

Autores: Alejandro Cabrera

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

SOBRE LAS ESTRUCTURAS GEOMÉTRICAS ASOCIADAS A LAS FASES DE BERRY NO ABELIANAS

El objetivo de este trabajo es presentar de un modo sistemático las estructuras geométrico-diferenciales que subyacen a la existencia de las famosas *fases de Berry* (no abelianas) en sistemas mecánico cuánticos. Contrariamente al tratamiento usual en la literatura, pondremos énfasis en la geometría de fibrados cuya base *es el espacio de parámetros físicos* del sistema cuántico.

Para ello, daremos una construcción general de un fibrado principal P^m con grupo estructural $U(k)$ sobre B , siendo B el espacio de parámetros de los cuales depende el operador hamiltoniano $H(b)$ que determina la dinámica en el espacio de Hilbert $\mathcal{H}$. En dicho fibrado está condensada la información geométrica relevante del problema. Veremos que la conexión generalmente usada para definir la *fase geométrica o de Berry*, llamada la *conexión de Berry*, a pesar de tener una definición local, se extiende a una conexión principal en todo P^m .

La fase de Berry, al ser, por definición, la *holonomía* de la curva base en el espacio de parámetros, depende intrínsecamente de la geometría del fibrado subyacente. Nuestra construcción del fibrado P^m permite *deducir* dicha información geométrica relevante directamente de los datos *físicos* del problema. Éstos son: el espacio de parámetros y la dependencia funcional del hamiltoniano en estos parámetros.

Finalmente, aplicaremos esta construcción en un ejemplo concreto, motivado por la reciente implementación de fases geométricas al desarrollo de la *computación cuántica*, ilustrando las ventajas conceptuales de nuestro enfoque.

Autores: Alejandro M. Mesón y Fernando Vericat

Lugar: IFILYSIB (CONICET-UNLP) y GAMEFI (UNLP)

ESTADOS DE GIBBS A TEMPERATURA CERO

Consideramos una familia de medidas $\{\mu_q\}_{q \geq 1}$ que describa el espectro multifractal de entropías locales. Cada miembro de la familia es introducido como el estado de Gibbs de un potencial $\varphi_q; X \rightarrow \mathbb{R}$, X compacto. El límite $q \rightarrow \infty$ es llamado el *límite a temperatura cero* debido a la interpretación del parámetro q como la inversa de la temperatura. Debido a la compacidad de X la secuencia de estados $\{\mu_q\}_{q \geq 1}$ tiene un punto débil de acumulación μ_∞ es que es llamado el *estado fundamental*. En general la secuencia $\{\mu_q\}_{q \geq 1}$ no converge pero si hay una única medida maximizante μ para $\varphi = \varphi_1$ entonces la secuencia converge débilmente a μ . El problema es cuando hay varias medidas maximizantes y sólo sabemos que hay un punto de acumulación, no necesariamente convergencia al estado fundamental. En esta comunicación abordaremos, en casos más generales que simbólicos dinámicos o hiperbolicidad los siguientes problemas:

- Probar que el estado fundamental μ_∞ es maximizante para una cierta clase potenciales.
- Relacionar la entropía para μ_∞ con el límite para $q \rightarrow \infty$ de las entropías de las μ_q .
- Mostrar que la entropía para el estado fundamental es la máxima entre las todas las entropías para otras medidas maximizantes.

EL ÁLGEBRA SIMPLÉCTICA DE LA MECÁNICA HAMILTONIANA

La evolución de un sistema dinámico, puede darse a través de un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, es decir las ecuaciones de Hamilton-Jácoobi. Las cuales dan lugar al estudio de una forma bilineal antisimétrica: *la forma simpléctica*.

Al considerar las características de movimiento, de acuerdo a la mecánica hamiltoniana, la determinación del campo de velocidades esta dado por la función hamiltoniana del sistema. Donde la relación lineal entre el campo gradiente del hamiltoniano y el campo de velocidades, permite determinar el flujo de evolución del sistema, el cuál involucra un forma simpléctica en el espacio fase.

Más generalmente, las funciones definidas sobre el espacio fase exhiben las características de la geometría simpléctica, donde la forma bilineal está dada por el paréntesis de Poisson, quien nos permite definir transformaciones lineales sobre dichas funciones generando un álgebra que permita construir nuevas expresiones para el hamiltoniano que faciliten su integrabilidad.

HACIA UN CÁLCULO FUNCIONAL DE OPERADORES ANTI-WICK

Sea A un operador cuya representación anti-Wick está dada por

$$(Af, g) = \int a(v, \bar{v})(f, \phi_v)(\phi_v, g)d\mu(v)$$

con $d\mu(v)$ medida Gaussiana.

En este trabajo estudiaremos la relación (isometricamente isomorfa) que existe entre el Teorema de Gelfand-Maurin y la representación anti-Wick, para el caso de los operadores básicos de la mecánica cuántica.

Por otra parte analizaremos algunos operadores con símbolos radiales estudiando su comportamiento en el límite de $\hbar \rightarrow 0$.

Referencias.

- [1] I.M Gelfand , N. Ya. Vilenkin : “Generalized functions”, Vol. 4.
- [2] F. A Berezin, M. A Shubin “The Schrödinger equation” Moscow State University, (1983), Moscú.
- [3] S. Grudsky, N. Vasilevski, “Toeplitz operators on the Fock space: Radial component effects.” Integral Equations and Operator Theory, v. 44, no. 1, 2002, p. 10-37
- [4] L.A Coburn “On the Berezin -Toeplitz Calculus” the Proceedings of the AMS 129 (2001) pp. 3331-3338.

Autores: M. Etchehoury y H. Cendra
Lugar: Departamento de Matemática, Fac. de Cs. Exactas, UNLP. Dto de Matemática, UNSur

DINÁMICA DE UNA ESFERA SIMÉTRICA RODANDO SOBRE UN PLANO HORIZONTAL SIN DESLIZAMIENTO Y SIN GIRAR ALREDEDOR DEL EJE VERTICAL

En este trabajo se realiza un estudio completo de la dinámica de la esfera simétrica rodando sobre un plano horizontal sin deslizamiento y sin rodar alrededor de su eje vertical (restricción de Veselova).

Se obtienen explícitamente integrales de movimiento, en términos de funciones elementales, que determinan en forma completa el comportamiento del sistema. Además se describen los puntos de equilibrio y órbitas cerradas del sistema. Se muestra finalmente que el sistema es equivalente a una ecuación diferencial ordinaria sobre la variedad $S^2 \times S^1$.

Referencias:

- [1] A.V. Borisov, I.S. Mamaev and A.A. Kilin, “Rolling a ball on a surface. New integrals and hierarchy of dynamics”, *Reg. Chaotic Dyn.* 7, 201 (2002).
- [2] H. Cendra and M. Etchehoury, “Rolling of a symmetric sphere on a horizontal plane without sliding or spinning”, to appear in *Reports on Mathematical Physics*.

Autores: Balseiro Paula, Solomín Jorge
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

EL PRINCIPIO DE D’ALAMBERT PARA SISTEMAS MECÁNICOS CON VÍNCULOS NO IDEALES

En este trabajo se estudian sistemas mecánicos con vínculos no ideales. Para encontrar las ecuaciones de movimiento se requiere el conocimiento del trabajo que realizan las fuerzas del vínculo sobre una determinada distribución en el espacio de configuración, que no necesariamente será el espacio de los desplazamientos virtuales. Encontraremos qué condiciones debe cumplir esta distribución para que el sistema quede bien determinado y se propone un Principio de Gauss.

DISCRETIZACIÓN DE SISTEMAS MECÁNICOS EN PRESENCIA DE TÉRMINOS MAGNÉTICOS

Una técnica muy importante en el estudio geométrico de sistemas mecánicos con simetrías es la de reducción. Por este medio es posible relacionar el sistema original con otro sistema en un espacio de menor dimensión. En el caso de sistemas mecánicos discretos (por ejemplo obtenidos mediante discretización de un sistema continuo) estas ideas han sido menos desarrolladas.

En esta comunicación discutiremos algunos aspectos de la reducción de sistemas en presencia de fuerzas cuyo comportamiento frente a las simetrías no es el correcto. Un ejemplo de este tipo de problemas lo constituye el sistema formado por una partícula cargada que se desplaza en un campo magnético. El objetivo es estudiar la discretización y reducción de sistemas de este tipo, caracterizados por la presencia de "términos magnéticos".

Referencias

1. S. Jalnapurkar, M. Leok, J. Marsden and M. West, "Discrete Routh reduction", Journal of Physics A: Mathematical and General, 39, (2006) 5521 - 5544.
2. J. Marsden and M. West, "Discrete Mechanics and Variational Integrators", Acta Numerica Vol. 10, 2001.

DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA ACÚSTICA ALREDEDOR DE UNA PERFORACIÓN RODEADA POR UN MEDIO POROSO PERMEABLE

Se considera el problema de distribución de densidad de energía acústica alrededor de una perforación rodeada por un medio poroso permeable. La acción de una fuente acústica de ultrasonido ubicada en el eje de la perforación es la encargada de definir el campo de ondas. Las propiedades del medio circundante se modelan utilizando la Teoría de Biot para medios porosos permeables.

Este modelo describe los dos medios de comunicación, la fase sólida y la fase líquida, se expresa la energía libre potencial como una expresión general de esta función en estado de equilibrio con una aproximación de segundo orden para la deformación del sólido y dilatación del fluido. Con las mismas condiciones se determina la densidad de energía cinética y la densidad de la función de dispersión.

Dos tipos de ondas longitudinales se propagan en medios de comunicación de Biot. Una de ellas corresponde al esqueleto elástico, la otra al fluido. El sistema de ecuaciones gobernantes se reduce a un sistema de tres ecuaciones de ondas, dos longitudinales y una transversal, expresadas en función de potenciales.

Las condiciones de contorno se formulan para un medio de poros abiertos.

La solución del problema se obtiene en términos de Fourier al igual que la densidad de energía.

Los cálculos numéricos para el análisis del comportamiento de la distribución de densidad de energía acústica contemplan parámetros del medio de Biot tales como: porosidad, permeabilidad, frecuencia de la fuente acústica. Se trabaja en idioma C++.

Los resultados obtenidos son chequeados por comparación con resultados análogos obtenidos para medios elásticos, considerando porosidades pequeñas.