+))'$; (XII) $-\alpha_\epsilon(u_\epsilon(\eta_1^-))' = (1/2)(\eta_1^1 - \eta_1)E_1 + (1/2)\eta_1 E_2$; (XIII) la solución $u_\epsilon(\eta) = v_\epsilon(V(\eta))$ decrece de A a $u_\epsilon(\eta_1) = \epsilon$, $u_\epsilon \equiv \epsilon/2$ en (η_1, η_1^1) , $u_\epsilon = 0$ para $\eta > \eta_1$.

Haciendo $\epsilon \rightarrow 0$ se obtiene la solución del tipo de la obtenida por Solomon, Wilson & Alexiades, Letters in Heat and Mass Transfer 9, 319-324, 1982, del problema de fusión con cambio de fase a temperatura $u=0$ y zona "pastosa" -aquí determinada por $\eta_1 t^{1/2}$, $\eta_1^1 t^{1/2}$ - entre las fases líquida ($u > 0$) y sólida ($u = 0$). Cabe un análisis similar en caso de haber conducción térmica a ambos lados de dicha zona, o en caso en que la misma avance a expensas de una fase que experimenta un fenómeno de difusión.

TARZIA, D.A. (PROMAR (CONICET-UNR)): *Determinación de coeficientes térmicos de un material semi-infinito a través del modelo de zona pastosa planteado por Solomon-Wilson-Alexiades para el problema de Lamé-Clapeyron (Stefan) a una fase.*

En A.D. Solomon-D.G. Wilson-V. Alexiades, Letters Heat Mass Transfer, 9 (1982), 319-324, se plantea un modelo de zona pastosa para el proble-

ma de Lamé-Clapeyron (Stefan) a una fase en el cual se hacen las siguientes suposiciones:

- H1) La fase sólida, a temperatura $\theta = 0$, se encuentra en la región $x \geq r(t)$, $t > 0$.
- H2) La fase líquida, a temperatura $\theta > 0$, se encuentra en la región $0 < x < s(t)$, $t > 0$.
- H3) La región pastosa ocupa la región $s(t) < x < r(t)$, $t > 0$ a la temperatura $\theta = 0$ y se hacen dos hipótesis sobre su estructura:
 - i) El material en la zona pastosa contiene una fracción fija ε ($0 < \varepsilon < 1$ constante) del calor latente de fusión ℓ por unidad de masa.
 - ii) El ancho de la zona pastosa es inversamente proporcional al gradiente de la temperatura en $x = s(t)$, llamando con $\gamma > 0$ a dicha constante de proporcionalidad.

Si el material semi-infinito (representado por $x > 0$) se encuentra inicialmente en estado sólido a la temperatura de fusión $\theta = 0$, entonces:

- 1) Conociendo las constantes ε, γ (características del material en estudio), $\theta_0 > 0$ (temperatura constante en el borde fijo $x=0$), $h_0 > 0$ (que caracteriza el flujo de calor en $x=0$) se obtienen fórmulas para la determinación de uno o dos coeficientes térmicos desconocidos, a través de un problema de frontera libre. Cuando se tiene $\varepsilon = \gamma = 0$, se reencuentran los resultados obtenidos en D.A. Tarzia (Adv. Appl. Math., 3 (1982), 74-82); Int. J. Heat Mass Transfer (1983) y Rev. Latino-Amer. Trans. Calor Materia (1983), por aparecer).
- 2) Conociendo las constantes $\theta_0 > 0$, $h_0 > 0$, $\sigma > 0$ (que caracteriza la frontera móvil $s(t)$), $\omega > 0$ (que caracteriza la frontera móvil $r(t)$), se obtienen fórmulas para la determinación de ε, γ y uno de los coeficientes térmicos desconocidos, a través de un problema de frontera móvil.
- 3) Mediante variantes similares a las anteriores se pueden determinar otros coeficientes desconocidos.

VILLA, L.T. (U.N. Salta-IN.BE.MI (CONICET) : *Algunas consideraciones sobre un problema de Stefan unidimensional a una fase.*

Se obtienen resultados sobre la concavidad de la frontera libre en un problema de Stefan para una cierta clase de procesos de cambio de fase de estratos cilíndricos y esféricos inicialmente a la temperatura de transición.

Contemplando también estratos planos, se considera el caso particular de estado cuasi-estacionario, comparándose resultados sobre leyes de evolución para la frontera libre con los obtenidos por métodos aproximados para números de Stefan bajos.

ALGEBRA

CARBAJO, R., CISNEROS, E. y GONZÁLEZ, M.I. (PROMAR (CONICET-UNR)): *El Radical de Noether de $K\langle x, \sigma \rangle$* .

Sea K un anillo con unidad y σ un automorfismo de K . Llamaremos skew anillo de grupo y notaremos con R al siguiente conjunto:

$R = K\langle x, \sigma \rangle = \left\{ \sum_{i=-n}^n x^i a_i; a_i \in K \right\}$, donde la adición viene dada por componentes y el producto por: $ax = x\sigma(a)$; $a \in K$.

En este trabajo se considera el problema de caracterizar el Radical de Noether (N) de un 'skew' anillo de grupo, bajo la siguiente hipótesis adicional (H'):

Para cada $a \in N$, existe un natural $m = m(a)$ y elementos $b_i = b_i(a)$ y $C_i = C_i(a)$ en K ($i \in \mathbb{Z}$), tales que:

$$\begin{aligned} \sigma^m(a) &= \sum_{i=-m}^{m-1} \sigma^i(a) b_i \\ y \\ \sigma^{-m}(a) &= \sum_{i=-m}^{m-1} \sigma^i(a) C_i. \end{aligned}$$

Siendo σ^* la extensión de σ a R se obtienen:

LEMA 1. Sea I un ideal de R , entonces:

a) $\sigma^*(I) = I$

b) $I \cap K$ es un ideal de K tal que $\sigma(I \cap K) = I \cap K$.

LEMA 2. Siendo S ideal de K , las siguientes proposiciones son equivalentes:

i) $\sigma(S) = S$

ii) $\langle x, S \rangle = \left\{ \sum_{i=-n}^n x^i s_i, s_i \in S \right\}$ es un ideal de R

iii) Existe I ideal de R tal que $I \cap K = S$

LEMA 3. Sea $T = N(R) \cap K$. Si (H') se verifica, entonces T es maximal en el conjunto de todos los ideales I de K tales que $I \subset N$ y $\sigma(I) = I$.

COROLARIO. Si H' se verifica, entonces

$$T = \{a \in N, \sigma^i(a) \in N, \forall i \in \mathbb{Z}\}$$

TEOREMA. Si H' se verifica, entonces $N(R) = T\langle x, \sigma \rangle$.

FIGALLO, A. (U.N. San Juan): *El operador de necesidad en las álgebras I_3* .

En este trabajo determinamos condiciones necesarias y suficientes para que en un álgebra I_3 $(A, 1, +)$ sea posible definir un operador unario Δ sobre A , de modo que $(A, 1, +, \Delta)$ sea un álgebra $I_3 - \Delta$ (Ver A. Figallo, las álgebras $I_3 - \Delta$, Rev. de la Unión Matemática Argentina, vol.30, N°1 (1981), 56).

Sea $(A, 1, +)$ un álgebra I_3 . Es bien conocido que la relación $x < y$ si y

sólo si $x \rightarrow y = 1$ es una relación de orden sobre A . Con $T(A)$ indicamos al conjunto de los elementos $x \in A$ tales que $x \rightarrow (x \rightarrow y) = x \rightarrow y$ para todo $y \in A$, llamados los elementos tarskianos de A . Entonces se prueba:

TEOREMA 1. $(T(A), 1, \rightarrow)$ es una I_3 - subálgebra de A que es un álgebra de Tarski.

TEOREMA 2. Si $(A, 1, \rightarrow)$ es un álgebra I_3 . Sobre A se puede definir un único operador unario Δ de modo que $(A, 1, \rightarrow, \Delta)$ es un álgebra $I_3 - \Delta$, si y sólo si para cada $x \in A$ el conjunto $\{t \in T(A) : t < x\}$ tiene último elemento Δx .

ARAUJO, J.O. (U.B.A.).

Notemos con G un grupo finito primitivo de U_n , ($n \geq 3$), generado por reflexiones de orden 3. El siguiente resultado se obtiene independientemente de [1] y [2].

TEOREMA. i) Si r_1, r_2 son raíces linealmente independientes de G , entonces, $'(r_1, r_2)'^2 = 0, \frac{1}{3}$.

ii) Sean r_1, r_2, r_3 raíces linealmente independientes de G , $(r_1, r_2) \neq 0$. Entonces, existen raíces s_1, s_2 en el plano generado por r_1, r_2 tales que $(s_1, r_3) = 0$, $(s_2, r_3) \neq 0$.

iii) Existen raíces $r_1, \dots, r_n$ linealmente independientes en G con gráfico:

$$\begin{array}{ccccccc} r_1 & & r_2 & & & & r_n \\ o_1 & \text{---} & o_2 & \text{---} & o & \dots & o & \text{---} & o_n \end{array}$$

donde una arista une r_i con r_j si y sólo si $(r_i, r_j) \neq 0$.

iv) $n = 3, 4$ y salvo conjugados G está generado por las reflexiones asociadas a uno de los siguientes gráficos:

$$o \text{ --- } o \text{ --- } o \quad , \quad o \text{ --- } o \text{ --- } o \text{ --- } o$$

[1] Finite Unitary Reflection Groups. (Canad.J.Math.Vol.6, 1954)

[2] Finite Complex Reflection Groups. (Ann.Scient.Ec.Norm.Sup.4°Serie T:9, 1976).

FIGALLO, A. (U.N. San Juan) y ZILIANI, A. (U.N. Sur): *Una caracterización del cálculo trivalente de Lukasiewicz.*

Consideremos el cálculo proposicional construido con el alfabeto $\{g_i\}_{i \in I}$, $\rightarrow, \Delta, \neg, (,)$, los axiomas (esquemas) S1) $((x \rightarrow y) \rightarrow z) \rightarrow ((z \rightarrow x) \rightarrow (u \rightarrow x))$, S2) $7x \rightarrow (x \rightarrow y)$, S3) $(7x \rightarrow x) \rightarrow 77x$, S4) $x \rightarrow (7y \rightarrow 7(x \rightarrow y))$, S5) $7(x \rightarrow y) \rightarrow 7y$, S6) $(x \Delta y) \rightarrow x$, S7) $(x \Delta y) \rightarrow y$, S8) $x \rightarrow (y \rightarrow (x \Delta y))$, S9) $7x \rightarrow 7(x \Delta y)$, S10) $7y \rightarrow 7(x \Delta y)$, S11) $77x \rightarrow (77y \rightarrow 77(x \Delta y))$ y la regla de modus ponens (Ver B. Sobocinski - On the propositional System A of

Vučković and its extension I, Notre Dame Journal of Formal Logic, Vol. V N°2 (1964), 141-153). Sea F_s el conjunto de las fórmulas bien formadas, T_s el conjunto de las tesis de este cálculo. Si se define la relación R_s : xR_sy si y sólo si $x \rightarrow y \in T_s$, $y \rightarrow x \in T_s$, $7x \rightarrow 7y \in T_s$, $7y \rightarrow 7x \in T_s$. Entonces se prueba que R_s es una congruencia, y el álgebra de Lindenbaum $(\mathcal{L}, T_s, \rightarrow, \wedge, 7)$ así obtenida, donde $\mathcal{L}$ es el conjunto de las clases de equivalencia, es un álgebra de Lukasiewicz trivalente (Ver A.Figallo, J.Tolosa: "Algebras de Lukasiewicz trivalentes, Facultad de Filosofía, Humanidades y Artes, 1982, San Juan, Argentina).

GEOMETRIA DIFERENCIAL Y TOPOLOGIA

ZUPPA, C. (U.N. San Luis y IMASL): *Puntos fijos de difeomorfismos symplecticos del toro n-dimensional.*

Mostramos aquí que un difeomorfismo symplectico en el toro T^n homólogo a la identidad, en el sentido de V. Arnold, tiene al menos $n+1$ puntos fijos distintos. Este resultado permite mostrar existencia de órbitas periódicas de ciertos sistemas hamiltonianos. Además, proporciona una nueva demostración del Teorema Geométrico de H. Poincaré.

FASCELLA, M. y SCARPARO, R. (PROMAR (CONICET-UNR)): *Caracterización de Límites Directos de Espacios c-paracompactos, colectivamente normales y c-colectivamente normales.*

Se demuestra en primer lugar la existencia de sistemas directos de selecciones continuas para ciertos tipos de sistemas directos de multifunciones, semicontínuas inferiormente, que verifican una propiedad P de tipo HS y tal que el blanco de cada multifunción del espectro es un espacio P-selector de su dominio. En segundo lugar, se utiliza este resultado para demostrar que el límite directo de cierto sistema directo de espacios c-paracompactos (respectivamente colectivamente normales, c-colectivamente normales) y definidos sobre una sección inicial de la clase de los ordinales con aplicaciones canónicas cerradas es c-paracompacto (respectivamente colectivamente normales, c-colectivamente normales).

DUBUC, E. (U.B.A.): *Una caracterización de los abiertos en un topos.*

Dados un topos $\mathcal{E}$, y un objeto X en $\mathcal{E}$, J. Penon define un abierto de X como un sub-objeto $U \subset X$ tal que $\forall x \in U, \forall y \in X \neg(n=y) \forall y \in U$. Considerando un morfismo de topos $\frac{\Gamma^*}{\Gamma_*}$, $\Gamma^* \rightarrow \Gamma_*$, se estudia una caracterización de los abiertos $U \hookrightarrow X$ en $\mathcal{E}$ en base al sub-objeto $\Gamma^* U \hookrightarrow \Gamma^* X$ en F .

Bajo ciertas hipótesis sobre Γ , se estudia cómo la lógica interna de $\mathcal{E}$ se traslada a F . En las aplicaciones, $F =$ conjuntos. Γ^*X tiene una estructura topológica clásica en forma natural, y el teorema de caracterización obtenido dice que $U \hookrightarrow X$ es abierto en el sentido arriba definido, si y solamente si el conjunto Γ^*U es un sub-conjunto abierto del espacio topológico Γ^*X . Como ejemplos se tienen el topos de Zariski, los topos de la Geometría Diferencial Sintética, y el Topos Etale. Dejamos constancia que demostraciones ad-hoc para estos casos particulares ya habían sido dadas por J. Penon.

DOTTI, I., LEITE, M.L. y MIATELLO, R.J. (I.M.A.F.): *Métricas con curvatura de Ricci negativa en grupos de Lie simples complejos*.

En [1] I. Dotti y M.L. Leite construyen métricas con curvatura de Ricci negativa en $SL(n, \mathbb{R})$, $n \geq 3$.

Como corolario obtienen variedades compactas con $\text{Ric} < 0$ que, por su tipo topológico, no admiten una métrica con curvatura seccional ≤ 0 y que, por otra parte, admiten métricas con curvatura escalar positiva y acciones libres de S^1 . Estos ejemplos responden a preguntas de S. T. Yau (ver [3] p.242 y [4] p.676). Hemos extendido la construcción a grupos de Lie simples complejos probando:

TEOREMA. Sea $G^\mathbb{C}$ un grupo de Lie simple complejo y $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ su álgebra de Lie. Sean $\ell = (\gamma, \gamma)$, $s = (\alpha, \alpha)$, γ una raíz larga y α una raíz corta de $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$.

Si $\frac{3}{\ell} - \frac{1}{s} > 2 + \sqrt{2}$ existen en $G^\mathbb{C}$ métricas invariantes a izquierda con $\text{Ric} < 0$.

NOTA. La condición del teorema es satisfecha para todas las álgebras simples con las excepciones de A_n ($n=1,2$), B_n ($n=2,3$), C_n ($n=3,4,5$) y G_2 .

COROLARIO. Sea G un grupo de Lie simple compacto tal que $\mathfrak{g}^\mathbb{C}$ satisface la condición del teorema. Existen variedades compactas revestidas por $G \times \mathbb{R}^d$ ($d = \dim G$) que admiten métricas con $\text{Ric} < 0$. En estas variedades G actúa libremente.

El teorema tiene interés para la clasificación de grupos de Lie simples reales que admiten métricas invariantes a izquierda con $\text{Ric} < 0$. (ver [2]). En este aspecto probamos:

LEMA. Si G es un grupo de Lie real unimodular que admite una métrica invariante a izquierda con $\text{Ric} < 0$, G es semisimple y no compacto.

[1] Leite M.L. and Dotti Miatello I., Metrics of negative Ricci curvature on $SL(n, \mathbb{R})$, $n \geq 3$, Journal of Differential Geometry 17, (1982) 635-641.

[2] Milnor J., Curvatures of left invariant metrics on Lie groups, Advances in Math. 21 (1976), 293-329.

[3] Yau S.T., Proc. Intern. Congress Math. Helsinki, 235-250 (1978).

- [4] Yau S.T., Seminar on Differential Geometry, Annals of Math. Stud. 102, Princeton University Press (1982).

DICKENSTEIN, A.M. y SESSA, C.I. (U.B.A. y CONICET): *Un resultado sobre cohomología local moderada*.

Sea X una variedad holomorfa, $J = \{y_1, \dots, y_p\}$ una familia de hipersuperficies en X con intersección completa, $Y = \bigcap_{i=1}^p Y_i$. Se obtiene una caracterización del grupo de cohomología moderada con coeficientes en los haces de formas holomorfas y soporte en Y $H_{[Y]}^p(X, \Omega) = \Gamma(X, H_{[Y]}^p(\Omega))$.

A partir de ésta, se exhibe la "inclusión"

$$H_{[Y]}^p(X, \Omega) \xrightarrow{i} H^p(X, \Omega)$$

y se describe su núcleo como las clases de corrientes residuales de formas holomorfas globales de X .

LAROTONDA, A. y ZALDUENDO, I. (U.B.A.): *Conjuntos espectrales y variedades analíticas*.

Supongamos dada M , una subvariedad analítica cerrada de un abierto de $\mathbb{C}^n$. Si A es un álgebra de Banach, y X su espectro, notamos con $O(X, M)$ el conjunto de aquellos gérmenes de funciones holomorfas con valores en $\mathbb{C}^n$ que mandan un entorno de X en M .

Aplicando el cálculo funcional holomorfo

$$T: O(X, \mathbb{C}^n) \longrightarrow A^n,$$

podemos definir el conjunto espectral $A_M = \{a \in A^n: a = T(f), f \in O(X, M)\}$.

Estos conjuntos están relacionados con la topología del espectro.

Se prueba que A_M es una subvariedad analítica de A^n cuyos planos tangentes son A -módulos proyectivos de rango igual a la dimensión de M .

CAMPOLI, O.A. (I.M.A.F.): *Isometrías de Clifford en algunas variedades Riemannianas homogéneas compactas*.

Una isometría de Clifford de una variedad Riemanniana M es una isometría $f: M \longrightarrow M$ tal que la función $\text{dist}(x, f(x)) \equiv \text{cte.}$ en M . Por una referencia general ver el libro de J. Wolf sobre espacios de curvatura constante.

Se prueban teoremas de no existencia de isometrías de Clifford para algunas variedades homogéneas que incluyen a todas las variedades de Stiefel.

DOTTI, I. y MIATELLO, R.J. (I.M.A.F.): *Grupos de isometrías de variedades con curvatura de Ricci negativa.*

Sea G un grupo de Lie simple real conexo con una métrica invariante a izquierda g . Sea $G = KAN$ una descomposición de Iwasawa de G , $M = C_K(A)$ y $M^* = N_K(A)$.

Sea $I(G, g)$ el grupo de isometrías de (G, g) . Hemos probado:

TEOREMA. Si G es de tipo split y $g^G \cong A_n$ ($n > 1$), D_n , E_6 , E_7 ó E_8 existen métricas invariantes a izquierda en G con $\text{Ric} < 0$ tales que

$$I(G, g) \cong (\text{Aut}(G)/\text{Int}(G)) \rtimes H \quad (\text{producto semidirecto})$$

donde H es un subgrupo normal isomorfo a $G \times M^* / \{(z, z) / z \in Z(G)\}$.

Por un conocido teorema de Bochner, si X es compacta y $\text{Ric} < 0$, $I(X)$ es finito.

Recíprocamente tenemos:

COROLARIO. Todo grupo finito es isomorfo a un subgrupo del grupo de isometrías de una variedad riemanniana compacta conexa con $\text{Ric} < 0$, que no admite una métrica con $K \leq 0$.

DRUETTA, M.J. (I.M.A.F. - CIEM): *Variedades riemannianas homogéneas y visibilidad.*

H denotará una variedad de Hadamard homogénea, esto es una variedad riemanniana simplemente conexa homogénea con curvatura seccional $K \leq 0$. H admite un grupo de Lie soluble G simple y transitivo de isometrías, de modo que H puede representarse como un grupo de Lie G con una métrica invariante a izquierda.

En este trabajo se estudian las variedades H que satisfacen el axioma de visibilidad; condición que se cumple si $K < 0$. Se describen los grupos de Lie G que equipados con una métrica invariante a izquierda satisfacen visibilidad y se obtiene una caracterización de aquéllos que admiten métricas invariantes a izquierda satisfaciendo visibilidad: son los mismos que admiten métricas invariantes a izquierda con $K < 0$.

Como complemento se tiene el siguiente criterio para decidir si visibilidad se cumple: G satisface visibilidad sii g , el álgebra de Lie de G , no contiene subálgebras abelianas totalmente geodésicas de dimensión mayor o igual que dos.

Finalmente una relación entre la estructura algebraica de G y la geometría de H es obtenida si visibilidad no se satisface: Si codimensión de $[G, G]$ es uno, entonces H es el producto riemanniano de un espacio euclídeo por una variedad homogénea que satisface visibilidad.

SANCHEZ, C.U. (I.M.A.F. y CONICET): *Subvariedades k-simétricas de un espacio euclídeo.*

Una subvariedad M^n conexa y compacta de R^{n+q} se dice extrínsecamente k-simétrica si es k-simétrica y su simetría en cada punto extiende al espacio ambiente como una isometría que es la identidad en el espacio normal $M_x^\perp$.

EJEMPLOS. $S^2 \subset R^3$ para todo $k \geq 2$

$$S^4 \subset R^5 \quad k = 2$$

$$S^6 \subset R^7 \quad k = 2, 3$$

$$SU(3)/T^2 \subset R^8 \quad k = 3.$$

En este trabajo se determinan estas subvariedades completamente.

El caso $k=2$ fue estudiado por D. Ferus siendo ellas los R-espacios simétricos compactos con las inmersiones de Kobayashi.

ZUPPA, C. (U.N. San Luis y IMASL): *Sobre el Teorema de variedades subcentrales de Liapunov con resonancia.*

Sea

$$(1) \quad \begin{aligned} x_1 &= y_1 + X_1(x_1, y_1, x_2, y_2) \\ y_1 &= -x_1 + Y_1(x_1, y_1, x_2, y_2) \\ x_2 &= -\alpha x_2 + Y_2(x_1, y_1, x_2, y_2) \end{aligned} \quad \alpha = \pm 1$$

un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, tal que el 1-jet de X_i, Y_i ($i=1,2$) se anula en el origen, y que admite una integral de la forma

$$\frac{1}{2} [x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2] + G(x_1, y_1, x_2, y_2)$$

tal que G , sus primeras y segundas derivadas se anulan en el origen.

Establecemos en este trabajo condiciones suficientes (genéricas) para que existan dos variedades bidimensionales distintas formadas por órbitas periódicas de (1). Al contrario del teorema de A. Weinstein, que es puramente existencial, podemos establecer aquí la localización de tales variedades.

GIGENA, S. (PROMAR (CONICET-UNR)): *Congruencia General Afín de Hiper-superficies.*

Consideramos los invariantes inducidos por el grupo general afín y de mostramos el siguiente resultado:

TEOREMA. Sea M^n una variedad diferenciable conexa, de dimensión finita n , y sean X, Y dos inmersiones no-degeneradas de M en el espacio vectorial real E , con dimensión $n+1$. Supongamos que las primeras y segundas formas fundamentales inducidas por X e Y en M , en el sentido general afín, coinciden. Más aún, supongamos que para algún número

real no nulo p , las derivadas covariantes de p -densidades escalares de cualquiera de las dos conexiones, normal o general afín, también coinciden. Entonces, existe una transformación general afín de E , que lleva la hipersuperficie $X(M)$ biyectivamente sobre $Y(M)$.

BIRMAN, G. (U.CALIFORNIA): *Trigonometría en la geometría de Lorentz*.

Denotamos con L^2 al espacio vectorial R^2 con el producto interior de Lorentz $\langle x, y \rangle = x_1 \cdot y_1 - x_2 \cdot y_2$ para $x = (x_1, x_2)$ y $y = (y_1, y_2)$.

Un vector x en L^2 se dice temporal si $\langle x, x \rangle < 0$, nulo si $\langle x, x \rangle = 0$ y espacial si $\langle x, x \rangle > 0$. La norma $\|x\|$ es definida por $\sqrt{|\langle x, x \rangle|}$.

No es difícil comprobar que entre dos vectores temporales se satisface la reversa de la desigualdad de Cauchy-Schwarz, lo que hace necesario redefinir ángulo entre dos vectores.

Se introduce una clase de triángulos llamados triángulos puros y se obtienen propiedades relacionadas con sus ángulos.

Considerando los llamados círculos de Lorentz obtenemos una caracterización de los triángulos puros respecto de dichos círculos.

MATEMATICA APLICADA

CUENYA, H. y MARANO, M. (U.N. RIO CUARTO): *Un algoritmo para resolver sistemas de ecuaciones lineales*.

Sea $A = (a_{i,j})$ una matriz de orden $n \times (n+1)$.

Para $k = 1, 2, \dots, n$ sea $A^{(k)} = (a_{i,j})$ ($1 \leq i \leq k$, $1 \leq j \leq k$). Suponemos $A^{(k)}$ no singular. Con $\{A^{(k)}\}$ denotamos los $n+1-k$ sistemas

$$A^{(k)} \cdot X = {}^t(a_{1,k+r}, \dots, a_{k,k+r}) \quad 1 \leq r \leq n+1-k$$

de tal modo que $\{A^{(n)}\}$ es el sistema original a resolver.

Las $n+1-k$ soluciones de $\{A^{(k)}\}$ vendrán dispuestas en columnas de una matriz W_k , de orden $k \times (n+1-k)$.

El algoritmo calcula todas estas matrices W_k con la misma cantidad de operaciones (productos y divisiones) que la derivada del método de Gauss para calcular sólo W_n . Asimismo, requiere la misma cantidad de operaciones que el método de Gauss en la resolución de m sistemas.

MILASZEWICZ, J.P. (U.B.A.): *Sobre la eliminación de incógnitas en las iteraciones de Gauss-Seidel*.

Cuando se intenta resolver sistemas obtenidos por discretización de ecuaciones elípticas, es conveniente a veces la eliminación de algu-

nas incógnitas. Dicha eliminación aumenta la velocidad de convergencia de las iteraciones de Gauss-Seidel para los sistemas así modificados. Nuestros resultados en este contexto mejoran aquéllos obtenidos por M.L. Juncosa y T.W. Mulliken en "On the increase of convergence rates of relaxation procedures for elliptic partial difference equations" (Journal of the Association for Computing Machinery, vol.7, 1960, pp.29-36).

CABRELLI, C.A. (U.B.A.): *Sobre un problema de deconvolución en el dominio del tiempo*, Parte I.

Muchos fenómenos físicos de interés se modelan como la convolución de una señal fuente de banda limitada con una serie temporal donde todos los coeficientes son cercanos a cero, salvo unos pocos de amplitud y ubicación arbitraria. El proceso de deconvolución consiste en separar las componentes de la señal obtenida que, además, está contaminada con ruido aditivo.

Wiggins (1978) propuso el método de deconvolución por mínima entropía (MED), basado en un concepto de simplicidad extraído del análisis multivariado. Dos de las ventajas del método sobre los tradicionales son la ausencia de fuertes hipótesis sobre el modelo y la estabilidad del filtro en presencia de ruido. El MED deriva en un algoritmo iterativo para la deconvolución.

En el presente trabajo se establece una equivalencia de criterios de simplicidad y se propone un nuevo criterio, la norma D, que deriva en un algoritmo no iterativo (MEDD) de fácil computabilidad.

CABRELLI, C.A. (U.B.A.) y CANZIANI, G.A. (I.A.M. y U.B.A.): *Sobre un problema de deconvolución en el dominio del tiempo*, Parte II.

Se hace un análisis comparativo de los métodos de deconvolución MED y MEDD mediante pruebas numéricas con datos sintéticos obtenidos por diversos caminos. Se obtienen notables mejoras con la norma D, preservándose la estabilidad en presencia de ruido.

Para la inversión de la matriz de autocorrelación se usó el algoritmo de Robinson para matrices Toeplitz, que mejora al de Levinson. Todos los cálculos de correlaciones y convoluciones fueron hechas vía el algoritmo FFT (Fast Fourier Transform).

Los ejemplos analizados permiten conjeturar una importante relación entre la longitud del filtro MEDD y las componentes de frecuencia de la señal fuente.

NOCHETTO, R.H. (PEMA - CONICET): *Estimaciones de error para el problema de Stefan multidimensional a dos fases*.

Se estudia la aproximación numérica de la formulación entálpica del problema de Stefan asociando a éste una familia de problemas regularizados y parametrizados por ϵ y discretizándolos mediante un esquema de elementos finitos seccionalmente lineales en el espacio y un esquema de diferencias finitas implícito en el tiempo.

Se obtienen estimaciones, en norma L^2 del espacio-tiempo, del error entre las soluciones regulares y la solución del problema de Stefan resultando de orden $\epsilon^{1/2}$ en general y ϵ para soluciones no degeneradas, y estimaciones del error entre las soluciones discretas y las regulares de orden $h^2 \epsilon^{-1} + \tau \epsilon^{-1/2} + (h+\epsilon)^{1/2}$ en condiciones generales sobre el dato inicial y $h^2 \epsilon^{-1} + \tau \epsilon^{-1/2}$ con hipótesis más restrictivas y siendo h el tamaño de la malla espacial y τ la longitud de los intervalos en el tiempo.

Esto sugiere que la relación adecuada entre los parámetros ϵ , h y τ es

$$\epsilon \sim h \sim \tau \quad \text{ó} \quad h \sim \epsilon^{3/4}, \quad \tau \sim \epsilon,$$

según sea el dato inicial, para obtener un orden de convergencia $\epsilon^{1/2}$, y

$$h \sim \epsilon, \quad \tau \sim \epsilon^{3/2}$$

para problemas no degenerados.

Además se demuestra que el error entre las funciones entalpía en el espacio $L^\infty(0, T; H^{-1}(\Omega))$ es del mismo orden que para las temperaturas.

PALOSCHI, J.R. (PLAPIQUI-CONICET-UNS) y PERKINS, J.D.P. (U.de LONDRES):
Métodos Quasi-Newton invariantes a cambios de escala.

Considérese el problema $f(x) = 0$, $f: \mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}^n$. Todos los métodos numéricos para resolver este problema son en general iterativos, generando una sucesión $\{X_k\}$ de manera tal que si $\lim_{k \rightarrow \infty} X_k = X_*$ y $\|f(X_*)\| < \epsilon$ (para una tolerancia ϵ dada) el método se considera convergente.

Dado un cambio de variables de la forma

$$\hat{f}(\hat{X}) = D_f f(D_x^{-1} \hat{X})$$

para dos matrices de escalado D_f y D_x se dice que el método es invariante a cambio de escala si se satisface que $\{\hat{X}_k\} = \{D_x X_k\}$.

Los únicos métodos invariantes publicados hasta el momento son los métodos tradicionales de Newton-Raphson y el de la secante.

Se proponen condiciones suficientes para que un método Quasi-Newton de rango 1 satisfaga la condición de invariancia como así también condiciones para obtener convergencia local superlineal.

Se proponen cuatro métodos satisfaciendo las condiciones de invariancia y convergencia y los mismos son testeados mediante un amplio conjunto de problemas standard.

MILLAN DE ESCUDERO, Z. y LORENZO DE GUERRI, S. (U.N. San Juan): *Comparación de soluciones mediante diferencias finitas y elementos finitos en un ejemplo simple de transferencia de calor.*

Se comparan tres soluciones obtenidas para resolver la conducción de calor en una placa cuadrada homogénea con especiales condiciones de borde.

Las tres soluciones corresponden a la resolución analítica, por diferencias finitas y por elementos finitos. La solución por diferencia finita y por elementos finitos se resolvieron preparando los respectivos programas en Fortran en una computadora digital IBM 4341.

Se comparan los valores correspondientes a la solución analítica con los que se obtienen variando la dimensión de la malla en diferencia finita y variando la cantidad de elementos finitos.

MARCHI, E. (IMASL, U.N. San Luis y CONICET) y MARTINEZ, R. (IMASL y U.N. San Luis): *Puntos de equilibrio extremales para juegos semi-q-cíclicos para tres personas.*

En este trabajo se estudia la manera de calcular ciertos puntos de equilibrio extremales para una cierta clase de juego llamado "semi-q-cíclico" y se realiza para un juego de tres personas.

Por otra parte se extiende un importante lema dado por Kuhn y después se realizan los cálculos para el sistema de ecuaciones que aparecen como consecuencia del teorema previo.

CESCO, J.C. (IMASL - U.N. San Luis): *El factorizador de un juego.*

Entre los conceptos de solución introducidos en la teoría de juegos cooperativos, ha merecido especial atención el Centro. Esta solución provee un conjunto de imputaciones que garantizan cierto grado de estabilidad a la gran coalición. Sin embargo, para una amplia clase de juegos, el Centro no existe. En otras situaciones es interesante predecir la formación de coaliciones ante un eventual deseo de los participantes de no cooperar en forma conjunta. El concepto de Factorizador, introducido para juegos dados en forma de función característica, permite predecir un conjunto de imputaciones para las cuales una ruptura de la gran coalición genera particiones cuyos elementos poseen cierto tipo de estabilidad.

NEME, A.J. (IMASL, U.N. San Luis y CONICET): *Puntos Pareto sobre economías globales.*

Se obtiene una clasificación de los puntos Pareto Optimo definidos sobre economías de intercambio puro cuyas funciones utilidad dependen de los bienes de todos los jugadores. Considerando el conjunto de estos puntos PO y el de todos los precios de Equilibrio PE construimos una

biyección entre ellos.

Para economías que satisfacen ciertas condiciones los conjuntos PO y PE son variedades diferenciables y la biyección citada anteriormente un difeomorfismo.

MARCHI, E. y SAAD, E.O. (U.N. San Luis y CONICET): *About a simple exchange-production economy model.*

En este trabajo se introducen modelos de economías de intercambio y producción. Primeramente se lo realiza en una economía con asignación de recursos. Se estudia el equilibrio para dicha economía donde se considera que los agentes poseen recursos iniciales. Este modelo resulta semejante al clásico debido a Kuhn. Desde el punto de vista económico el rol de las industrias es transformar bienes reales en otros bienes más elaborados. Finalmente se considera una mejora del modelo. Para estudiar la existencia de equilibrio en este modelo se usa un teorema sobre equilibrio generalizado debido al primer autor.

MARCHI, E. y QUINTAS, L.G. (IMASL, U.N. San Luis y CONICET): *Sobre la estructura de los conjuntos J de equilibrio.*

En este trabajo se analiza la estructura que tienen los conjuntos J_s en un juego q -cíclico de n jugadores. Se divide el simplex de cada jugador en poliedros convexos (H_s), para los cuales se obtiene una caracterización general de sus vértices mediante la aplicación de un lema dado por W. Kuhn.

En la última sección se estudian aspectos geométricos de los conjuntos J_s .

MILLAN DE ESCUDERO, Z. LORENZO DE GUERRI, S. (U.N. San Juan): *Aplicación de las funciones de Bessel en dinámica del medio continuo unidimensional.*

Se han determinado los autovalores y autofunciones de un modelo vibratorio continuo unidimensional con el cual se representan distintas estructuras de ingeniería.

Las ecuaciones diferenciales que se obtienen para la dinámica de estos modelos se resuelven mediante la aplicación de sustituciones y ecuaciones de Bessel, siendo los autovalores los ceros de las funciones de Bessel y las autofunciones las funciones de Bessel de distinta especie y orden, las que se seleccionan en función de las condiciones de contorno. Los distintos modelos analizados corresponden a propiedades dinámicas del continuo con las cuales se simula las variaciones de masa y rigidez según la variable unidimensional que representa su ubicación.

El problema analizado permite simular el comportamiento sismo resis-

tente de distintas estructuras de ingeniería y su solución permite valorar estados límites de períodos de vibración, de sus modos asociados, los que son de utilidad en esta ingeniería.

CHILLEMI DE FERRERO, M.R. y CARLETTI, M.C. (U.N. San Juan): *Ejemplo de simulación de eventos sísmicos con condiciones en su distribución.*

Se presenta un ejemplo de generación aleatoria de eventos sísmicos, que cumplen con la condición dada por una cierta distribución de las frecuencias medias anuales de ocurrencias de sismos en América del Sur, entre los 21° y 45° lat. Sur. Se han impuesto también condiciones a estos eventos generados, en relación con su distribución según latitud, longitud y profundidad, condiciones que tienden a representar la real ocurrencia de la actividad sísmica en el área seleccionada. La generación se hizo para un intervalo de 100 años, mediante números aleatorios condicionados por las distribuciones mencionadas, técnica aplicada en función de considerar que la ocurrencia de los sismos puede ser representada por un proceso de Poisson. La eficacia de la técnica aplicada se verificó comparando las distribuciones determinadas por los eventos generados y las teóricas correspondientes.

CAPUTTI, T. (U.B.A.): *Sobre la ϵ -subdiferenciabilidad de funciones convexas.*

La noción de ϵ -subdiferenciabilidad de una función convexa es, en análisis convexo, un importante instrumento tanto desde el punto de vista teórico como desde el de las aplicaciones.

Dada $f: \mathbb{R}^n \rightarrow (-\infty, +\infty]$ una función convexa semicontinua inferiormente y dado $\epsilon > 0$, la ϵ -subdiferencial de f en y perteneciente al $\text{dom } f$, denotada por $\partial_\epsilon f(y)$, está definida por

$$\partial_\epsilon f(y) = \{x \in \mathbb{R}^n / f(y) + f^*(x) - \langle x, y \rangle \leq \epsilon\}$$

donde f^* es la conjugada de Fenchel de f .

Cabe destacar que el conjunto $\partial_\epsilon f(y)$ es no vacío, convexo y compacto y que la multiaplicación $\partial_\epsilon f(\cdot)$ es localmente lipschitziana sobre el interior del $\text{dom } f$.

La función soporte de la ϵ -subdiferencial de f en y se define por $v(y) = \max \{\langle p, x \rangle / x \in \partial_\epsilon f(y)\}$ donde p es un vector no nulo en $\mathbb{R}^n$ e y pertenece al interior del $\text{dom } f$.

Diferentes propiedades de tal función soporte permiten establecer un método del tipo Newton empleado en problemas de optimización involucrando la minimización de funcionales "costo" convexas no diferenciables.

SPINADEL de, V.W. (U.B.A.): *Sobre el concepto de optimalidad en horizonte infinito.*

En este trabajo se analizan distintas definiciones del concepto de optimalidad dispersas en la literatura bajo diferentes denominaciones y se propone una unificación de dichas definiciones, con el objeto de poder comparar los resultados. Se aplica esta clasificación para analizar las condiciones necesarias de Halkin, que tienen el inconveniente de no proporcionar condiciones de transversalidad en el infinito que caractericen con precisión la función vectorial adjunta.

Se propone una proximación geométrica que permite determinar, en casos específicos, si una solución satisface el Principio de Máximo y en caso afirmativo, hallar las posibles determinaciones de la función vectorial adjunta. Estas consideraciones se aplican a la discusión de sistemas periódicos.

HANSEN, G. (U.B.A.): *Los teoremas de Radon, Carathéodory y Felly en el espacio afín ampliado.*

En el contexto del espacio afín ampliado, introducido por F.A. Toranzos y el autor en las Primeras Jornadas Latinoamericanas de Matemática Aplicada - Santiago de Chile, 1981 (también por el autor en una comunicación a la Reunión Anual de U.M.A. del año 1982), se presentan versiones de los teoremas clásicos de Radon, Carathéodory y Helly de la teoría de convexidad.

BRESSAN, J.C. (U.B.A.): *El tercer axioma de F.W. Levi y los números de Carathéodory, Helly y Radon.*

Sean c , h , y r los números de Carathéodory, Helly y Radon en un espacio de convexidad (X, C) (ver D.C. Kay, E.W. Womble, Pacific J. Math. 38 (1971), 471-485). El teorema de F.W. Levi (J. Indian Math. Soc. 15 (1951), 65-76) muestra que $r < \infty$ implica $h \leq r-1$, mientras que Kay y Womble afirman que ésta es la única relación entre esos tres números suponiendo la finitud de uno solo de ellos y no utilizando hipótesis adicionales. El autor de la presente comunicación continuó dicha investigación agregando otros axiomas al espacio de convexidad (Tesis Doctoral, F.C.E. y N., U.B.A., (1976)). Uno de los resultados obtenidos recientemente, prosiguiendo esta investigación, es el siguiente TEOREMA. Sea (X, C) un espacio de convexidad que cumple la propiedad de dominio finito y el tercer axioma de Levi. Entonces

$$(i) \quad h < \infty \Rightarrow c \leq h \leq r-1 \leq ch$$

$$(ii) \quad r < \infty \Rightarrow c \leq h \leq r-1 \leq ch$$

NOTA. Si en el teorema precedente reemplazamos el tercer axioma de Levi por el axioma del símpex, continúan siendo válidas (i) y (ii).

CORTINA, E.A. y GNAVI, G.D. (U.B.A.): *Aplicación de métodos de diagnóstico temporal a líneas de transmisión exponenciales y trigonométricas.*

En este trabajo proponemos un modelo discreto para una línea de transmisión no uniforme general, a partir del cual desarrollamos algoritmos que permiten calcular la impedancia característica variable de la línea, utilizando valores de la respuesta impulsiva tomados en intervalos de tiempo finitos, con condiciones de contorno prefijadas. Implementamos métodos numéricos y aplicamos esta técnica a las líneas de transmisión exponenciales y trigonométricas. En el caso de líneas exponenciales comparamos las velocidades de convergencia para distintas aproximaciones de las condiciones iniciales, y obtuvimos resultados numéricos acordes con la teoría.

OUBIÑA, L. y DUBOST de MARTINEZ FAVINI, C. (U.N. La Plata): *Las fórmulas excluidas en el algoritmo de planaridad de Lempel, Even y Cederbaum.*

Lempel, Even y Cederbaum han presentado, como test de planaridad, un algoritmo basado en los t-grafos y sus fórmulas. Se reemplaza aquí los t-grafos por grafos llamados arbustos que tienen la propiedad siguiente: admiten una representación plana en la que todos los puntos de articulación son adyacentes a la cara exterior. Se definen los arbustos reducibles como los t-grafos reducibles y se los caracteriza por fórmulas excluidas. Se presenta un algoritmo de planaridad basado en esta caracterización.

OUBIÑA, L. (U.N. La Plata) y ZUCCHELLO, R. (C.I.C.): *Una generalización de los grafos planares exteriores.*

Sea G un grafo planar y W un conjunto de vértices; G es W -planar exterior si admite una representación plana en la que todos los vértices de W son adyacentes a la cara exterior. Se da una caracterización de tales grafos por subgrafos excluidos, una cota superior del número de aristas y otras propiedades que conducen a un algoritmo para su reconocimiento.

SAGASTUME, M. (U.N. La Plata): *Partes fuertemente homogéneas de un multigrafo.*

Se propone una generalización para multigrafos del concepto de parte homogénea de un grafo simple. Se definen varios tipos de partes homogéneas y se demuestra que, para cada tipo, el conjunto de partes homogéneas ordenado por inclusión admite una estructura de reticulado partitivo.

CHIAPPA, R.A. (INMABB (CONICET-U.N.S.): *Grafos adjuntos, anticadenas y reticulados booleanos.*

Una noción útil para estudiar la descomposición por substitución de los grafos no orientados es la de parte homogénea. Para el caso de grafos orientados las mismas resultan de intersectar el conjunto de las partes ex-homogéneas con el de las partes in-homogéneas. Algunas de éstas con características especiales serán utilizadas para asociar a cada grafo orientado un conjunto ordenado cuyas particularidades en el caso de considerar grafos adjuntos nos permiten dar una caracterización de éstos.

INFORMATICA, PROBABILIDAD Y ESTADISTICA, HISTORIA

KANTOR, R. *Definición de homomorfismos entre estructuras de lista en un espacio de formas combinatorias.*

Dado un espacio de formas combinatorias F y dos conjuntos de listas definidas según Böhm [1] sobre el mismo, L_1 y L_2 , se demuestra que una función $\varphi_{12}^F: F \rightarrow F$ con $F \in F$ que verifica

- i) $\forall x \in L_1 \Rightarrow \varphi_{12}^F(x) \in L_2$
- ii) $\forall x, y \in L_1 \Rightarrow \varphi_{12}^F(\text{cat}_1: x: y) = \text{cat}_2: \varphi_{12}^F(x): \varphi_{12}^F(y)$
- iii) Si $x \in L_1 / x \neq [\text{nil}]_1$
 $\Rightarrow F(\text{hd}_1(x)) = \text{hd}_2(\varphi_{12}^F(x))$

cumple con las condiciones que "naturalmente" se pueden exigir a los homomorfismos entre estas estructuras.

En particular si F es la identidad, nos encontramos ante un isomorfismo.

Se presenta el siguiente *operador combinatorio* que verifica las condiciones vistas

$$\varphi_{12}^F = \lambda x. C_*: [\text{nil}]_2: ([\text{nil}]_1: x: (k: 1): /_1: \text{cat}_2: (\text{unit}_2 \circ F): x)$$

La existencia de tales operadores combinatorios permite generalizar algunas propiedades descubiertas en particulares estructuras de lista.

Por la notación utilizada ver las referencias:

[1] Böhm, C. (1980) An Abstract Approach to (hereditary) finite sequences of combinators (1980).

To H.B. Curry: Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculo and Formalism, p.231-242 J.P. Seldin Hindley, Academic Press, London.

[2] Böhm, C. (1982) Combinatory Foundation of Functional Programming Symposium of LISP and Functional Programming Pittsburg U.S.A. Agosto 1982.

KANTOR, R. *Una estructura topológica sobre el conjunto de las formas combinatorias.*

En el trabajo original sobre programación funcional se hace uso, sin mayor precisión, del concepto de límite en algunos desarrollos (Ej. pág. 630 de [1] $\lim \{f_i\}$).

La justificación posterior de esto, como de muchos otros aspectos matemáticos de la revolucionaria propuesta de Backus, es que, como se puede verificar, todo "funciona".

Incluso en posteriores desarrollos, dedicados a dar fundamento teórico a los conceptos de Backus vinculándolos con la lógica combinatoria, se encuentran ejemplos de "abuso" del concepto de límite.

(En [2] se presenta a $\Omega = \lim_{n \rightarrow \infty} \text{iot } n$, aunque se tiene la precaución de aclarar entre paréntesis "informal").

Se presenta aquí una topología con la cual se tiene como principales resultados que los isomorfismos entre listas son homeomorfismos, las listas infinitas se pueden definir como el resultado de "completar" el espacio de listas finitas y los límites mencionados se justifican.

Se muestra, por ejemplo, que $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{iot } n$ es equivalente a Ω ya que verifica la ecuación de punto fijo que la define:

$$X = \langle 0 \rangle \circ / [\sigma] t_1 (A) \quad [2]$$

[1] Backus, J. (1978) Can Programming be liberate from Von Neumann style?. A functional style and its algebra of programs, CACM 21,8 p.613-641.

[2] Böhm, C. (1982) The purpose of Unit-List in Functional Programming, Conference on Information Sciences - Overwolfach.

BOENTE, G. y FRAIMAN, R. (U.B.A. y CONICET): *Comportamiento asintótico de estimadores de máxima verosimilitud bajo condiciones no standard en el caso no regular.*

Consideremos un espacio paramétrico Θ localmente compacto, separable y un espacio de probabilidad (X, A, P) . Sean $X_1, \dots, X_n$ v.a. i.i.d. con distribución P .

Si $dP = f(x, \theta_0) d\mu$, para una medida μ y $\theta_0 \in \Theta$, la familia de estimadores de máxima verosimilitud se obtiene maximizando $\prod_{i=1}^n f(X_i, \theta)$. Si el soporte de P no depende de θ (caso regular), el problema es equivalente a minimizar $\sum_{i=1}^n \rho(X_i, \theta)$ donde $\rho(x, \theta) = -\log f(x, \theta)$. La consistencia de esta familia de estimadores fue probada por Wald (1949) y generalizada por Huber (1967) al caso en que la distribución subyacente P no necesariamente verifique $dP = \exp(-\rho(x, \theta_0)) d\mu$ para algún

$\theta_0 \in \Theta$ (condiciones no standard).

Este último trabajo ha sido de gran aplicación en problemas de estima

ción robusta.

Nos proponemos extender los resultados de Huber de modo de incluir el caso de distribuciones no regulares, en el sentido que el soporte de P dependa de θ . En particular, queremos incluir familias tales que $dP = c(\theta) h(x) \frac{I(x)}{(\pi_1(\theta), \pi_2(\theta))} d\mu$, donde $\pi_1(\theta) \leq \pi_2(\theta)$, que contienen a las distribuciones no regulares a un parámetro usuales.

Sea entonces $g(x, \theta)$ una función a valores reales sobre $X \times \Theta$, $g(x, \theta) \geq 0$.

Sea $\hat{\theta}_n: X^n \rightarrow \Theta$ una sucesión de funciones tales que:

$$\sup_{\theta} \prod_{i=1}^n g(X_i, \theta) - \prod_{i=1}^n g(X_i, \hat{\theta}_n) \rightarrow 0 \text{ p.p.}$$

Damos condiciones suficientes para asegurar que una tal sucesión converge en casi todo punto a una constante θ_0 .

En particular, en el caso regular, estas condiciones coinciden con las dadas por Huber (1967).

Se muestra que bajo ligeros apartamientos del modelo uniforme, conservando el punto de consistencia, se puede lograr que el orden de consistencia del estimador de máxima verosimilitud para la uniforme sea arbitrario.

Se proponen, así mismo, estimadores resistentes a cambios en la distribución subyacente, asintóticamente insesgados bajo el modelo.

FRAIMAN, R. (U.B.A.): *Estimadores basados en mínima distancia*.

Sean $X_1, \dots, X_n$ e $Y_1, \dots, Y_m$ variables aleatorias i.i.d. en $(R, \mathcal{B}_1)$.

Sean $F_n(t)$ y $G_m(t)$ las respectivas funciones de distribución empíricas, y $\mu_n[X_1, \dots, X_n]$ y $\mu_m[Y_1, \dots, Y_m]$ las medidas de probabilidad asociadas. Sea $\mathcal{P}(R)$ el conjunto de probabilidades sobre $(R, \mathcal{B}_1)$ y λ una distancia en $\mathcal{P}(R)$.

Consideramos estimadores de mínima distancia para el problema de dos muestras, o sea aquel que minimiza:

$$\lambda(\mu) = \lambda(\mu_n[X_1, \dots, X_n], \mu_m[Y_1 - \mu, \dots, Y_m - \mu])$$

cuando λ es la distancia de Levy, de Prohorov, y de Kolmogorov respectivamente.

Estos estimadores resultan consistentes en condiciones muy generales, y se hace un estudio comparativo de su comportamiento para muestras pequeñas respecto de los estimadores clásicos y otras propuestas.

TARAZAGA, P. y OVIEDO, J. (U.N. San Luis y CONICET): *Sobre Aristas y Diagonales de Matrices Doblemente Estocásticas*.

En este trabajo se estudia el convexo del problema de asignación utilizando sus puntos extremos.

Introducimos los conceptos de ciclos elementales y damos una propiedad para saber cuando estos ciclos elementales son interiores o exteriores.

Por último se demuestra una propiedad de conexión entre vértices por medio de ciclos minimales y una del tipo más débil para los de soporte maximal.

WEIDENBACH, R.J. (U.N. del Centro): *Sistemas antiguos de numeración.*

Su enfoque histórico. La numeración antigua: su significado matemático. El sistema egipcio. El sistema babilónico. Los sistemas griegos. Los numerales romanos. El sistema Maya. El sistema chino. Los números figurados.

CENDRA, H. (U.N. Sur): *Descomposición de un conjunto semialgebraico en subvariedades de Nash.*

Una variedad de Nash es una subvariedad analítica de $\mathbb{R}^n$ que es un conjunto semialgebraico. Un morfismo de Nash, de una variedad de Nash en otra, es un morfismo analítico que es también una función efectiva.

TEOREMA. Todo conjunto semialgebraico de $\mathbb{R}^n$ se descompone como reunión disjunta de conjuntos semialgebraicos simples.

La noción de conjunto semialgebraico simple de $\mathbb{R}^n$ se define inductivamente por medio de:

1) Los puntos de $\mathbb{R}^1$ y los intervalos abiertos de $\mathbb{R}^1$, son los simples de $\mathbb{R}^1$.

2) Si $S \subset \mathbb{R}^{n-1}$ es un simple de $\mathbb{R}^{n-1}$, y $f, f_1, f_2: S \rightarrow \mathbb{R}$ son morfismos de Nash, donde $f_1 < f_2$, entonces:

$$\{(x, y): x \in S, y = f(x)\} = \text{Grf} \subset \mathbb{R}^n$$

$$\{(x, y): x \in S, f_1(x) < y < f_2(x)\} \subset \mathbb{R}^n, \quad \text{son simples de } \mathbb{R}^n.$$

APLICACION. Sea U abierto de $\mathbb{R}^n$, U semialgebraico, $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ analítica. Son equivalentes:

i) f es efectiva. ii) f es algebraica.