

RESUMENES DE LAS COMUNICACIONES PRESENTADAS A LA XXXVII REUNION
ANUAL DE LA UNION MATEMATICA ARGENTINA

ALGEBRA Y LOGICA

ABAD, M. (UNS): *P-álgebras libres.*

Una P-álgebra A puede ser definida como un álgebra $(A, \vee, \wedge, +, !, 0, 1)$ del tipo $(2, 2, 2, 1, 0, 0)$ que es un álgebra de Heyting lineal pseudo-suplementada en la cual $!(xvy) = !xv!y$ para cada x, y en A. Otras definiciones equivalentes fueron dadas por G. Epstein y A. Horn (P-álgebras, an abstraction from Post algebras, Algebra Universalis 4 (1974) 195-206). En este trabajo determinamos la estructura algebraica de la P-álgebra libre $P(n)$ con un número finito de n generadores libres. Si K_t es la cadena con t elementos, entonces $P(n)$ es isomorfa al producto

$$\prod_{t=2}^{n+2} K_t^{e_t}, \text{ donde } e_2 = 2^n \quad y \quad e_t = t^n - \sum_{i=1}^{t-2} (-1)^{i-1} \binom{t-2}{i} (t-i)^n$$

para $t \neq 2$.

AMBAS, O.H. (F.C.E. y N. - UBA): *Álgebras de Lukasiewicz 4 y 5 valuadas como subvariedades de las de Heyting.*

El trabajo tiene como objeto dar una axiomática para las álgebras de Lukasiewicz n -valuadas que las caracteriza como subvariedad de las álgebras de Heyting simétricas, para los casos $n=4$ y $n=5$.

Para el caso $n=4$, veremos que si A es un álgebra de Heyting simétrica que satisface $T_4 = 1$ y $\neg\neg\neg(x \rightarrow x) = \neg\neg\neg(x \rightarrow \neg x)$, donde $T_n = 1$ es la igualdad de Ivo Thomas, entonces definiendo $s_1 x = \neg\neg x$, $s_2 x = \neg\neg\neg(x \rightarrow \neg x)$ y $s_3 x = \neg\neg x$, resulta A un álgebra de Lukasiewicz 4-valuada.

Para el caso $n=5$ los axiomas que agregamos son:

$$T_5 = 1, \text{ y } ((s_1 x + s_1 y) \wedge (s_2 x + s_2 y) \wedge (s_3 x + s_3 y) \wedge (s_4 x + s_4 y)) + (x, y) = 1$$

donde $s_1 x = \neg\neg x$, $s_2 x = \neg\neg\neg(x \rightarrow \neg x)$, $s_3 x = \neg\neg(x \rightarrow x)$, $s_4 x = \neg\neg x$.

Para el caso $n \geq 6$ ha sido ya demostrado que los operadores de Lukasiewicz no se pueden poner en términos de las operaciones de reticulados.

ANDRUSKIEWITSCH, N. (FAMAF - UNC): *Graduaciones en anillos de poli-*

nomios.

Cada una de las graduaciones positivas que admite un anillo de polinomios sobre un cuerpo está determinada por una estructura de A_0 -álgebra de polinomios graduada, donde A_0 es el subanillo de elementos de grado 0. Así, la clasificación de todas las graduaciones en tales anillos depende de la resolución del "cancellation problem".

ARAUJO, J.O. (UNCPBA): *Sobre la Región Fundamental de un Grupo Lineal Finito.*

Algunas propiedades de Grupos de Coxeter son extendidas en este caso a un grupo lineal finito. Sea G un grupo finito de $O_n(R)$, C una región fundamental de G construida a partir de un vector v de R^n . Una transformación g de G se dice fundamental si g determina un límite $(n-1)$ -dimensional de C . Fijamos $g_1, \dots, g_m$ el conjunto de transformaciones fundamentales de G y notamos: $r_g = g.v - v$ (g en G), P_{Gv} la cápsula convexa de $G.v$ y para w en $G.v$, $\text{str}(w)$ la totalidad de elementos u en $G.v$ tales que (w, u) sea una arista de P_{Gv} . Se tiene:

TEOREMA. i) Si g en G es tal que $d(gv, v)$ es mínima, entonces g es fundamental. ii) Si g en G es fundamental, g^{-1} es fundamental. iii) $g_1, \dots, g_m$ generan G y para g en G , r_g es combinación lineal no negativa de los r_{g_i} . iv) Si para algún j y g en G , $-g_j(r_g)$ es combinación lineal no negativa de los r_{g_i} , entonces $g^{-1} = g_j$. v) g en G es fundamental si y solo si gv está en $\text{str}(v)$. vi) Toda relación $R(g_1, \dots, g_m) = 1$ es deducible a partir de las inducidas por los circuitos sobre aristas en P_{Gv} .

Se conjetura que las relaciones inducidas por los circuitos sobre aristas en P_{Gv} son deducibles de las inducidas por las 2-caras de P_{Gv} que pasan por v .

REFERENCIAS

Benson-Grove: Finite Reflection Groups.

Bourbaki, N.: Groupes et Algèbres de Lie, Cap. IV, V y VI.

ARAUJO, J.O. y CHIARADIA, R.J. (UNCPBA): *Sobre el centralizador de un grupo de Galois.*

Sea K un cuerpo y E/K una extensión galoisiana de grado n . Si $E = K(a)$, y f el polinomio minimal de a sobre K , notamos con

$G = \{g_1, \dots, g_n\}$ el grupo de Galois de E/K y con $a_i = g_i(a)$ las raíces de f . G puede pensarse como un subgrupo de S_n , siendo éste isomorfo a su centralizador G' . El siguiente resultado da un criterio para caracterizar G' .

PROPOSICION. Para $t \in S_n$ y $j \in N_0$, sea $h_{t,j}(X_1, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n X_{t(i)} X_i^j \in K[X_1, \dots, X_n]$, entonces una permutación $t \in G'$ si y sólo si $h_{t,j}(a_1, \dots, a_n) \in K$ para todo $1 \leq j \leq n-1$.

A partir de la proposición precedente, se intentaría encontrar criterios aplicables a un grupo de permutaciones.

REFERENCIAS

Lang, S. "Algebra".

Van Der Waerden, B.L. "Algebra Moderna".

CARBAJO, R., CISNEROS, E. y GONZALEZ, M.I. (PROMAR - UNR): *Una nota sobre producto cruzado*.

Sea K un anillo y G un grupo ordenado cuyos elementos actúan como automorfismos sobre K y sea $\alpha: G \times G \rightarrow U$ una aplicación (donde U es el grupo de los inversibles de K). El producto cruzado $R = K * G$ es el K -módulo libre con base $\{u_\sigma, \sigma \in G\}$ esto es:

$$R = \left\{ \sum_{\sigma \in G} a_\sigma u_\sigma : a_\sigma \in K \text{ y } a_\sigma \neq 0 \text{ sólo para un número finito de } a_\sigma \right\}.$$

La suma se define de la manera usual y el producto está dado por las siguientes relaciones $u_\sigma a = \sigma(a)u_\sigma$, $u_\sigma u_\tau = \alpha(\sigma, \tau) u_{\sigma \cdot \tau}$ donde α satisface condiciones de forma que el producto resulte asociativo.

En [1] estudiamos el radical primo de un skew anillo de grupo.

El propósito de este trabajo es remarcar que los resultados obtenidos en [1] son ciertos en esta situación más general. Además se estudia el nil radical generalizado y radical fuertemente primo de R como también el ideal singular. Finalmente se consideran algunas cuestiones sobre nil y nilpotencia.

REFERENCIA

- [1] R. CARBAJO, E. CISNEROS, M.I. GONZALEZ. The prime radical of a skew Group Ring, Rev.U.M.A., Vol.32, (1985).

CHIAPPA, R.A. (INMABB - UNS): *Caracterización de digrafos k-adjuntos (adjuntos k iterados)*.

Se reduce a la caracterización de los digrafos k-adjuntos de mul-

tidigrafos sin entradas y sin salidas la de los k -adjuntos de multidigrafos arbitrarios.

FIGALLO, A. (INMASJ - UNSJ): M_3 -Reticulados finitos.

En esta nota damos un teorema de factorización para los M_3 -Reticulados finitos e indicamos una construcción de los M_3 -Reticulados libres con un número finito de generadores libres.

FIGALLO, A.V. (INMASJ - UNSJ) y ZILIANI, A.N. (UNS): *Algebras tetra-valentes modales simétricas*.

En este trabajo se introduce la noción de álgebra tetraivalente modal simétrica como un par (A, T) , donde A es un álgebra tetraivalente modal [1] y T es un automorfismo de período 2.

Se estudia el reticulado de las congruencias. Se prueba que toda álgebra tetraivalente modal simétrica no trivial es subproducto directo de álgebras tetraivalentes modales simétricas simples y finalmente se determinan las álgebras simples.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Loureiro, Isabel. Axiomatisation et propriétés des algèbres modales tétraivalentes. C.R.Acad.Sc. Paris, t.295 (22 novembre 1982) Série I p.555-557, 1982.

GLUSCHANKOF, D. (F.C.E.y N. - UBA): *El intervalo $[0,1]$ de los racionales admite varias implicaciones de Lukasiewicz*.

En el caso de las álgebras de Lukasiewicz lineales se sabe que la estructura de álgebras de Kleene (i.e. la negación) determina unívocamente la implicación. La pregunta natural es si, en el caso de las álgebras de Wajsberg, como generalización infinito valente de las de Lukasiewicz vale lo mismo.

En esta misma reunión N.G.Martínez presenta una demostración de que ése no es el caso, usando herramientas de teoría de modelos. El objetivo de esta comunicación es presentar una demostración constructiva del mismo hecho para el álgebra de Wajsberg cuyo conjunto subyacente es el intervalo $[0,1]$ de los racionales y cuya negación de Kleene es $\neg x := 1-x$.

Usando un método similar al del *va y viene* se construye otra álgebra sobre el mismo conjunto y con la misma negación (i.e. distinta implicación).

GLUSCHANKOF, D. (F.C.E.y N. - UBA): *Objetos inyectivos en la categoría de las álgebras de Wajsberg.*

En el caso de las álgebras de Lukasiewicz n -valentes, R.Cignoli demostró (ver [1]) que los objetos inyectivos de la categoría son las álgebras de Post n -valentes completas.

En el presente trabajo, considerando a las álgebras de Wajsberg como la generalización infinito valente de las de Lukasiewicz propias n -valentes, se estudian los objetos inyectivos determinándose que son los retratos de potencias del intervalo $[0,1] \subseteq \mathbb{R}$.

Por último y considerando otra comunicación presentada en esta reunión, se muestra que a dichos objetos inyectivos se los puede considerar como una generalización natural de las álgebras de Post completas para el caso infinito valente.

REFERENCIA

- [1] R.CIGNOLI. Representation of Lukasiewicz and Post algebras by continuous functions, Col.Math.XXIV (1972) 127-138.

GLUSCHANKOF, D. (F.C.E.y N. - UBA): *Sobre las generalizaciones de las álgebras de Post.*

Las álgebras de Post n -valentes, modelos algebraicos del cálculo de Post n -valente, son casos particulares de las álgebras de Lukasiewicz propias n -valentes, las que tienen como subálgebra lineal a la cadena de n elementos. Se ha demostrado que estas álgebras son coproducto de un álgebra de Boole y una cadena de n elementos y que son representables tanto como $\mathcal{C}(X, L_n)$ (donde X es un espacio de Stone y L_n es la cadena de n elementos) como $\{ \bigvee_{c \in L_n} a_c \wedge c \mid a_c \in B \text{ y } a_c \leq c, \text{ si } c' \leq c \}$ (donde B es el conjunto de elementos complementados del álgebra).

Para el caso infinito valente se han propuesto varias generalizaciones, aunque ninguna considera explícitamente la condición de que pueda definirse la implicación de Lukasiewicz. En esta comunicación se comentan dichas generalizaciones y se demuestra que la únicas adecuadas para representar el cálculo de Lukasiewicz son aquellas donde la cadena de constantes es un álgebra de Wajsberg lineal.

GLUSCHANKOF, D. y MARTINEZ, N.G. (F.C.E.y N. - UBA): *El teorema del filtro implicativo maximal en álgebras de Wajsberg.*

La contrapartida algebraica de las lógicas de Lukasiewicz n -valentes son las álgebras de Lukasiewicz propias. Para el caso multivalente, sin restricción en el número de valores de verdad, se han

propuesto dos contrapartidas algebraicas equivalentes: las MV-álgebras (ver [1]) y las álgebras de Wajsberg (ver [2]). Se consideran estas últimas más naturales por tener a la implicación y a la negación como sus operadores básicos.

Se prueba la equivalencia de los siguientes teoremas:

- En toda álgebra de Boole existen filtros primos;
- En toda álgebra de Wajsberg existen sistemas deductivos primos;
- En toda álgebra de Wajsberg existen sistemas deductivos maximales;
- En toda álgebra de Boole existen filtros maximales.

REFERENCIAS

- [1] CHANG, C.C., Algebraic analysis of many-valued logics, Trans. Am. Math. Soc. 88 (1958) 467-490.
- [2] FONT, J., RODRIGUEZ, A. y TORRENS, A., Wajsberg algebras, Stochastica, vol. VIII, n°1 (1984) 483-486.

GLUSCHANKOF, D. y TILLI, M. (F.C.E. y N. - UBA): *Sobre el concepto de abelianidad.*

A partir de un grupo abeliano G se puede construir naturalmente un anillo, el anillo de endomorfismos de G , $\text{End}(G)$. Es dable preguntarse, si G es un álgebra (en el sentido del álgebra universal) con una única operación binaria, cuáles son las condiciones que transforman a $\text{End}(G)$ en un objeto con una estructura que generalice razonablemente a la de anillo.

Se demuestra que si $*$ es la operación de G , la condición que da a $\text{End}(G)$ una estructura de semianillo es:

$$(a*b)*(c*d) = (a*c)*(b*d)$$

Esta condición generaliza a la conmutatividad y asociatividad, en particular, G será un semigrupo abeliano si y solamente si la operación $*$ tiene un neutro bilátero.

EJEMPLOS. - G un grupo considerando la operación resta.

- K convexo de un espacio vectorial, la operación es $\lambda x + \mu y$ donde $0 \leq \lambda + \mu \leq 1$ (λ y μ fijos).

GLUSCHANKOF, D. y TILLI, M. (F.C.E. y N. - UBA): *Un axioma único para el cálculo intuicionista positivo.*

Un sistema de axiomas para el cálculo intuicionista positivo es el siguiente:

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$$

Para el caso clásico se conocen varios sistemas de un único axioma

Se propone aquí el siguiente axioma único para el cálculo intuicionista positivo:

$$((\alpha \rightarrow (((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\delta \rightarrow \epsilon)) \rightarrow (\delta \rightarrow (\gamma \rightarrow \epsilon)))) \rightarrow (((\lambda \rightarrow (\mu \rightarrow \nu)) \rightarrow ((\lambda \rightarrow \mu) \rightarrow (\lambda \rightarrow \nu))) \rightarrow \omega)) \rightarrow \omega$$

Se destaca que este axioma ha sido obtenido por métodos combinatorios y su importancia reside en su aplicación a dichos métodos.

LEVSTEIN, F. (FAMAF - UNC): *Invariantes del subgrupo N, unipotente maximal del grupo $sl(n, \mathbb{C})$.*

Dentro del anillo de N-invariantes $P[sl(n, \mathbb{C})]^N$ se considera el subanillo generado por los polinomios de peso $e^{m\alpha}$, donde α es la raíz máxima de $sl(n, \mathbb{C})$, $m \in \mathbb{Z}$. Este subanillo es un anillo de polinomios en $2(n-1)$ generadores, los cuales se calculan explícitamente.

También se prueba una generalización de la identidad de Weyl.

LUBOMIRSKY, W.W. (F.C.E.y N. - UNP): *Interpretación geométrica de la conjetura de Goldbach.*

Se construye el retículo primo ; formado por todos los puntos de coordenadas (p, p') , que es simétrico respecto de la diagonal principal. Se construye el grafo de Goldbach G, uniendo entre sí todos los nodos del retículo primo mediante aristas ubicadas sobre las subdiagonales normales a la diagonal principal. Se obtiene un grafo unidimensional también simétrico pero no conexo.

Se define el grafo ampliado de Goldbach G' en forma constructiva, agregando nodos de coordenadas $(1, p)$, $(p, 1)$ y otros nodos auxiliares, y trazando ciertas aristas mediante un algoritmo que define el contorno de G' en una forma conveniente, manteniendo la simetría. G' resulta ser un grafo planar, que puede ser conexo o no. Esta construcción geométrica permite visualizar la naturaleza de las dificultades en la demostración eventual de la conjetura de Goldbach.

Se demuestra que para que se verifique la conjetura de Goldbach es suficiente que el grafo ampliado G' sea conexo. Esta condición no es necesaria, lo que se muestra con un ejemplo.

MARTINEZ, N.G. (F.C.E.y N. - UBA): *Dualidad de Priestley para las W-álgebras.*

Las álgebras de Wajsberg tienen una estructura subyacente de álgebras de Kleene y pueden pensarse entonces como reticulados con una operación binaria adicional: la implicación.

Sobre esta base se desarrolla la dualidad de Priestley: el espacio

de Wajsberg es un espacio de Kleene con una operación binaria $P \Rightarrow Q$ y adecuadas condiciones topológicas adicionales. Para las álgebras n -valentes y las cadenas arquimedeanas esta operación binaria puede ser fácilmente descripta. Se caracterizan, además, las congruencias del álgebra como ciertos subconjuntos cerrados del espacio.

MARTINEZ, N.G. (F.C.E.y N. - UBA): *Teoría de Modelos: una aplicación en las W-álgebras.*

R.Cignoli probó que dada una estructura de reticulado, puede definirse a lo sumo una implicación de álgebra de Wajsberg n -valente compatible con el orden.

Este resultado es falso en el caso general, cuando el álgebra tiene infinitos valores de verdad.

Aquí se prueba que tampoco la estructura de álgebra de Kleene es suficiente para determinar la implicación.

La demostración se basa en una aplicación del teorema de definibilidad de Beth y la eliminación de cuantificadores para las álgebras de Kleene totalmente ordenadas y sugiere un método bastante general (aunque no constructivo) para tratar el problema de la unicidad de estructuras.

RYCKEBOER, H. (F.C.E.y N. - UBA): *Expresiones regulares decidibles-k.*

Las expresiones regulares son una de las formas más claras y cómodas de definir lenguajes regulares (o de tipo 3 en la clasificación de Chomsky). Cuando se los quiere utilizar con tal propósito es necesario, como se mostró en un trabajo anterior (1985) que fueran no-ambiguas, concepto que en tal oportunidad se definió y se mostró el modo de determinarlo. Para poder generar en forma automática los programas aceptores de la expresión regular y poder determinar apriori la memoria necesaria para tal proceso es necesario definir una propiedad adicional la decidibilidad-k. Se muestra además la forma algorítmica de determinarla.

SAVINI, S.M., SEWALD, J.A. y ZILIANI, A.N. (UNS): *Álgebras de Heyting simétricas I_n .*

En este trabajo se determinan las álgebras de Heyting simétricas I_n simples y se estudian sus respectivas subálgebras. Se demuestra que toda álgebra de Heyting simétrica I_n finita, no trivial, es producto directo de álgebras simples. Se determina la estructura del álgebra de Heyting simétrica I_n con un número finito de genera-

dores libres y se calcula el número de sus elementos.

BIBLIOGRAFIA

Monteiro Antonio, Sur les algèbres de Heyting symétriques. Portugalia Mathematica. Vol.39, Fasc.1-4, 1980.

TILLI, M. (F.C.E.y N. - UBA): *Una generalización de la noción de bien debajo.*

En una relación binaria R , la transitividad y reflexividad implican $R = R^2$, pero la inversa no es cierta en general (por ejemplo $(R, <)$).

Afirmar $R = R^2$ es equivalente a afirmar que R es transitiva y densa, es decir que se puede expresar con la fórmula

$$\forall x \forall z \exists y (xRy \wedge yRz \iff xRz)$$

Ahora, si R es una relación binaria cualquiera, se puede definir una nueva relación binaria $\sqsubseteq$, reflexiva y transitiva:

$$y \sqsubseteq z \text{ ssi } \forall x (xRy \Rightarrow xRz)$$

Si $R = R^2$, se tiene que $x = \bigcup_{yRx} y$, donde el supremo se toma respecto a la relación $\sqsubseteq$.

Esta relación R generaliza la noción de *bien debajo* (ver Ref.). Sin embargo, al haberse definido $\sqsubseteq$ totalmente en primer orden y considerando el rol central que juega la noción de *bien debajo* en los modelos del cálculo λ (no expresable en primer orden), es natural agregarle a R una propiedad adicional:

$$x R \bigcup_D y_\alpha = \bigcup_D x R y_\alpha$$

(donde $D \neq \emptyset$ es un conjunto dirigido, $y_\alpha \in D$ y se piensa a R como la función característica del grafo de la relación).

REFERENCIA

GIERZ, G., HOFFMANN, K.H., KEIMEL, K., LAWSON, J.D., MISLOVE, M., SCOTT, D.S., A compendium on continuous lattices, Springer Verlag, 1980.

TIRAO, J.A. (FAMAF - UNC): *Una filtración de un álgebra de invariantes asociada a un grupo de Lie semisimple.*

Sea G un subgrupo algebraico de $GL(n, \mathbb{C})$ definido sobre $\mathbb{R}$ y simétrico. Sean $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$ la correspondiente descomposición de Cartan del álgebra de Lie de G , K el subgrupo de Lie conexo de G con álgebra de Lie $\mathfrak{k}$, $\mathfrak{a}$ una subálgebra abeliana maximal contenida en $\mathfrak{p}$ y M el centralizador en K de $\mathfrak{a}$. Para estudiar los K -invariantes en $S'(g)$ es importante conocer el álgebra $B = S'(k)^M$ de funciones polinomia-

les M-invariantes sobre k . En este trabajo se define una filtración interesante de B y se identifica el álgebra $\text{gr}(B)$ cuando $\dim a = 1$.

ANÁLISIS MATEMÁTICO

AIMAR, H. (PEMA - INTEC - CONICET): *Reordenada de una función ϕ en espacios de tipo homogéneo.*

Aplicando lemas de cubrimiento de tipo Wiener a un adecuado proceso de selección de bolas, se extiende el método de A.P. Calderón para el estudio de la reordenada de una función de oscilación media ϕ al contexto de los espacios de tipo homogéneo.

BOUILLET, J.E. (UBA - IAM - CONICET): *Evolución bajo $u_t = \alpha(u)_{xx}$ de perturbaciones compactas del estado $u = \text{constante}$.*

Sea α continua, no decreciente. La función $w(x, t) = (1/t)v(x/t)$, v función par definida mediante $(x/t)^2 = \int_v^{v(0)} \frac{d\alpha(r)}{r}$ ($v(0)$ depende de $M = \int_{-\infty}^{+\infty} v dx$), es solución de $w_t = (\alpha(tw))_{xx}$, $w(x, 0) = M\delta(x)$.

Sea $u_0(x)$ tal que $u_0 - C$ tenga soporte compacto; sea u solución de $u_t = \alpha(u)_{xx}$ (en D'), $u(x, 0^+) = u_0(x)$.

Entonces (1) $\left| \int_{C-\delta}^{C+\delta} \frac{d\alpha(r)}{r-C} \right| < +\infty$, $\delta > 0$, $u(x, t) - C$ tiene soporte compacto; (2) Si $\int_{C-\delta}^{C+\delta} \frac{d\alpha(r)}{r-C} = +\infty$ y $U_0(x) = \int_{-\infty}^x (u_0(z) - C) dz = 0$ en $(-\infty, a]$, $U_0(x) > 0$ en (a, b) , entonces $u(x, t) > C$ en $(-\infty, a]$, $t > 0$

(i.e. el soporte de $u(x, t) - C$ no es acotado a izquierda) (análogamente, mutatis mutandis, para soporte no acotado a derecha y/o $u < C$).

Se emplea una variante de la técnica de [V]: resultados de comparación de soluciones para las ecuaciones integradas $U_t = \alpha(U_x)_x$ y $W_t = \alpha(tW_x)_x$.

[V] J.L. Vázquez, Trans. AMS. 277(2), June 1983; 285(2) Oct. 1984; 286(2) Dec. 1984.

CAPRI, O.N. y SEGOVIA, C. (UBA - IAM): *Behaviour of L^r -Dini singular integrals in weighted L^1 -spaces.*

Singular integral operators K with kernels satisfying an L^r -Dini condition of the type introduced by D.S. Kurtz and R.L. Wheeden are considered here. Weighted norm inequalities and weak type estimates

for the maximal singular integral operator K^* are obtained in Theorem 1. The convergence in L^1_W of the truncated singular integrals $K_\epsilon f$ to Kf is proved in Theorem 2 under the assumptions that f and Kf belong to L^1_W and $W^{r'} \in A_1$.

DEFERRARI, G. (F.C.E.y N. - UBA): *Generalización del Cálculo Homomorfo*.

Sea A un álgebra de Fréchet conmutativa, $a = (a_1, \dots, a_n)$ una n -upla de elementos de A , $\text{sp}(a)$ su espectro relativo y para $x \in A$, $\text{sp}(a, x)$ el espectro de x relativo a a . En primer término se tratará la noción de "propiedad de extensión (p.e.u.) única" y "de a -representabilidad" en relación con la sucesión de cohomología de ciertos haces. En este contexto se prueba:

TEOREMA 1. Si a tiene la p.e.u., entonces A es a -representable.

TEOREMA 2. Sea A a -representable, $K \subset \mathbb{C}^n$ compacto del $\text{sp}(a)$, $I_K = \{x \in A / \text{sp}(a, x) \subset K\}$, $\mathcal{O}(K, A)$ los gérmenes de funciones analíticas a valores en A sobre K , $L_A(I_K) = \{f: I_K \rightarrow I_K \text{ } A\text{-lineales}\}$. Entonces $\exists \theta_K: \mathcal{O}(K, A) \rightarrow L_A(I_K)$ morfismo de A -álgebras tal que $\theta_K(z_i) = a_i$.

TEOREMA 3. Si $K = K_1 \cup K_2$, entonces $L_A(I_K)$ tiene elementos idempotentes no triviales.

DICKENSTEIN, A. y SESSA, C. (F.C.E.y N., UBA - CONICET): *Estructura analítica del espacio de corrientes residuales en $\mathbb{C}$* .

Se ha estudiado el problema de dotar de estructura de variedad analítica compleja a las corrientes residuales de soporte compacto en $\mathbb{C}$, es decir, todas aquellas distribuciones de $\mathbb{R}^2$ que son sumas finitas de polinomios en derivadas holomorfas de distribuciones delta. Se ha demostrado que para obtener tal estructura es necesario considerar solamente las corrientes de un orden global n fijo. Para cada $n \in \mathbb{N}$, la estructura analítica del espacio de corrientes residuales de orden global n , notado $\mathcal{R}_n(\mathbb{C})$, se define a partir de una biyección con un abierto de $\text{sym}^n(\mathbb{C}) \times \mathbb{C}^n$, y se obtienen los siguientes "esperables" resultados:

- i) Para cada ϕ holomorfa en $\mathbb{C}$, la aplicación $\mathcal{R}_n(\mathbb{C}) \xrightarrow{e_\phi} \mathbb{C}$, $e_\phi(R) = R(\phi)$ es analítica.
- ii) Sea W una variedad compleja y $g(\omega, z)$ una 1-forma meromorfa en $W \times \mathbb{C}$ tal que $\omega \in W$ fijo $\text{Res}[g(\omega, z)] \in \mathcal{R}_n(\mathbb{C})$. Entonces, la aplicación $W \rightarrow \text{sym}^n(\mathbb{C}) \times \mathbb{C}^n$ es analítica.

DOBARRO, F.R. (F.C.E. y N. - UBA): *El espectro de un producto alabeado de variedades de Riemann*.

Recordando que los autovalores del operador de Laplace-Beltrami de una variedad de Riemann contienen una amplia información sobre la geometría de dicha variedad, estudiamos el espectro de un producto alabeado cuyos factores son compactos.

Extendemos un resultado análogo al probado para productos usuales en (B-G-M) que describe los autovalores y autofunciones de un producto alabeado, lo hacemos aplicando resultados generales sobre operadores de Schrödinger en una variedad de Riemann compacta (D).

Notando que el primer elemento no nulo del espectro de una v.r. está ligado a la curvatura (Cha), nos ocupamos de determinarlo explícitamente (D).

REFERENCIAS

- (B-G-M) M. Berger-P. Gauduchon-E. Mazet, *Le spectre d'une variété Riemannienne*, Lecture Notes in Math., Vol. 194, Springer, 1971.
- (Cha) I. Chavel, *Eigenvalues in Riemannian Geometry*, Acad. Press, 1984.
- (D) F. Dobarro, Tesis Doctoral presentada en FCEN, UBA, Productos alabeados de variedades de Riemann (a defender en setiembre de 1987).

FIALKOW, L. y SALAS, H. (SUNY at New Paltz y UNSL): *Mayorización y Factorización en C^* -Álgebras*.

En cualquier C^* -álgebra, la ecuación $a = bc$ (factorización) implica $aa^* \leq \lambda bb^*$ para algún $\lambda > 0$ (mayorización). Estudiamos una clase especial de C^* -álgebras, llamadas MF álgebras, para las cuales mayorización implica factorización. El motivo de nuestro estudio es un teorema de R.G. Douglas que dice que $L(H)$ es una MF álgebra.

En este artículo mostramos que cualquier W^* álgebra es una MF álgebra. Esto se debe a que imágenes $*$ -homomórficas de MF álgebras también lo son. Estos resultados pueden usarse para resolver sistemas de ecuaciones de operadores lineales en álgebras de von Neumann. También caracterizamos aquellas MF álgebras A que satisfacen $C(X) \subset A \subset L^\infty(X)$ en caso que $X \subset \mathbb{C}$ tenga un sólo punto de acumulación.

GALINA, E. y VARGAS, J. (IMAF - CIEM, UNC): *Espectro del operador de Dirac en el semiplano superior*.

Sea G/K un espacio simétrico de tipo no compacto. Sea V una repre-

sentación irreducible de K y sea V el fibrado sobre G/K de espinores a coeficientes en V . Sea $D: L^2(V) \rightarrow L^2(V)$ el operador de Dirac. Por trabajos de Schmid, Connes y Moscovici se sabe que D tiene un número finito de autovalores. Para el caso $G = \text{Sl}(2, \mathbb{R})$ y $K = \text{SO}(2)$ hemos calculado estos autovalores, descripto sus autoespacios en términos de representaciones de G y también calculamos el espectro continuo de D .

GODOY, T. (FAMAF - UNC): *Coefficientes de Minakshisundaram Pleijel para operador del calor.*

Si M es un espacio localmente simétrico de curvatura no positiva, de tipo clásico, Δ el operador de Laplace Beltrami sobre M , se encuentran fórmulas explícitas para los coeficientes de la expansión asintótica de Minakshisundaram Pleijel de $\text{tr}(e^{-s\Delta})$ para $s \rightarrow 0^+$.

KORTEN, M.K. (F.C.E.y N., UBA - CIC): *Unicidad de Solución Autosemejante para Ciertas Ecuaciones de Difusión Generalizada.*

Una solución (débil) de la forma $u(x,t) = u(|x| t^{-1/(N+1)})$ para la EDP $E(u(x,t))_t = \nabla \cdot (|\nabla_x \alpha(u(x,t))|^{N-1} \nabla_x \alpha(u(x,t)))$ (1), con E, α monótonas no decrecientes, $N > 0$ y $\eta = |x| t^{-1/(N+1)} \geq \eta_0 > 0$ fijo, satisface (en D') la EDO - $[\eta^n/(N+1)]E(u(\eta))' =$
 $= (\eta^{n-1} |\alpha(u(\eta))'|^{N-1} \alpha(u(\eta))')'$ (2). Consideremos el problema de valores iniciales y de contorno para (2) con $u(\eta_0) = 1$,

$$\lim_{\eta \rightarrow +\infty} E(u(\eta)) = 0, \quad (3).$$

TEOREMA 1. Si $u, \tilde{u}$ satisfacen (2) y (3) y

$$\lim_{\eta \rightarrow +\infty} \eta^{n-1} |\alpha(u(\eta))'|^{N-1} \alpha(u(\eta))' = \lim_{\eta \rightarrow +\infty} \eta^{n-1} |\alpha(\tilde{u}(\eta))'|^{N-1} \alpha(\tilde{u}(\eta))', \text{ es}$$

$$u \equiv \tilde{u}.$$

TEOREMA 2. $E^{-1}(\{0\}) = \{0\}$ y α inyectiva son suficientes para unicidad de solución de (2), (3).

EJEMPLO. Sea $\alpha(u) \equiv u$; $E(u) = u+1/2$ ($u \leq -1/2$), $= 0$ ($|u| \leq 1/2$), $= u-1/2$ ($u \geq 1/2$). Se exhibe una familia de soluciones $u_\lambda(\eta)$ de (2), (3) tal que $\lim_{\eta \rightarrow +\infty} \eta^{n-1} |\alpha(u_\lambda(\eta))'|^{N-1} \alpha(u_\lambda(\eta))' = -\lambda \in [c(n, N, \eta_0), 0] \neq \emptyset$.

TEOREMA 3. Si $n=N=1$ en (2), en $[B]$ se probó monotonía de $V(\eta) = \alpha(u(\eta))$. Se generaliza este resultado cuando α y E saltan en un

u único y α es inyectiva. Técnicas conocidas ([B]) permiten entonces probar existencia de solución al problema de "zona pastosa" autosemejante con energía prescrita y ancho inversamente proporcional al flujo. Valen los teoremas 1 y 2 de unicidad.

[B] J.E.Bouillet, Soluciones Autosemejantes con intervalos de constancia de un problema de conducción térmica, Comunicación a la UMA, 1983. Rev.UMA 31 (1,2) (1983), 62-63.

LAMI DOZO, E. (UBA, IAM - CONICET): *Autovalores con peso y curvatura escalar.*

Damos un resultado de existencia y unicidad para un problema en autovalores lineal elíptico con peso en una variedad compacta. Deducimos las curvaturas escalares de un producto alabeado de una variedad compacta por otra variedad de curvatura cero.

MARANO, M. y CUENYA, H. (UNRC): *Aproximantes de Padé multipuntuales.*

El (m/n) aproximante de Padé en un punto de una función f suficientemente diferenciable es la función racional de grado (m,n) que tiene orden de contacto $m+n+1$ con la función en ese punto. Una definición análoga puede darse en un conjunto finito A de puntos.

En este trabajo se estudia la propiedad que tienen los aproximantes de Padé de ser, bajo ciertas condiciones sobre f , límite de los mejores aproximantes racionales de f en pequeños intervalos de igual amplitud cuando estos intervalos se reducen al conjunto A .

MARQUEZ, V. (F.C.E. y N. - UBA): *El problema de la electropintura como límite de problemas parabólicos.*

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ un dominio anular con frontera exterior S y frontera interior Γ , ambas C^1 . El problema (P_α) , aproximante al de la electropintura, consiste en hallar un par de funciones (u^α, h^α) ,

$u^\alpha \in H^1(\Omega \times (0, T)) \cap L^\infty(\Omega \times (0, T))$, $h^\alpha \in L^\infty(\Gamma \times (0, T))$ que satisfagan:

$$(1) \quad \alpha u_t^\alpha = \Delta u^\alpha \text{ en } \Omega \times (0, T) \quad ; \quad (2) \quad u^\alpha = 1 \text{ en } S \times (0, T) \quad ;$$

$$(3) \quad \frac{\partial u^\alpha}{\partial \nu} = \frac{u^\alpha}{h^\alpha} \text{ en } \Gamma \times (0, T) \quad ; \quad (4) \quad h^\alpha(x, t) = \sigma(x) + \int_0^t G\left(\left(\frac{u^\alpha(x, \tau)}{h^\alpha(x, \tau)} - \epsilon\right)^+\right) d\tau$$

en $\Gamma \times (0, T)$; (5) $u^\alpha(x, 0) = u_0^\alpha(x)$ en Ω , donde $\alpha > 0$ ((1) con $\alpha=0$,

(2), (3) y (4) son las ecuaciones del problema de la electropintura), ϵ y T son constantes positivas, ν es la dirección normal in-

terior a Ω sobre Γ y $0 < \sigma_* \leq \sigma$, G y u^0 funciones dadas que satisfacen ciertas hipótesis;

TEOREMA. Sea (u^α, h^α) la única solución débil de (P_α) con dato inicial que satisface $\|u_\alpha^0\|_{L^\infty(\Omega)} \leq K$, para todo α tal que $0 < \alpha \leq A$.

Entonces $u^\alpha \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} \psi$ en $H^{1,0}(\Omega \times (0,T))$ y $h^\alpha \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} h$ en $L^2(\Gamma \times (0,T))$ donde $\psi \in H^1(\Omega \times (0,T)) \cap L^\infty(\Omega \times (0,T))$, $h \in L^\infty(\Gamma \times (0,T))$ y (ψ, h) es la única solución débil del problema de la electropintura.

RICCI, R. (Univ. Firenze, Italia) y TARZIA, D.A. (PROMAR - CONICET - UNR): *Comportamiento asintótico en la ecuación de medios porosos con absorción*.

Se estudia el siguiente problema: (1) $u_t - (u^m)_{xx} + u^p = 0$, $x > 0$, $t > 0$; (2) $u(0,t) = 1$, $t > 0$; (3) $u(x,0) = u_0(x)$, $x > 0$.

Si $0 < p < m$, existe la solución estacionaria $u_\infty = u_\infty(x)$ de (1) y (2), la cual tiene soporte compacto en $(0, +\infty)$.

Si $m+p \leq 2$, se demuestra la existencia de supra y sub-soluciones para la ecuación (1) que satisfacen la condición (2) y que se acercan exponencialmente a la solución estacionaria. Además, si el dato inicial u_0 verifica cierta hipótesis, la solución $u(x,t)$ de (1)-(3) converge a $u_\infty(x)$ en la forma:

$$|u(x,t) - u_\infty(x)| \sim a \exp(-bt), \text{ con } a, b > 0.$$

SALINAS, O. (PEMA - INTEC - CONICET): *Operadores de Schrödinger de generados*.

Consideremos el operador.

$$Au - Vu \equiv \sum_{i,j=1}^n D_{x_i} (a^{ij}(x) D_{x_j} u(x) - V(x)u(x))$$

tal que los a^{ij} satisfacen

$$|x|^\alpha |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a^{ij}(x) \xi_i \xi_j \leq C |x|^\alpha |\xi|^2 \quad \forall x \in B(0,R), \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^n,$$

donde $\alpha \in]-n, n[$ (fijo) y C es una constante. Por otra parte, V es un potencial tal que

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sup_{x \in B(0,R)} \int_{|x-y| < r} \frac{|V(y)|}{|x-y|^{n-2+\alpha}} dy = 0$$

Para soluciones débiles de la ecuación $Au = Vu$, se puede probar una desigualdad de "tipo Caccioppoli", que permite, a su vez, pro-

bar una desigualdad de Harnack y un módulo de continuidad local para dichas soluciones.

SANZIEL, M.C. y TARZIA, D.A. (PROMAR - CONICET - UNR, I.M. "B. Levi"): *Cálculo numérico sobre algunos problemas elípticos mixtos con presencia de cambio de fase.*

En este trabajo se comprueban numéricamente resultados teóricos (ver Tabacman-Tarzia, misma Reunión) para la existencia o no de un cambio de fase en función de los valores del coeficiente de transferencia de calor α en la porción de frontera Γ_1 y del flujo de calor q en Γ_2 , para un valor dado de temperatura exterior $b > 0$ en Γ_1 .

Para ello, se resuelven numerosos problemas elípticos de tipo mixto usando el software científico MODULEF.

TABACMAN, E.D. y TARZIA, D.A. (PROMAR - CONICET - UNR, I.M. "B. Levi"): *Problemas elípticos mixtos con presencia de cambio de fase.*

Se considera un problema estacionario de conducción de calor en un dominio acotado con frontera regular $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, con $\text{med}(\Gamma_1) > 0$ y $\text{med}(\Gamma_2) > 0$. Sobre Γ_1 se impone una ley de tipo Newton con coeficiente de transferencia $\alpha > 0$ y temperatura exterior $b > 0$, y sobre Γ_2 se considera un flujo de calor saliente $q > 0$.

Se encuentran condiciones necesarias y/o suficientes para α y q de manera de obtener un cambio de fase en Ω , es decir, un problema estacionario de Stefan a dos fases.

Cuando $\alpha \rightarrow +\infty$ se reencuentran los resultados teóricos obtenidos en Tarzia, *Mecánica Computacional*, Vol.2 (1985), 359-370.

TILLI, M. (F.C.E. y N. - UBA): *Sobre el concepto de derivada en los espacios de Köthe.*

Para los espacios de Banach existen los conceptos de derivada fuerte y de derivada débil, los que generalizan el concepto clásico de derivación sobre espacios de dimensión finita.

Si Λ es un cardinal cualquiera, se define el conjunto $I(\Lambda)$ como la intersección del cono positivo con la bola unitaria del espacio $\ell^1(\Lambda)$ y se dice que $f: E \rightarrow F$ es Λ -diferenciable si existe $u \in \ell(E, F)$ tal que para toda $g: I(\Lambda) \rightarrow E$ afín continua ($g = x_0 + \psi$), $h: I(\Lambda) \rightarrow F$ tal que $h = f \circ g$ es tal que $h'(0) = u \cdot \psi$ (derivando en la "dirección" de $I(\Lambda)$).

Si E es Banach, ω -diferenciable se identifica con fuertemente dife-

renciable y 1-diferenciable con débilmente diferenciable.

Se generaliza este concepto de diferenciabilidad para los espacios de Köthe de la forma

$$\frac{X}{\lambda} = \{a \in \mathbb{R}^N / \forall b \in \lambda, a \cdot b \in X\}$$

donde $\mathbb{R}^{(N)} \subseteq X \subseteq \mathbb{R}^N$, X espacio vectorial y $\lambda \subseteq \mathbb{R}^N$ cualquier subconjunto.

TRIONE, S.E. (F.C.E.y N. - UBA): *Inversión de operadores ultrahiperbólicos de Bessel.*

Sea $G_\alpha = G_\alpha(P \pm io, m, n)$ la distribución causal (anticausal) definida por

$$G_\alpha(P \pm io, m, n) = H_\alpha(m, n) (P \pm io)^{\frac{1}{2}(\frac{\alpha-n}{2})} K_{\frac{n-\alpha}{2}}[m(P \pm io)^{\frac{1}{2}}], \text{ donde}$$

m es un número real positivo, $\alpha \in \mathbb{C}$, K_μ designa la función modificada de Bessel de tercera especie y $H_\alpha(m, n)$ es la constante definida por

$$H_\alpha(m, n) = \frac{e^{\pm i\frac{\pi}{2}q} e^{i\frac{\pi}{2}} 2^{1-\frac{\alpha}{2}} (m^2)^{\frac{1}{2}(\frac{n-\alpha}{2})}}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{\alpha}{2})}.$$

Las distribuciones $G_{2k}(P \pm io, m, n)$, donde $n = \text{entero} \geq 2$ y $k=1, 2, \dots$, son soluciones causales (anticausales) del operador de Klein-Gordon, iterado k -veces:

$$K^k\{G_{2k}\} = \delta; \quad K^k = \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_p^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_{p+1}^2} - \dots - \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} - m^2 \right\}^k.$$

Sea $B^\alpha f$ el operador ultrahiperbólico de Bessel definido por la fórmula $B^\alpha f = G_\alpha * f$, $f \in S$.

Nuestro problema consiste en la obtención de un operador $T^\alpha = (B^\alpha)^{-1}$ tal que si $B^\alpha f = \varphi$, entonces $T^\alpha \varphi = f$.

En esta Nota probamos que $T^\alpha = G_{-\alpha}$, para todo $\alpha \in \mathbb{C}$.

Observemos que la distribución $G_\alpha(P \pm io, m, n)$ es un análogo causal (anticausal) del núcleo radial debido a N.Aronszajn, K.T.Smith and A.P.Calderón. El caso particular radial de nuestro problema fue resuelto por V.A.Nogin, para $\alpha \neq 1, 2, \dots$.

URCIUOLO, M. (IMAF - UNC): *Integrales Singulares sobre Superficies "Arco-Cuerda".*

Dado el operador $T_{\sigma}^* f(x) = \sup_{\epsilon > 0} \left| \int_{|x-y| > \epsilon} K(x-y)f(y)d\sigma \right|$, se demuestra la continuidad del mismo de $L^p(d\sigma)$ en $L^p(d\sigma)$, con $K \in C^{\infty}(\mathbb{R}^n - \{0\})$ impar y homogénea de Grado $-k$, σ la medida en $\mathbb{R}^n$ que da el área de una superficie S de dim k , $k < n$, que cumple ciertas propiedades que generalizan la noción de curvas "arco-cuerda", definidas por Guy David.

GEOMETRIA Y TOPOLOGIA

AMBROSIO, N.B. (F.C.E. y N. - UBA): *Aplicaciones del teorema de Helly topológico.*

En el año 1930 E. Helly generaliza su teorema de intersección de convexos, sustituyendo la condición de convexidad por la "trivialidad homológica". Este teorema ha sido poco utilizado. Se presentan dos aplicaciones de este resultado a la Geometría de conjuntos estrellados:

- (I) Nueva demostración del teorema de Krasnoselsky en el plano.
- (II) Demostración diferente de un resultado de Marilyn Breen sobre conjuntos finitamente estrellados.

En la continuación de este trabajo se prevé extender estos resultados a dimensión mayor que 2.

BIRMAN, G.S. (UBA - CONICET): *Medida invariante de variedades del tipo $G/H \times K$.*

A pesar de que la densidad de $G/H \times K$ no puede escribirse en términos de las densidades de G/H y de G/K , obtenemos que la medida de $G/H \times K$, $m(G/H \times K)$, puede expresarse en términos de las medidas $m(G/H)$ y $m(G/K)$.

Ejemplos de esta situación son las grassmannianas, los espacios homogéneos dos puntos, es decir, los espacios proyectivos cuaterniónicos, espacios hiperbólicos cuaterniónicos y Q^n .

BREGA, A.O. y TIRAO, J.A. (FAMAF - UNC): *Sobre la determinación de un álgebra graduada.*

Sea G un grupo de Lie conexo, no compacto, semisimple y con centro finito y sea g la complexificación del álgebra de Lie de G . Sea $G = KAN$ una descomposición de Iwasawa de G , k y a las complexificaciones de las álgebras de Lie de K y A respectivamente y M el centralizador de a en K . Sea $C = S'(k)^M$ el anillo de funciones polino-

miales M -invariantes sobre k . Nos interesa determinar el álgebra graduada $g\mathcal{h}(C)$ asociada a una filtración $C = \bigcup_{n \geq 0} C_n$ introducida por Tirao. Para determinar esta álgebra uno necesita establecer el siguiente resultado: "Existe un vector $E \in k$, una subálgebra de Cartan h de k y un orden en $\Delta(k, h)$ tales que, para cualquier K -módulo irreducible de dimensión finita V con $V^M \neq 0$ existe un $n \in \mathbb{N}$ tal que $E^n \cdot V^M = V^{k+}$ y $E^{n+1} \cdot V^M = 0$ ". Este resultado ha sido verificado para todos los grupos de Lie clásicos de rango uno.

BRESSAN, J.C. (F.F.y B. - UBA): *Separabilidad en T-espacios de convexidad T_1* .

En un trabajo del autor de esta comunicación, publicado en Rev. U.M.A. 31 (1983), 1-5, se estudian algunas condiciones equivalentes de separabilidad para el caso en que se trabaje con una función $K: P(X) \rightarrow P(X)$ que satisfaga los cuatro primeros axiomas de operadores de cápsula convexa. Las diversas caracterizaciones de los T-espacios de convexidad T_1 , dadas en otra comunicación, hacen válidas las equivalencias de las condiciones de separabilidad para estos espacios.

En la presente comunicación se agregan otras condiciones de separabilidad equivalentes a las dadas por el autor en el trabajo anteriormente citado. Uno de los resultados obtenidos es: Si (X, C) es un T-espacio de convexidad T_1 y definimos para $A \subset X$, $C(A) = \bigcap \{C \in C: A \subset C\}$ y para $(a, b) \in X^2$ $C(a, b) = \bigcap \{C \in C: a \in C \text{ y } b \in C\}$, entonces son equivalentes: 1.- Si $a_1 \in C(a, p)$ y $x \in C(a, b)$, entonces existe $x_1 \in C(a_1, b)$ tal que $x_1 \in C(x, p)$. 2.- Si C, D son subconjuntos estrellados de X y $p \in X$, entonces $C(\{p\} \cup \text{mir}(C)) \cap D = \emptyset$ o $C \cap C(\{p\} \cup \text{mir}(D)) = \emptyset$. 3.- Si A, B son subconjuntos convexos de X , disjuntos, entonces existen C, D subconjuntos convexos complementarios tales que $A \subset C$ y $B \subset D$. 4.- Si $A \in C$ y B es una componente convexa de $X-A$, entonces $X-B \in C$. 5.- Si A, B son subconjuntos estrellados de X , disjuntos, entonces existen C, D subconjuntos estrellados complementarios tales que $A \subset C$, $B \subset D$, $\text{mir}(A) \subset \text{mir}(C)$ y $\text{mir}(B) \subset \text{mir}(D)$.

BRESSAN, J.C. (F.F.y B. - UBA): *Diversas caracterizaciones de los T-espacios de convexidad T_1* .

La caracterización del mirador de un subconjunto de un espacio vectorial real, dada por F.A.Toranzos (1967), es utilizada, por K.Kołodziejczyk (1985), para definir los T-espacios de convexidad como aquellos espacios de convexidad (X, C) en el sentido de Kay-Womble, tales que,

para todo $S \subset X$, el mirador de S es la intersección de todas las componentes convexas de S . Si (X, C) es un espacio de convexidad T_1 , obtiene que (X, C) es un T-espacio de convexidad si y sólo si es un JD-espacio de convexidad. En la presente comunicación se caracterizan los T-espacios de convexidad T_1 mediante una función $K: P(X) \rightarrow P(X)$ que cumpla los cuatro primeros axiomas de operadores de cápsula convexa, o una función $B: X^2 \rightarrow P(X)$ que satisfaga los tres primeros axiomas de los operadores de bandas de los sistemas axiomáticos dados por el autor de esta comunicación en Rev. U.M.A. 26 (1972), 131-142, mediante los cuales demostró dicha caracterización del mirador en su Tesis doctoral (1976). Uno de los resultados obtenidos en la presente investigación es: Si (X, C) es un espacio de convexidad y para $(a, b) \in X^2$ definimos $C(a, b) = \cap \{C \in C: a \in C \text{ y } b \in C\}$, entonces son equivalentes: 1.- (X, C) es un T-espacio de convexidad T_1 . 2.- Si $S \subset X$, entonces $S = \cup \{C: C \text{ componente convexa de } S\}$ y $\text{mir}(S) = \cap \{C: C \text{ componente convexa de } S\}$. 3.- Se cumplen las tres condiciones siguientes: (i) Si $a \in X$, entonces $C(a, a) \subset \{a\}$. (ii) $C \in C$ si y sólo si para todo $(a, b) \in C^2$, $C(a, b) \subset C$. (iii) Si $a_1 \in C(a, p)$ y $x_1 \in C(a_1, b)$, entonces existe $x \in C(a, b)$ tal que $x_1 \in C(x, p)$.

DOTTI, I.G. y MIATELLO, R.J. (FAMAF - UNC): *Isometrías de tipo interior y representaciones de grupos*.

Dado un grupo de Lie conexo compacto y simple G con métrica invariante a izquierda, el conocimiento de $U = \{X \in G: I_X \text{ es isometría}\}$ es importante, entre otras cosas, en la determinación del grupo de isometrías de G . Interesa por lo tanto estudiar los posibles U asociados a métricas invariantes en G . En esta dirección hemos probado

- a) Sea σ simétrica definida positiva respecto de $-B$, B forma de killing. Entonces $u = \{X \in g: -B(X, [\sigma Y, Z] + [\sigma Z, Y]) = 0, Y, Z \in g\}$ donde u y g denotan las álgebras de Lie de U y G respectivamente y la métrica está dada por $\langle X, Y \rangle = -B(X, \sigma Y)$.
- b) Si H es un subgrupo conexo y cerrado de G tal que $V_0 = \{X \in g: [h, V_0] = 0\}$ satisface $[V_0, V_0] = V_0$ entonces existe una métrica invariante a izquierda en G tal que $U_0 = H$ (U_0 denota componente conexa).
- c) Existen subgrupos cerrados de cada grupo de Lie compacto simple simplemente conexo y rango > 2 que no son realizables como U de métricas invariantes.

DRUETTA, M.J. (FAMAF - UNC): *Puntos fijos de isometrías en el infinito en espacios homogéneos.*

Sea M un espacio homogéneo simplemente conexo de curvatura no positiva. M admite un grupo soluble G que actúa simple y transitivamente y en consecuencia M puede representarse como el grupo de Lie G con una métrica invariante a izquierda de curvatura no positiva. Si $\mathfrak{g}$ es el álgebra de Lie de G entonces $\mathfrak{g} = [\mathfrak{g}, \mathfrak{g}] \oplus \mathfrak{a}$ donde $\mathfrak{a}$, el complemento ortogonal de $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$ en $\mathfrak{g}$ respecto de la métrica, es una subálgebra abeliana de $\mathfrak{g}$.

Se describe el conjunto de puntos fijos de G en el infinito ($M(\infty)$) y se clasifican todas las isometrías de M definidas por elementos de G cuando M no tiene factor de de-Rham euclídeo. Los elementos de $[G, G]$, el subgrupo de Lie conexo de G con álgebra de Lie $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$, son parabólicos y los elementos hiperbólicos de G son los conjugados a $\exp(\mathfrak{a})$, donde $\exp$ denota la aplicación exponencial de G .

FORTE CUNTO, A.M. (F.C.E.y N. - UBA): *Búsqueda de puntos de visibilidad máxima.*

Se intenta la formulación de un algoritmo que permita encontrar un punto de visibilidad máxima en un conjunto compacto S del plano cuya frontera sea una curva simple y suave de Jordan. En cada paso de este algoritmo el operador conoce solamente la forma de la estrella del punto donde está ubicado. Con ese dato se construye una "región factible de desplazamientos" dentro de la cual la visibilidad no disminuye. Dicha región resulta tener un número finito de "lados" que son segmentos o arcos convexos de la frontera de S . Se demuestra que la región factible es precisamente la "célula de visibilidad" del punto en cuestión, y que un óptimo es alcanzable después de un número finito de desplazamientos. Este enfoque algorítmico de un problema teórico tiende a obtener una descripción satisfactoria de los fenómenos de visibilidad aún en el plano.

GARCIA, A. (FAMAF - UNC): *Relación entre subvariedades reflexivas y $\tilde{V}$ -reflexivas.*

Sea $(M, \{s_x\}_{x \in M})$ un espacio k -simétrico. Una subvariedad $\tilde{V}$ -reflexiva (reflexiva) es el conjunto de puntos fijos de un automorfismo (isometría) involutivo de M .

Si G es la clausura en $I(M)$ del grupo generado por $\{s_x: x \in M\}$, $\dot{G}$ actúa transitiva y diferenciablemente en M y el espacio homogéneo $M = \dot{G}/\dot{G}_a$ es reductivo respecto de la descomposición $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{m}$ donde $\mathfrak{k} = \mathcal{L}(\dot{G}_a)$, $M = \text{Im}(\text{id} - \sigma_{*e})$ y σ es el automorfismo de G dado

por $\sigma(g) = s_a g s_a^{-1}$.

Cuando la anterior descomposición es naturalmente reductiva y M es simplemente conexo, encontramos condiciones para que una subvariedad $\tilde{V}$ -reflexiva sea reflexiva y recíprocamente.

OLMOS, C.E. (CIEM - FAMAF - UNC): *Inmersiones isométricas de variedades homogéneas.*

Sea M variedad Riemanniana homogénea munida de una conexión canónica y sea $i: M \rightarrow \mathbb{R}^n$ un imbedding isométrico con segunda forma paralela respecto de la conexión canónica. Se demuestra que el grupo de transvecciones se extiende a grupo de isometrías de $\mathbb{R}^n$ y que M tiene la siguiente propiedad que caracteriza a este tipo de inmersiones: Dada una curva c en M que une p con q existe isometría de $\mathbb{R}^n$ que fija M ; manda p en q y restringida al espacio normal a p realiza el transporte paralelo respecto de la conexión normal a lo largo de c .

REYES, W. (Inst. Prof. de Chillán, Chile): *Nota sobre ciertos planos isóclinos de $\mathbb{R}^4$.*

Dados dos planos de $\mathbb{R}^4$, estos conforman entre sí un par de ángulos que pueden calcularse en función de las coordenadas de Plücker de los planos. En particular, los ángulos entre los dos planos pueden ser iguales, y en este caso los planos se dicen *isóclinos*. Se caracterizan por medio de sus ecuaciones los planos isóclinos con un plano fijo. Estos quedan repartidos en dos familias isométricas con la esfera S^2 .

SANCHEZ, C.U. (FAMAF - UNC): *Inmersiones de Variedades Casi-Complejas.*

En este trabajo se prueba el siguiente resultado:

Sea M^n una variedad Riemanniana conexa y compacta isométricamente inmersa en $\mathbb{R}^{n+q}$. Si M^n admite una estructura casi compleja que conmuta con el operador forma de la inmersión entonces la inmersión es justa (tiene curvatura total absoluta mínima).

Como corolario se obtiene una nueva demostración de un resultado de R. Bott referido a la homología de los espacios homogéneos $G/C(T)$ donde T es un toro en G y $C(T)$ denota al centralizador de T en G .

TIRABOSCHI, A.L. (FAMAF - UNC): *Un resultado de incrustación para representaciones de grupos de movimiento.*

Sea M un grupo de Lie de movimientos, i.e. M es producto semidirecto de un grupo de Lie compacto K y un espacio vectorial V real; se puede construir una serie principal no unitaria para estos grupos, induciendo de ciertos subgrupos, v.g. estos subgrupos son el producto semidirecto del centralizador en K de un caracter de V en C^* (números complejos sin el cero), por el espacio vectorial V .

En este trabajo he demostrado que cualquier representación de M es subrepresentación de alguna representación en la serie principal.

TORANZOS, F.A. (F.C.E.y N. - UBA): *Teoremas de dimensión del mirador y de tipo-Krasnoselsky.*

La mayoría de los resultados importantes de la teoría de conjuntos estrellados en dimensión finita son de los siguientes tipos:

- [a] Teoremas de descripción del mirador.
- [b] Teoremas sobre la dimensión del mirador.
- [c] Teoremas de tipo-Krasnoselsky.

En este trabajo demostramos que a partir de un teorema de descripción del mirador puede obtenerse con facilidad un teorema acerca de la dimensión del mirador, y con algo más de dificultad, varios teoremas de tipo-Krasnoselsky correspondientes a distintas ampliaciones y generalizaciones del conocido teorema de Helly sobre intersecciones de conjuntos convexos. Se presentan numerosos ejemplos de estas construcciones, en la forma de teoremas ya conocidos o nuevos.

DUBUC, E. (F.C.E.y N. - UBA): *Una teoría axiomática de morfismos etales.*

Morfismos etales (homeomorfismos locales, difeomorfismos locales, etc.) son clases de morfismos que se tienen en muchas categorías en la práctica de la Geometría Algebraica, Geometría Analítica (espacios analíticos), Topología y Geometría Diferencial. En todos estos casos, los objetos geométricos estudiados se pueden considerar como objetos de una determinada categoría de haces (topos de Grothendieck). A. Joyal propuso una serie de axiomas sobre una clase de flechas de un Topos (basados en propiedades de los diversos ejemplos) como base para el desarrollo de una teoría abstracta de morfismos etales y dejó planteado como primer problema básico el de la completitud de estos axiomas. Se presenta aquí el desarrollo de la teoría y se define (construye) un contexto en el cual puede lle-

garse a demostrar el teorema de completud. Se introduce un axioma adicional, válido en los ejemplos y se demuestra un teorema fundamental de factorización. Como consecuencia se deduce un teorema de Completud y la existencia de una solución al problema del espectro general (resultado que mejora lo conocido en la literatura). Sin embargo, el teorema de factorización es esencialmente más fuerte que el de Completud. Queda abierto el problema de la validez de este último sin el axioma adicional.

MATEMATICA APLICADA

AIMARETTI, R. (F.C.E.e I.-UNR), GONZALEZ, R. (I.M."B.Levi", UNR) y VAZQUEZ, O. (F.C.E.e I.-UNR): *Técnicas Cuadráticas en el Diseño de Sistemas Lineales Multivariados Discretos con Respuesta en Tiempo Finito*.

El problema del diseño de controles en realimentación que induzcan respuestas del sistema en tiempo finito es uno de los temas clásicos en el estudio de sistemas lineales de tiempo discreto (dead-beat control).

El problema puede tener múltiples soluciones y existen variados procedimientos algebraicos para calcularlas. En este trabajo desarrollamos una técnica de solución para este problema, basado en la programación dinámica. Dos enfoques numéricos se aplican para resolver las ecuaciones recursivas que dan la solución del problema en nuestro enfoque:

- a) El cálculo de pseudo-inversas a través de la descomposición en valores singulares.
- b) Uso de técnicas de perturbación (regularización) con vista a emplear simples métodos de inversión de matrices eliminando el cómputo de pseudo-inversas.

En ambos casos se emplean procedimientos de preconditionamiento con el objetivo de mejorar la performance numérica de los algoritmos de cálculo de inversas y pseudo-inversas.

El programa de cómputo está basado en el empleo de las rutinas SSVDC y SGEDI del sistema LINPACK, para calcular pseudo-inversas haciendo uso de la descomposición en valores singulares o las inversas ordinarias en el problema perturbado. Mostramos varios ejemplos de aplicación que ilustran la efectividad del método propuesto.

AVILA, O.J. (F.C.E. - UNSa): *Probabilidades aplicadas a Teoría de*

grafos.

Es usual en problemas tratados con Teoría de grafos, utilizar modelos estadísticos con métodos de comparaciones apareadas. Dado que también es usual emplear grafos especiales en los mismos, es necesario contar con propiedades y teoremas que permitan su manejo en forma clara.

En este trabajo se considera un grafo $G(n)$ con n nodos y se calcula la probabilidad $\psi(n)$ de que sea irreducible, es decir que no pueda partitionarse en dos conjuntos no vacíos Z y W tales que todos los nodos en el segundo precedan a todos los nodos en el primero. Además se obtiene una propiedad para $\psi(n)$ y una forma de aproximar la función e^x , usando esta probabilidad.

CENDRA, H. (UNS): *Principios Variacionales y Potenciales de Clebsch.*

El movimiento de un fluido en su descripción lagrangiana en una región $D \subseteq \mathbb{R}^3$ viene dado por una función $\varphi(X, t) = x$ donde X , x representan la posición inicial y final de una partícula fluida y t es el tiempo transcurrido. La condición de incompresibilidad consiste en la igualdad $|\partial x / \partial X| = 1$. Tomando como densidad lagrangiana la energía cinética $\frac{1}{2} |\partial \varphi / \partial X|^2$, de acuerdo con el cálculo de variaciones, variaciones arbitrarias $\delta \varphi$ con las condiciones $\delta \varphi(X, t_0) = 0$, $\delta \varphi(X, t_1) = 0$ dan, después de algunos cálculos, las ecuaciones del movimiento. En cambio si se parte de la descripción euleriana del movimiento, siendo v la velocidad euleriana y $\frac{1}{2} v^2$ la densidad lagrangiana, se comprueba enseguida que variaciones arbitrarias δv con condiciones de extremos fijos e incompresibilidad $\nabla \cdot v = 0$ habituales conducen a la siguiente restricción sobre la velocidad: $v = \nabla \phi$. Como se sabe que hay soluciones de las ecuaciones de Euler que no son irrotacionales, resulta obvio que este principio variacional no daría las correctas ecuaciones del movimiento. El deseo de, no obstante, disponer de principios variacionales que involucren la descripción euleriana, y no lagrangiana, del movimiento ha llevado a introducir los potenciales de Clebsch, denotados aquí α, β .

Se prueba que la densidad lagrangiana

$$\frac{1}{2} |v(x, t)|^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x, t) \cdot v(x, t) \right) \beta(x, t)$$

da las correctas ecuaciones del movimiento. Se pueden generalizar estos resultados para el caso de fluidos compresibles, isentrópicos o no. En realidad se puede dar un enfoque geométrico a la cuestión, lo que permite unificar y describir varios otros sistemas ff-

sico de interés.

COMPARINI, E., RICCI, R. y TURNER, O. (Ist. U. Dini, Florencia, Italia): *Penetración de un solvente en un polímero no homogéneo.*

Se considera un problema (P) de frontera libre que surge del modelo de absorción de solventes en polímeros vidriosos. El problema tiene simetría plana, pero no es homogéneo en la dirección de avance del frente. En el trabajo se demuestra la existencia y unicidad de la solución del problema (P) para todo T positivo, la dependencia continua con respecto al dato f, y el comportamiento asintótico de la frontera libre.

FILIPICH, C.P., LAURA, P.A.A., ROSSI, R.E., REYES, J.A., JOUGLARD, C.E. y ROSALES, M.B. (UTN, UNS, IMA-CONICET): *Optimizaciones del Método de Elementos Finitos en el Cálculo de Autovalores.*

La idea de Lord Rayleigh de incluir un parámetro exponencial γ en las funciones coordenadas polinómicas ha sido utilizada recientemente en formulaciones de elementos finitos lográndose en general, y con notable precisión, una economía considerable tanto de memoria como de tiempo de máquina. Por otra parte en el Método de Elementos Finitos se ha observado que la superposición de dos funciones de forma, una de las cuales no modifica el cumplimiento de las condiciones de borde esenciales, pero incluye no sólo el parámetro γ sino además un factor de optimización adicional, conduce a una eficiencia computacional decididamente mayor que a la obtenida mediante la inclusión exclusiva de γ . El presente trabajo exhibe las metodologías en cuestión y presenta diversas aplicaciones.

GNAVI, G. (F.C.E. y N. - UBA): *Estabilidad de haces convergentes en simetría esférica.*

Se estudia el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}(\partial_t - V_\alpha^0 \partial_r) v_\alpha &= (-e/m) E, \quad \alpha = 1, 2 \\(\partial_t + V_\alpha^0 \partial_r) N_\alpha + N_\alpha^0 \partial_r v_\alpha &= 0, \quad \alpha = 1, 2 \\v^2 \partial_t E - 4\pi e \sum_{\alpha=1}^2 (N_\alpha^0 v_\alpha + V_\alpha^0 N_\alpha) &= 0,\end{aligned}$$

(e , m , V_α^0 y N_α^0 son constantes) que describen un problema de perturbaciones lineales de un sistema físico formado por dos haces de electrones que entrecruzan en un centro, en presencia de un fondo neutralizante de iones en reposo.

El problema tiene simetría esférica. La variable r representa la coordenada radial y t el tiempo. Las incógnitas son la velocidad de cada haz v_α , su densidad N_α/r^2 y el campo eléctrico E . La condición de contorno en el origen es $\sum_\alpha v_\alpha(0,t) = 0$. Se muestra que el sistema admite soluciones autosimilares del tipo $f(r/t)$. Se encuentran representaciones de las soluciones a través de contornos integrales en el plano complejo en términos de funciones de Gegenbauer. Se demuestra la estabilidad del sistema frente a perturbaciones de pequeña amplitud.

GONZALEZ, R. y MEDINA, M. (PROMAR - CONICET, UNR, I.M. "B. Levi"): *Sobre la solución numérica de un problema de control óptimo de una difusión bidimensional.*

En este trabajo presentamos una aplicación de la metodología presentada en [1] a un problema donde el estado del sistema es bidimensional y en el que puede gobernarse simultáneamente el término de difusión y el drift. El problema es solucionado numéricamente introduciendo aproximaciones del espacio funcional $W^{1,\infty}(\Omega)$ por medio de elementos finitos y esquemas especiales de discretización para las derivadas parciales de orden 1 y 2 que permiten verificar un principio de máximo discreto (PMD).

Mostramos los resultados obtenidos para la función de costo óptimo, la estructura de las políticas (sub-óptimas) en realimentación y (por simulación) la evolución del sistema bajo estas políticas.

- [1] R. GONZALEZ and E. ROFMAN. Stochastic control problems. An algorithm for the value function and the optimal policy. Aceptado para su presentación en 13th IFIP Conference on System Modeling and Optimization. Tokio, Japan. Aug. 31 - Sep. 4, 1987.

GONZALEZ, R. y ROFMAN, E. (I.M. "B. Levi", UNR): *Problemas de control estocástico en tiempo continuo. Un algoritmo para su solución numérica.*

En este trabajo se propone un procedimiento para el cálculo numérico de la función de costo óptimo v y de las posibles políticas óptimas $\bar{u}$ de problemas de control estocástico en tiempo continuo.

El fundamento del método propuesto es la caracterización de v como el elemento máximo del conjunto de subsoluciones de la ecuación de Hamilton-Jacobi asociada al problema de control óptimo tratado. De esta forma, el problema original es equivalente al problema auxiliar P: Hallar el elemento máximo de W .

Se introduce un problema aproximado P_h buscando obtener la validez

de un Principio de Máximo Discreto (PMD) para las ecuaciones diferenciales discretizadas. En nuestro trabajo usamos esquemas especiales para discretizar las derivadas parciales de primer y segundo orden de las funciones en consideración. Estos esquemas verifican un PMD, lo que permite demostrar que existe una única solución v_h para cada problema P_h y la convergencia de v_h hacia v . Además el PMD permite que v_h pueda ser calculado usando un algoritmo de tipo relajación, que incrementa las funciones $w_h \in W_h$ en los vértices de la triangulación utilizada, hasta que se alcanza la solución aproximada v_h .

GRATTON, F.T. y GNAVI, G. (F.C.E.y N. - UBA): *Flujos Magnetohidrodinámicos con Simetría de Translación*.

Se da una reducción de las ecuaciones de la magnetohidrodinámica disipativa (i.e. incluyendo viscosidad y resistividad) para movimientos incompresibles con una coordenada de traslación z ignorable. El problema queda definido por cuatro funciones reales ξ , η , v y B (flujo de masa, flujo magnético en el plano (x,y) , componente z de la velocidad y campo magnético, respectivamente) de dos variables espaciales $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ y una temporal $t \in \mathbb{R}$, mediante las ecuaciones

$$(\partial_t - v\Delta)\Delta\xi = -[\xi, \Delta\xi] + [\eta, \Delta\eta], \quad (\partial_t - v_m\Delta)\eta = [\xi, \eta],$$

$$(\partial_t - v\Delta)v = [\xi, v] - [\eta, B], \quad (\partial_t - v_m\Delta)B = [\xi, B] - [\eta, v],$$

donde Δ es el operador Laplaciano y $[]$ indica el conmutador o paréntesis de Poisson, v y v_m son constantes. Se encuentran soluciones exactas de este sistema de ecuaciones no lineales en derivadas parciales. En particular, se presentan soluciones que describen procesos de convección y difusión, relevantes para el estudio de la aniquilación de campos magnéticos en plasmas de la física espacial.

LAURA, P.A.A., FILIPICH, C.P., GUTIERREZ, R.H., ERCOLI, L. CORTINEZ, V.H., BAMBILL, D.V. y ROSSIT, C.A. (IMA - CONICET, UNS): *El Método de Rayleigh Optimizado*.

En 1870 Lord Rayleigh sugirió su ahora clásico método para obtener cotas superiores de autovalores. Dicha metodología fue luego extendida por Ritz para calcular autovalores superiores. Por otra parte Rayleigh, y como nota al pie de página de su famosa obra Theory of Sound, previó la inclusión de un parámetro exponencial en las funciones coordenadas de modo de poder optimizar el autovalor en cuestión. En este trabajo se presentan tanto el desarrollo de la variante del Método de Rayleigh como aplicaciones a problemas de vi-

braciones libres, estabilidad elástica, etc. Los autores han ampliado su aplicación a situaciones que no corresponden a valores propios como ser vibraciones forzadas, problemas de equilibrio, etc.

LOPEZ, M.C. y SCHIFINI, C.G. (F.C.E.y N. - UBA): *El problema equi-variante inverso y la ecuación de Klein-Gordon.*

Se considera una densidad escalar concomitante de un tensor métrico hasta orden 1 y de un escalar hasta orden 2 tal que dicha densidad sea la expresión de Euler-Lagrange correspondiente a una magnitud (no necesariamente densidad escalar) concomitante del tensor métrico hasta el orden 0 y del escalar hasta el orden 1. Se prueba en ese caso que existe una densidad escalar equivalente a la magnitud dada, o sea que tiene la misma expresión de Euler-Lagrange. Esto muestra que para expresiones diferenciales del tipo Klein-Gordon, el problema equivariante inverso se resuelve por la afirmativa. Con esto, simples consideraciones físicas muestran una casi unicidad de la ecuación de Klein-Gordon supuesto que se obtiene a partir de principios variacionales.

MEDINA, M.A. y GONZALEZ, R.L.V. (PROMAR - CONICET - UNR, I.M."B. Levi"): *Aplicación del sistema MODULEF a problemas de optimización en termotransferencia.*

Para regímenes térmicos estacionarios sin cambio de fase se consideran los siguientes problemas de optimización de flujos:

- 1) Maximizar el flujo neto a través del dominio (determinación de $\bar{q}$, flujo óptimo) con la restricción $u(x) \geq 0 \quad \forall x \in \Omega$, $u(\cdot)$ temperatura en el dominio.
- 2) Hallar λ (máxima cota de la densidad de flujo que no permite cambio de fase).
En otros términos, determinar λ tal que $\forall q(x) \leq \lambda \Rightarrow u(x) \geq 0 \quad \forall x \in \Omega$.
- 3) Dada una determinada forma de flujo q_0 , obtener $\bar{\mu} > 0$ si $q(x) = \mu q_0(x)$ y $\mu \leq \bar{\mu} \Rightarrow u(x) \geq 0 \quad \forall x \in \Omega$.

En este trabajo se muestra el cálculo de $\bar{q}$, $F(\bar{q})$, λ y $\bar{\mu}$ para algunos ejemplos, mediante la utilización del método de los elementos finitos, a través del sistema MODULEF.

MILASZEWICZ, J.P. y MOLEDO, L.P. (F.C.E.y N. - UBA): *Algo más sobre matrices no negativas.*

Sean T una matriz no negativa de orden n , s un número real mayor

que el radio espectral de T , y en R^n , no nulo y de coordenadas no negativas, Δy en R^n tal que si $y_i = 0$ entonces $\Delta y_i \geq 0$; llamamos x y Δx a los vectores que satisfacen $(sI - T)x = y$ y $(sI - T)\Delta x = \Delta y$.

Si suponemos que para cada componente totalmente conexa K del grafo de T hay un nodo i en K tal que $\Delta y_i > 0$ (resp. $\Delta y_i < 0$), vale entonces $(\Delta x_j)/x_j \leq \max\{0, \max\{(\Delta x_k)/x_k : \Delta y_k > 0\}\}$ para todo j ,

$1 \leq j \leq n$ (resp. $\min\{0, \min\{(\Delta x_k)/x_k : \Delta y_k < 0\}\} \leq (\Delta x_j)/x_j$, para todo j , $1 \leq j \leq n$).

NEUMAN, C.E. y COSTANZA, V. (INTEC - CONICET - UNL): *Control óptimo impulsional determinista de un sistema de Lotka-Volterra en R^2* .

Dado un sistema de control con estado $y \in \Omega \subset R^2_{\geq 0}$, planteamos el problema de

$$(1) \text{ maximizar } J(x, Z, T) = q(x - x_0) + \int_0^T f(y(s), s) e^{-c \cdot s} ds + \sum_{i=0}^N (D + K(y(s_i) - x_0, z_i)) e^{-c \cdot s_i}$$

donde $s_0 = 0$, existe $N \in Z_{\geq 0}$ tal que $s_N = T$ y $y(s_0) = x > x_0 \in \Omega \subset R^2_{\geq 0}$. En cada instante $s_j \in \{s_i : 0 \leq i \leq N\}$ el estado del sistema es sometido a un cambio $z_j \in \{z_i : z_i \in \Lambda \subset R^2_{\leq 0}, 0 \leq i \leq N\}$ y, para cada $i (0 \leq i \leq N-1)$ el sistema evoluciona en el intervalo $[s_i, s_{i+1})$ según la ecuación diferencial ordinaria con valores iniciales

$$(2, i) \begin{cases} dy^1(s)/ds = y^1(s)(a - by^1(s) - cy^2(s)) \\ dy^2(s)/ds = y^2(s)(p - cy^1(s) - qy^2(s)) \\ y^1(s_i) = y^1(s_i^-) + z_i^1 \\ y^2(s_i) = y^2(s_i^-) + z_i^2 \end{cases} \quad s_i \leq s < s_{i+1}$$

donde a, b, c, p y q son constantes reales positivas (obtenibles en general mediante datos censales). Discretizamos el problema ((1), (2, i) ($0 \leq i \leq N-1$)), luego definimos los funcionales discretizados $J^{i,j}(x, z^j, T)$ y sus funciones asociadas (con valores reales)

$V^i = \sup\{J^{i,j}(x, z^j, T) : z^j, T\}$ y $V = \sup\{V^i : 0 \leq i\}$, y construimos algoritmos para generar aproximaciones satisfactorias de V con el objeto de obtener las funciones $Z^{*j}(x)$ y $T^*(x)$ tales que $V^i = J^{i,j}(x, Z^{*j}(x), T^*(x))$.

Este problema tipo se presenta, por ejemplo, cuando se desea manejar la evolución de especies naturales que crecen en competencia.

NORIEGA, R.J. y SCHIFINI, C.G. (F.C.E. y N. - UBA): *Una fórmula constructiva para los escalares concomitantes de una métrica y un bivector.*

Es sabido (Noriega, R.J.-Schifini, C.G.) Gen. Rel. Grav., vol. 16, N° 3, 293 (1984) que todo escalar concomitante de una métrica g_{ij} y de un bivector F_{ij} es una función de $T_2 = F^{ij} F_{ij}$ y $\overline{T}_2 = F^{ij} *F_{ij}$. Es sabido también que basta conocer los escalares analíticos. Como todo escalar analítico es una suma de trazas $T_h = F^{i_1}_{i_2} F^{i_2}_{i_3} \dots F^{i_h}_{i_1}$ entonces se pueden demostrar las fórmulas de recurrencia

$$\begin{aligned} T_{h-2} \cdot \overline{T}_2 &= 8(T_{h-2} T_2 + 2 T_h) \quad y \\ \overline{T}_{h-2} T_2 &= -4(T_{h-2} \overline{T}_2 + \overline{T}_{h-2} T_2 + 4 \overline{T}_h) \end{aligned}$$

donde $\overline{T}_h = F^{i_1}_{i_2} \dots F^{i_{h-1}}_{i_h} *F^{i_h}_{i_1}$. Esto da un método constructivo para escribir toda traza en función de T_2 y $\overline{T}_2$. Se demuestra entonces que $T_{2h-1} = \overline{T}_{2h-1} = 0 \quad \forall h \in \mathbb{N}$ y que

$$\begin{pmatrix} T_{2h} \\ \overline{T}_{2h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} T_2 & \frac{1}{2^4} \overline{T}_2 \\ -\frac{1}{2^2} \overline{T}_2 & -\frac{5}{2^4} T_2 \end{pmatrix}^{h-1} \begin{pmatrix} T_2 \\ \overline{T}_2 \end{pmatrix} \quad \forall h \in \mathbb{N}$$

OVEJERO, R.G. (F.C.E. - UNSa): *Física Geométrica.*

En comunicación presentada a la XXXVI Reunión Anual de la U.M.A. se mostró en base a un ejemplo concreto la conveniencia de introducir espacios proyectivos como soporte para la formulación hamiltoniana de la mecánica, dado que en ellos se respeta naturalmente su estructura simpléctica.

Prosiguiendo en esa tesitura, en la presente se muestra que la existencia de una velocidad límite para el movimiento de una partícula y de una unidad natural para la acción se siguen directamente de las propiedades geométricas del espacio soporte determinadas por la invariancia del diferencial de acción, proporcionando así las leyes básicas de las mecánicas relativista y cuántica, englobándolas de esta manera en una única estructura lógica con la mecánica clásica.

RUBIO SCOLA, H.E. (F.C.E. e I. - UNR): *Integración numérica de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales rígidos (stiff problems) basada en el uso de la función signo matricial.*

Los problemas rígidos (stiff problems) están caracterizados por involucrar fenómenos con escalas de tiempo muy diferentes entre sí. Las componentes del sistema que poseen un amortiguamiento muy rápido, tienen al cabo de un primer transitorio corto, una relación algebraica con las restantes variables. Si se intenta integrar numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales con un método tradicional será necesario usar un paso de integración muy pequeño (del orden de la constante de tiempo más rápida del sistema). Para lograr un método más eficiente de solución numérica es necesario poder determinar la mencionada relación algebraica y emplear un método de integración con un paso de integración del orden de la constante de tiempo de evolución de las restantes variables independientes del sistema.

En este trabajo desarrollamos un método de integración de problemas rígidos basado en el empleo de la función signo matricial. Se aplica la función signo matricial al jacobiano del sistema (convenientemente modificado) de forma de separar (localmente) el sistema en dos partes, una de evolución rápida y otra de evolución lenta. Esta descomposición permite determinar la relación algebraica arriba mencionada y aplicar un método standard de integración sobre las restantes variables (lentas). Mostramos en diferentes aplicaciones la factibilidad y eficiencia del método propuesto.

RODRIGUEZ, R. (F.C.E. - UNLP) y BRUNINI, A. (F.A. y G. - UNLP, CONICET):
El "descubrimiento" de Urano.

Se presenta la experimentación llevada a cabo para testear la eficacia de esquemas numéricos, desarrollados por P.E. Zadunaisky y uno de los autores, para la estimación de perturbaciones que afectan un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden.

El problema elegido fue la localización de un objeto celeste masivo desconocido, cuya existencia se presume, a partir de las perturbaciones gravitatorias provocadas sobre otros objetos celestes. En particular se realizó una simulación numérica que permitió "descubrir" Urano a partir de las desviaciones "observables" de Saturno y Júpiter. La simulación de las observaciones fue realizada, contaminando los datos exactos, con errores al azar con varianzas realistas.

La determinación de las coordenadas esféricas de Urano resultó de una precisión suficiente, como para permitir la localización visual del planeta.

SPINADEL, V.W. de (F.C.E. y N. - UBA): *Difeomorfismos y control óptimo*.

El objetivo de este trabajo es mostrar cómo, mediante un difeomorfismo de estado, se puede resolver un problema de control óptimo, obteniendo puntos de equilibrio de Nash de ciclo cerrado por medio del Principio de Pontrjagin.

Se demuestra que para diferentes difeomorfismos, las diversas representaciones del mismo control y cada estrategia de control, dan origen a la misma trayectoria de estado.

TORANZOS, F.A. y CASTAGNINO, H.E. (F.C.E. y N., F.M. - UBA): *Modelo geométrico-dinámico del aneurisma de ventrículo*.

El aneurisma de ventrículo es una de las lesiones más frecuentes de la forma crónica del mal de Chagas y secuela habitual de la cardiopatía isquémica. Consiste en un abultamiento regional del corazón producido por adelgazamiento de la pared del ventrículo izquierdo. En este trabajo se formula un modelo que describe las distintas etapas que dan origen a dicha anomalía. El esquema parte de la consideración, a nivel celular e histológico, de la fatiga compresora que debe soportar una célula muscular cardíaca que pierde patológicamente su contractibilidad por alteración fisicoquímica del sarcómero, pero conserva su elasticidad. El resto del tejido, que se contrae normalmente, produce un mecanismo de contagio y una falla estructural que se propaga longitudinalmente hasta cerrarse sobre sí misma, dando lugar a una zona aislada de la señal contráctil circundante. Así comienza la formación aneurismática. Este modelo dinámico-funcional se correlaciona adecuadamente con los últimos hallazgos histológicos, las "fibras onduladas" en los límites del saco aneurismático.

VILLA, L.T., QUIROGA, O.D. y MORALES, G. (INIQUI - CONICET, F.C.T. - UNSa): *Algunas consideraciones matemáticas en reactores tubulares*.

Se considera un problema de valores de contorno para un sistema acoplado no lineal de dos ecuaciones diferenciales ordinarias, como un modelo estacionario de un reactor tubular ideal con temperatura de pared constante. Se obtienen cotas para el perfil axial de temperatura y condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un punto caliente.

FERREYRA, E. (FAMAF - UNC): *Desigualdades con pesos en norma de Lorentz para ciertos operadores integrales.*

Dado el operador $Kf(x) = \int_{-\infty}^x K(x,y)f(y) dy$, generalización del operador de Hardy, se dan condiciones sobre las funciones de peso no negativas $v(x)$, $w(x)$ y sobre el núcleo $K(x,y)$ que aseguran que

$$K: L^{r,s}((-\infty, \infty), v(x)dx) \longrightarrow L^{pq}((-\infty, \infty), w(x)dx)$$

es acotado para ciertos valores de r, s, p y q .

HOFFMANN, R.E. (Universität Bremen, República Federal de Alemania): *El límite de Hausdorff en la teoría de los reticulados continuos.*

Para una red $(x_j)_{j \in J}$ en un reticulado completo L ,

$\sup\{\inf\{x_k \mid j \leq k \in J\} \mid j \in J\}$ es el límite inferior "lim inf" y $\sup\{\inf\{x_k \mid k \in A\} \mid A \subseteq J, A \text{ es confinal en } J\}$ es el *quasi-límite superior*, $q\text{-lim sup}$. El límite de Hausdorff x de $(x_j)_{j \in J}$ existe sii $x = \lim \inf (x_j)_{j \in J} = q\text{-lim sup } (x_j)_{j \in J}$. Esas nociones se extienden a filtros de una manera natural.

Un reticulado completo L es continuo sii L satisface el axioma (MC) ("meet-continuity", $x \wedge \vee D = \vee\{x \wedge d \mid d \in D\}$ para cada $x \in L$ y cada subconjunto dirigido D de L) y el límite de Hausdorff es inducido por una topología; L es quasi-continuo (o un reticulado continuo generalizado) sii la modificación pseudo-topológica del límite de Hausdorff (en el sentido de G.Choquet) es inducido por una topología (es decir, en esa topología los ultrafiltros son convergentes exactamente a su límite de Hausdorff); L es hiper-continuo sii $\lim \inf = q\text{-lim inf}$ para cada red; L es completamente distributivo ssi L es distributivo y para cada red, $\lim \inf = q\text{-lim inf}$ y $\lim \sup = q\text{-lim sup}$. Además, el límite de Hausdorff en el reticulado $\mathcal{O}(X)$ de los subconjuntos abiertos de un espacio topológico X es una "pre-topología" (= una convergencia abstracta + tal que, para cada familia $(F_i)_{i \in I}$ de filtros sobre X , $F_i \rightarrow x \in X$ para cada $i \in I \neq \emptyset$ implica que $\bigcap_{i \in I} F_i \rightarrow x$) sii es una topología sii $\mathcal{O}(X)$ es un reticulado continuo.