Lógica y Computabilidad

Autores: Aldo Figallo Jr.
Lugar: Universidad Nacional de San Juan. Universidad Nacional del Sur

Notas sobre álgebras ecuacionalmente ordenadas libres sobre conjuntos ordenados

En esta nota continuamos con el análisis de la construción presentada en [3]. En particular, hemos demostrado que si la variedad $\mathbf{V}$ está generada por un álgebra ecuacionalmente ordenada y tal que el orden es de anticadena, entonces el álgebra libre $L_{\mathbf{V}}(I)$ sobre un conjunto ordenado I existe si, y sólo si, I es una anticadena.
También hemos obtenido resultados sobre $L_{\mathbf{V}}(I)$ en los casos que $\mathbf{V}$ es la variedad de las álgebras de Lukasiewicz-Moisil de orden n sin negación y con negación (ver [1], [2]).

Referencias

[1] V. Boisescu, A. Filipoiu, G. Georgescu, S. Rudeanu, *Lukasiewicz-Moisil Algebras*, Annals of Discrete Mathematics 49, North-Holland, 1991.

[2] R. Cignoli, *Moisil algebras*, Notas de Lógica Matemática 27(1970), Univ. Nac. del Sur, Bahía Blanca, Argentina.

[3] A. Figallo Jr., *Free algebras over a poset*, Algebric and Topological Methods in Non-Classical Logics II, Barcelona, 2005.

Autores: M. Canals Frau, J. Carrizo, A. V. Figallo, I. Pelegrina
Lugar: Universidad Nacional de San Juan. Universidad nacional del Sur

Dualidades para las álgebras de Heyting Simétricas $(n+1)$-valuadas con operaciones adicionales

En [1] hemos introducido las álgebras de Heyting Simétricas $(n+1)$-valuadas con operaciones adicionales (ver también [2]). En esta nota obtenemos dos dualidades topológicas para esta variedad de álgebras.

Referencias

[1] A. V. Figallo, M. Canals Frau, J. Carrizo, I. Pelegrina. Symmetric (n+1)-valued Heyting algebras with additional operations. LIV Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina. Noticiero de la Unión Matemática Argentina. 121–121. 2004

[2] L. Iturrioz. Modal operators on symmetrical Heyting Algebras. Departamento de Matemática, Universidad Claude-Bernard, Lyon I, 69621 Villeurbanne, Francia.

Autores: Celani Sergio y Cabrer Leonardo
Lugar: CONICET-NUCOMPA-Facultad de Ciencias Exactas- Univ. Nac. del Centro

---

Weak quasi-Stone Algebras

En este trabajo introducimos las variedad $\mathcal{WQS}$ de las weak-quasi-Stone álgebras como una generalización de la variedad $\mathcal{QS}$ de quasi-Stone álgebras introducidas y estudiadas en [1]. Aplicaremos la dualidad desarrollada en [2] para la variedad $\mathcal{N}$ de $\neg$-retículos para dar una dualidad para $\mathcal{WQS}$.

Probaremos que las weak-quasi-Stone álgebras estan caracterizadas como aquellos $\neg$-retículos, tales que sus elementos regulares forman una subalgebra. A su vez probaremos que es posible caracterizar las weak-quasi-Stone álgebras mediante ciertas congruencias principales del reducto de retículo.

Por otro lado, determinaremos las simples y subdirectamente irreducibles, generalizando ciertos resultados de [1].

Referencias

[1] N. A. Sankappanavar and H. P. Sankappanavar, *Quasi-Stone algebras.* Math. Logic Quarterly, Vol. 39, (1993), 255-268.

[2] S. A. Celani, *Distributive lattices with a negation operator*, Math. Logic Quarterly, Vol. 45, (1999), 207-218.

Autores: Aldo V. Figallo
Lugar: Universidad Nacional del Sur. Universidad Nacional de San Juan

---

Las álgebras de Lukasiewicz residuadas de orden (n+1) con todos los operadores de posibilidad de Moisil monádicas

Las álgebras *álgebras de Lukasiewcz residuadas de orden* $(n+1)$ *con todos los operadores modales de Moisil monádicas*, o $mpiL_{n+1}$-álgebras para abreviar, fueron introducidas en [3]. En este trabajo se investigan propiedades de las $mpiL$-álgebras con primer elemento, o $mpiL^0_{n+1}$-álgebras.
Las $mpiL^0_{n+1}$-álgebras son modelos algebraicos del cálculo proposicional de Lukasiewicz $(n+1)$-valuado monádico, en donde participan como conectivas primitivas la implicación de Lukasiewicz $\rightarrow$, las conectivas unarias σ_1, σ_2, ... , σ_n conocidos como operadores de posibilidad de Moisil, un cuantificador universal $\forall$ y las constantes 0 y 1. También podemos decir que estas álgebras son polinomialmente equivalentes a la MV-álgebras de orden $(n+1)$ monádicas estudiadas en [2]
Sobre las $mpiL^0_3$-álgebras podemos decir *coinciden* con las álgebras de Łukasiewicz trivalentes monádicas de L. Monteiro [4] y en el caso $(n+1)$-valuado, extienden a las álgebras de Łukasiewcz residuadas de orden $(n+1)$ (ver [1]).
El resultado más destacable de este artículo es la determinación de una fórmula para determinar el cardinal de la $mpiL^0_{n+1}$-álgebra libre con un número finito de generadores libres.

Referencias

[1] J. Berman and W. Blok, *Free Łukasiewicz and hoop residuation algebras*, Studia Logica, 77 (2004), 153–180.

[2] A. Di Nola and R. Grigolia. *On monadic MV-algebras.* Ann. Pure Appl. Logic 128, No.1-3, 125-139 (2004).

[3] A. V. Figallo, I_{n+1}*–álgebras con operadores*, Doctoral Thesis,Univ. Nac. del Sur, 1989, Bahía Blanca, Argentina.

[4] L. Monteiro. *Algebras de Lukasiewicz trivalentes monádicas.* Notas de Lógica Matemática, 32, Univ. Nac. del Sur, Bahía Blanca, 1974.

Autores: Campercholi, Miguel y Vaggione Diego
Lugar: FaMAF - UNC

Axiomatizabilidad por sentencias de tipo (A)(E)!

En este trabajo estudiamos la axiomatizabilidad por sentencias del tipo $\forall\exists!$ en variedades con discriminador. Más específicamente, estudiamos la relación entre la propiedad '*cerrada bajo intersección de subálgebras*' y la axiomatizabilidad por sentencias del tipo mencionado.

Una clase de álgebras $\mathcal{C}$ se dice *cerrada bajo intersección de subálgebras* si para cualesquiera $\mathbf{B}, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \in \mathcal{C}$

$$\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \in S(\mathbf{B}) \text{ y } A_1 \cap A_2 \neq \emptyset \text{ implica } \mathbf{A}_1 \cap \mathbf{A}_2 \in \mathcal{C}.$$

El resultado principal que presentaremos es el siguiente:

Teorema 1 *Sea* $\mathbf{A}$ *un álgebra cuasiprimal sin subálgebras triviales. Entonces son equivalentes:*

(1) *Toda subclase de* $S(\mathbf{A})$ *cerrada bajo intersección de subálgebras es axiomatizable por sentencias* $\forall\exists!$ *relativamente a* $S(\mathbf{A})$.

(2) *Las siguientes condiciones valen en* $\mathbf{A}$.

(2a) *No hay dos subálgebras isomorfas distintas de* $\mathbf{A}$.

(2b) *Si* $\mathbf{B} \leq \mathbf{A}$ *y* $f, g \in Aut(\mathbf{B})$ *son tales que* $f(b) = g(b)$, *para algún* $b \in B$, *entonces* $f = g$.

Autores: C. Sanza, A. V. Figallo
Lugar: Universidad Nacional del Sur

Congruencias de las álgebras de Lukasiewicz nxm-valuadas con negación monádicas

Las álgebras de Łukasiewicz $n \times m$–valuadas con negación monádicas (o $MNS_{n\times m}$–álgebras) fueron introducidas y estudiadas en [2] y [3]. En esta nota, determinamos un teorema de representación para estas álgebras a partir del cual caracterizamos a las $MNS_{n\times m}$–congruencias, reencontrando resultados conocidos para las álgebras de Łukasiewicz n–valuadas monádicas obtenidos en [1].

Referencias

[1] A. V. Figallo, I. Pascual and A. Ziliani, *Notes on monadic n–valued Łukasiewicz algebras*, Math. Bohemica 129, 3(2004), 255–271.

[2] C. Sanza, *Algebras de Łukasiewicz matriciales $n \times m$–valuadas con negación monádicas*, Noticiero de la Unión Matemática Argentina 2002, 165.

[3] C. Sanza, *On monadic $n \times m$–valued Łukasiewicz algebras with negation*. Algebraic and Topological Methods in Non–Classical Logics II. Abstracts, Barcelona, España 2005, 71.

Autores: Estela A. Bianco
Lugar: Universidad Nacional del Sur

Sobre un nuevo cálculo proposicional

En esta nota presentamos un cálculo proposicional estilo Hilbert en términos de los conectivos $\{\rightarrow, \wedge, \sim, \nabla\}$, ciertos esquemas de axiomas y la regla de modus ponens. Hemos probado que las álgebras de De Morgan modales 4-valuadas ([1],[2],[3]) son semánticas algebraicas de este cálculo proposicional. También hemos verificado la completitud de esta lógica respecto de sus modelos semánticos.

Referencias

[1] A. V. Figallo, *Tópicos sobre álgebras modales* 4*-valuadas*, Proceeding of the IX Simposio Latino–Americano de Lógica Matemática, Notas de Lógica Matemática 39 (1992), 145–157.

[2] J. M. Font and M. Rius, *A* 4*-valued modal logic arising from Monteiros's last algebras*, XX International Symposium on Multiple–Valued Logic, 1990.

[3] I. Loureiro, *Axiomatisation et propriétés des algèbres modales tétravalentes*, C.R. Acad. Sc. Paris t. 295 (1982), Série I, 555–557.

Autores: A. Ziliani, A. V. Figallo, N. Oliva
Lugar: Universidad Nacional del Sur, Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de San Juan

Algebras de De Morgan modales pseudocomplementadas cuasiprimales

En esta nota indicamos una descripción del retículo de las congruencias de las álgebras de De Morgan pseudocomplementadas, o $pm-$álgebras para abreviar (ver [1], [2]) por medio de ciertos subconjuntos del álgebra, diferente a la descripta en [3].
Este nuevo resultado nos ha permitido obtener una función discriminadora ternaria, a partir de la cual comprobamos la cuasiprimalidad de las $pm-$álgebras subdirectamente irreducibles, como así también caracterizar las $pm-$congruencias principales.

Referencias

[1] A. V. Figallo and P. Landini, *Notes on* $4-$*valued modal algebras*, Preprints del Instituto de Ciencias Básicas, U. N. de San Juan, 1, 1(1996), 29–40.

[2] A. V. Figallo, N. Oliva and A. Ziliani, *A note on* $pm-$*algebras*, Noticiero de la Unión Matemática Argentina, LIV Reunión de Comunicaciones Científicas, (2004), 52.

[3] A. V. Figallo, N. Oliva and A. Ziliani, On the congruences in modal pseudocomplemented De Morgan algebras. Comunicación aceptada para su presentación en la SLALM 2006.

Autores: Cimadamore, Cecilia Rossana
Lugar: Universidad Nacional del Sur

Una dualidad para las álgebras implicativas monádicas

En [1] se da una representación topológica de las álgebras implicativas, también llamadas álgebras de Tarski. En este trabajo estudiamos el caso de las álgebras implicativas monádicas, o álgebras de Tarski monádicas. Estas álgebras fueron introducidas originalmente en [2]. Hemos obtenido una representación topológica para las álgebras implicativas monádicas, basada en [1]. Describimos a un álgebra implicativa monádica como una unión de una familia única de filtros monádicos dentro de una adecuada álgebra de Boole monádica. Obtenemos a partir de esta descripción, la noción de espacio topológico implicativo monádico y construimos una equivalencia dual entre la categoría de dichos espacios con morfismos adecuadamente definidos, y la categoría cuyos objetos son las álgebras implicativas monádicas y sus morfismos son los homomorfismos implicativos monádicos.

Referencias

[1] Manuel Abad, J. Patricio Díaz Varela, and Antoni Torrens. Topological representation for implication algebras. *Algebra Universalis*, 52(1):39–48, 2004.

[2] L. Iturrioz and A. Monteiro. Representación de álgebras de Tarski monádicas. *Revista de la Unión Matemática Argentina*, 5:361, 1962.

Autores: C. Gomes, L. Sarmiento, M. Videla
Lugar: Universidad Nacional de San Juan

Observaciones sobre la variedad de las Algebras Ternarias

Las álgebras ternarias fueron introducidas por Muller en [5] con el objeto de analizar fenómenos transitorios en circuitos de cambio. Posteriormente, varios autores desarrollaron diversos aspectos de esta variedad de álgebras (ver [1],[2],[3],[4]).
En esta nota analizamos el retículo completo de las congruencias de un álgebra ternaria dada, con el objeto de determinar la validez de propiedades importantes en esta variedad.

Referencias

[1] R. Balbes. Free ternary algebras. International Journal of Algebra and computation. 10, 6 (2000). 739 - 749.

[2] J. A. Brzozowski, J.J. Lou, R. Negulescu. A characterization of Ternary Algebras. University of Waterloo. July 1996.

[3] J. A. Brzozowski. Some applications of Ternary Algebras. University of Waterloo. May 1997.

[4] C. Gomes, L. Sarmiento, M. Videla. Free ternary algebra over a poset. Noticiero de la Unión Matemática Argentina. 2004.

[5] D. E. Muller. Treatment of Transition Signals in Electronic Switching Circuits by Algebraic Methods. IRE Trans. on Electronic Computers, vol. EC-8, n° 3, p. 401. 1959.

Autores: Ignacio Viglizzo
Lugar: Universidad Nacional del Sur

Coálgebras en espacios medibles

Dado un endofuntor T en una categoría $\mathcal{C}$, una T-coálgebra es un objeto X de $\mathcal{C}$ junto con un morfismo $c : X \to T(X)$. La teoría de coálgebras abstrae características comunes de diferentes áreas como semántica de lenguajes de programación, lógica modal, autómatas y conjuntos no bien fundados. La mayor parte del trabajo realizado en ejemplos concretos ha estado limitado a la categoría Set de conjuntos. En este trabajo se ha desarrollado la teoría para la categoría Meas de espacios y funciones medibles.

Las coálgebras sobre espacios medibles son de interés como una formalización de cadenas de Markov y pueden ser también usados para modelar el razonamiento probabilístico. Discutimos algunos hechos relacionados con el funtor más interesante en Meas, Δ, que asigna a cada espacio medible el espacio de todas las medidas de probabilidad sobre él. El resultado principal es la construcción de coálgebras finales para muchos funtores interesantes en Meas. La primera construcción (trabajo conjunto con L. Moss) está basada en un lenguaje que nos permite construir fórmulas que describen los elementos de la coálgebra final. El segundo método hace uso de la secuencia $1 \leftarrow T1 \leftarrow T^2 1 \leftarrow \ldots$ obtenida aplicando iteradamente el funtor T al objeto final 1 de la categoría.

Como aplicación mostraremos cómo construir *espacios de tipos universales*, objetos de interés en la teoría de juegos y economía.

Autores: J.L. Castiglioni, M. Menni, M. Sagastume
Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Observaciones sobre la Adjunción de Kalman

La adjunción original de Kalman, dada por los funtores K y L, es una equivalencia si se cumple una condición más llamada (CK). Se observa que, para un reticulado R, K(R) es la mayor subálgebra de De Morgan con centro (0,0) del producto de R por su dual y que un álgebra de De Morgan con único centro es un álgebra de Kleene. Para un álgebra de Kleene con centro M, los reticulados de congruencias Con(M) y Con(L(M)) son isomorfos. Lo mismo ocurre para un reticulado R con los reticulados Con(R) y Con(K(R)).

Se estudian casos particulares, como los de las BCK-álgebras y BCK-álgebras conmutativas, y de éstas dos subcategorías importantes: BCK-álgebras cónicas y BCK-álgebras conmutativas acotadas, que Mundici (referencia 3) probó que son definicionalmente equivalentes a las MV-álgebras.

Se demostró la equivalencia categorial de las BCK-álgebras cónicas con los l-grupos y de las BCK-álgebras conmutativas acotadas con las MV*-álgebras.

1)Cignoli, R., *The class of Kleene algebras satisfying an interpolation property and Nelson algebras*, Algebra Universalis, **23** (1986), 262-292.

2)Iseki, K. and Tanaka, S., *An introduction to the theory of BCK–algebras*, Math. Japon, **23** (1978), 1-26.

3)Kalman, J. *Lattices with involution*, Trans. Amer. Math. Soc., **87** (1958), 485-491.

4)Mundici, D., *MV–algebras are categorically equivalent to bounded commutative BCK–algebras*, Math. Japonica **31**, Nº 6 (1986), 889-894.

Autores: María Jimenez y A. V. Figallo
Lugar: Universidad Nacional de San Juan. Universidad Nacional del Sur

M3-retículos con un cuantificador

En este trabajo introducimos los M_3-retículos con un cuantificador, como un par $(L, \exists)$ donde L es un M_3-retículo (ver [?]) y $\exists$ es un operador unario sobre L, llamado cuantificador, que satisface las siguientes propiedades:

- $\exists 0 = 0$,
- $x \leq \exists x$,
- $\exists(x \vee y) = \exists x \vee \exists y$
- $\exists(x \wedge \exists y) = \exists x \wedge \exists y$,
- $\exists\exists x = \exists x$
- $\exists \triangle x = \triangle \exists x$,
- $\exists \sim \exists x = \sim \exists x$.

En esta nota obtenemos varios resultados sobre esta variedad de álgebra, en particular describimos una dualidad topológica que extiende a la indicada en [2] para los M_3-Retículos.

Referencias

[1] A. V. Figallo. Los M_3-Reticulados. Rev. Colombiana de Matemática, 21 (1987), 95-106.

[2] M. A. Jiménez. Dualidad de Priestley para los M_3-Retículos. Actas del VII Congreso Dr. Antonio A. R. Monteiro. Vol 1, 22, 2003.

Autores: Matias Menni
Lugar: Conicet - Universidad Nacional de La Plata

El teorema de completitud de Lauchli

En su trabajo [2] Läuchli demostró un teorema de completitud para el cálculo de predicados intuicionista. La demostración se basa en noción abstracta de "realizability" sobre conjuntos equipados con una permutación. Lawvere observó que el resultado de Läuchli puede verse como un resultado de completitud de la hiperdoctrina inducida por la indexación canónica del topos de permutaciones. Esta observación fue explotada en [4] y [1] y las demostraciones allí obtenidas aclaran mucho el resultado de Läuchli. (La completidud aparece como corolario de un teorema de representación de hiperdoctrinas.) Por otro lado, todas las demostraciones mencionadas desaprovechan la rica estructura de las categorías subyacentes. En este trabajo demostramos el teorema de Läuchli utilizando la teoría de topos. De esta manera, la completitud aparece como corolario del hecho de que cierto morfismo geométrico es una suryección abierta.

[1] A. Kock. On a theorem of Läuchli concerning proof bundles. Unpublished.
[2] H. Läuchli. An abstract notion of realizability for which intuitionistic predicate calculus is complete. In A. Kino, J. Myhill, and R. E. Vesley, editors, Intuitionism and proof theory, pages 227-234. North Holland, 1970.
[3] F. W. Lawvere. Adjoints in and among bicategories. In Logic and algebra, Lecture notes in pure and applied algebra, vol. 180. Marcel Dekker, 1996.
[4]M. Makkai. The fibrational formulation of intuitionistic predicate logic I: completeness according to Gödel, Kripke and Läuchli. Parts 1 & 2. Notre Dame Journal of formal logic, 34(3 & 4 resp.), 1993.

Autores: Víctor Leandro Fernández; Marcelo Esteban Coniglio
Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, U. N. de San Juan; Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, U. Estadual de Campinas

---

Combinación de semánticas matriciales y algebraicas mediante Teoría de Categorías

Uno de los principales mecanismos de combinaciones entre lógicas es conocido como ``Fibrilación de lógicas". Este proceso ha sido formalizado mediante Teoría de Categorías por diversos autores, al definir lo que será denominado aquí ``fibrilación categorial" o ``C-fibrilación". En este enfoque, las combinaciones de lógicas son entendidas como diagramas categoriales especiales, tales como coproductos o elevaciones cocartesianas. Aplicando C-fibrilación, los autores de esta comunicación han estudiado combinaciones de lógicas con ciertas propiedades algebraicas (ver [1] y [2]). De esta manera puede probarse que, bajo ciertas restricciones, es posible combinar lógicas protoalgebraicas, equivalenciales y algebrizables, por ejemplo.

El presente trabajo pretende adaptar tales combinaciones de lógicas a la *combinacion de las estructuras semánticas asociadas a ellas*. Para ello, se definen: la categoría de clases de matrices (y, dentro de ella, la de fibrados de Lindenbaum), así como la categoría de semánticas algebraicas equivalentes. Mediante ciertos teoremas de isomorfismo se muestra que tales categorías admiten coproductos y elevaciones cocartesianas, lo que indica que las semánticas matriciales y algebraicas pueden combinarse para obtener nuevos objetos. Finalmente, veremos que tal proceso puede formalizarse mediante combinación de los axiomas de la lógica de primer orden que definen las semánticas estudiadas.

Referencias

[1] V. L. Fernández. *Fibrilação de lógicas na Hierarquia de Leibniz.* Tesis Doctoral. IFCH-UNICAMP, Brasil. 2005.
[2] V. L. Fernández; M. E. Coniglio. Fibring Algebraizable Consequence Systems. *Proceedings of CombLog'04*. IST-Lisboa. págs: 93--98. 2004.

Autores: Daniela Montangie
Lugar: Universidad Nacional del Comahue

Subvariedades de V(Bk)

Sea $\mathcal{TC}$ la clase de álgebras $\langle A; \rightarrow, g, h, 1\rangle$, donde $\langle A; \rightarrow, 1\rangle$ es un álgebra de Tarski y g es un automorfismo de A, con inverso h. Esta clase de álgebras forman la variedad de las álgebras de Tarski cíclicas. Si B_k es el álgebra de Boole finita con k átomos y g el automorfismo de B_k que los permuta cíclicamente, entonces $\langle B_k; g, h = g^{-1}\rangle \in \mathcal{TC}$ y verifica $g^k x = x$ para todo $x \in B_k$. La clase de álgebras de $\mathcal{TC}$ que verifica la ecuación $g^k x \simeq x$ es una variedad generada por B_k a cuyos elementos llamaremos álgebras de Tarski k-cíclicas.

En [2] se prueba que toda álgebra simple de $V(B_k)$ es isomorfa a una subálgebra creciente no trivial de B_d, para d divisor de k.

Expondremos en este trabajo resultados sobre el conjunto ordenado de órbitas que determina g en B_k. En particular se da una fórmula para su número de elementos.

Mostramos cómo se relacionan las órbitas de B_k con las subvariedades de $V(B_k)$: probamos que existe una correspondencia biyectiva entre órbitas y ciertas clases de ecuaciones distinguidas, y conjeturamos que toda subvariedad de B_k está caracterizada por un conjunto de estas ecuaciones distinguidas lo que nos permitirá hallar el reticulado de subvariedades de $V(B_k)$.

Se muestran las ecuaciones que caracterizan a los conjuntos crecientes generados por los niveles de B_k.

Referencias

[1] A. Monteiro, *Algèbres de Boole Cycliques*, Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées, XXIII, 1 (1978), pp.71-76.

[2] M. Zander, *Subvariedades de Algebras Temporales*, Tesis Doctoral, Depto de Matemática, Universidad Nacional del Sur, 2004.

Autores: Cabrer, Leonardo M. y Celani, Sergio A.
Lugar: CONICET. NuCoMPA- FC. de Cs. Exactas. Universidad Nacional del Centro

Lógicas con implicación y fusión. Semánticas algebráicas locales y globales

En este trabajo estudiamos la extensiones axiomaticas de una lógica sentencial finitaria, denotada $\mathbb{SFI}$, en el lenguaje $\mathcal{L} = \{\wedge, \vee, \circ, \to, \bot, \top\}$. Esta lógica generaliza a la mayoría de las Lógicas Multivaluadas [3] y Relevantes. La lógica $\mathbb{SFI}$ esta definida desde tres ángulos diferentes: mediante una semántica de marcos ternarios,por una semantica algebráica basada en las **DLFI**-álgebras [1], y por medio de un Sistema de Gentzen.

Probamos que las extensiones axiomáticas estudiadas son canónicas, dando condiciones de primer orden en los marcos ternarios para la validez de secuentes y reglas, semejantes a las dadas en [2]. A su vez vemos que ciertas familias de marcos caracterizables mediantes reglas, no son caracterizables mediante secuentes.

Probamos que, en ciertos casos, el concepto de deducción local y global de la semantica ternaria estan relacionadas con los filtros de retículo y los filtros implicativos de las álgebras correspondientes. Esta relación nos permite introducir una noción algebráica de deduccion local y global. Veremos que la lógica de Lukasiewicz $\mathbf{Ł}_\infty$ y la lógica $\mathbf{Ł}_\infty^\leq$ (ver [4]) son la deducción global y local respectivamente, de las álgebras de Wasjberg.

Referencias

[1] S.A. Celani, *Distributive lattices with fusion and implication.* Southeast Asian Bulletin of Mathematics 28 (2004), 999-1010.

[2] L.M. Cabrer and S.A. Celani. *Priestley Dualities for some Lattice-Ordered Algebraic Structures, including **MTL**, **IMTL** and **MV**-algebras.* To appear in Central European Journal of Mathematics.

[3] R. Cignoli, F. Esteba, L. Godo and F. Montagna, *On a class of left continuous t-norms.* Fuzzy Sets and Systems 131 (2002), 283-296.

[4] J. M. Font, À. J. Gil, A. Torrens and V. Verdú.*On the infinite-valued Lukasiewicz logic that preserves degrees of truth.* To appear in Archive for Mathematical Logic.

Autores: Ariel Arbiser, Carlos Scirica
Lugar: FCEyN UBA

Ecuaciones recursivas en órdenes parciales completos de conjuntos

Diremos que la operación binaria $*$ entre conjuntos es *apropiada* si distribuye a izquierda y a derecha con respecto a uniones crecientes numerables, i.e. $(\cup_{n\geq 0}A_n)*B = \cup_{n\geq 0}(A_n*B)$ y $B*(\cup_{n\geq 0}A_n) = \cup_{n\geq 0}(B*A_n)$ para todo conjunto B y toda secuencia de conjuntos $A_0 \subseteq A_1 \subseteq A_2 \subseteq \ldots$ (en particular es monótona creciente respecto de la inclusión en ambos argumentos). Ejemplos de operaciones apropiadas son unión ($\cup$), intersección ($\cap$), producto cartesiano ($\times$), unión disjunta y proyecciones.

Sea $\{*_j\}_{j\in J}$ una familia de operaciones apropiadas, una de las cuales es $\cup$, y consideremos $\mathcal{B} = \{B_k\}_{k\in K}$ una familia de conjuntos "básicos". Entonces el conjunto X construido como sigue resulta cerrado por las operaciones $*_j$ y un *orden parcial completo* (cpo), i.e. $A_0 \subseteq A_1 \subseteq \ldots$ con los $A_i \in X$ implica $\cup_{i\geq 0}A_i \in X$.

Sean $X_0 = \mathcal{B} \cup \{\emptyset\}$, $X_{n+1} = \{A *_j B \mid A, B \in X_n, j \in J\}$, para $n \geq 0$. (Observar que $X_n \subseteq X_{n+1}$ por la idempotencia de $\cup$.) Sea $X' = \cup_{n\geq 0}X_n$ y sea $X = \{\cup_{i\geq 0}A_i \mid A_0 \subseteq A_1 \subseteq \ldots$ con $A_i \in X'$ para $i \geq 0\}$.

Tiene sentido entonces la definición: $F : X \to X$ es *continua* si $F(\cup_{i\geq 0}A_i) = \cup_{i\geq 0}F(A_i)$ para toda secuencia $A_0 \subseteq A_1 \subseteq \ldots$ de elementos de X.

Como X es un cpo con mínimo, vale entonces el primer teorema de recursión de Kleene: si $F : X \to X$ es continua entonces F tiene un punto fijo mínimo (respecto de la inclusión). Vale también el segundo teorema de recursión de Kleene: si la expresión $F(T)$ es de longitud finita y se describe a lo sumo con conjuntos fijos, operaciones apropiadas y T, entonces F es continua. De ambos resultados sigue que toda ecuación de conjuntos de la forma $T = F(T)$, donde $F(T)$ satisface lo anterior, admite una solución mínima (el *tipo denotado*). Por ej., utilizando los conjuntos básicos $\mathbb{Z}$ y $\{\square\}$ (con $\square \notin \mathbb{Z}$) y las operaciones $\cup$ y $\times$, la ecuación $T = \{\square\} \cup (\mathbb{Z} \times T)$ denota *listas de números enteros*, la ecuación $T = \mathbb{Z} \cup (T \times T)$ denota *árboles binarios no vacíos de números enteros*, y la ecuación $T = \mathbb{Z} \times T$ denota el vacío.

Autores: I. Pascual, A. V. Figallo, A. Ziliani
Lugar: Universidad Nacional del Sur. Universidad Nacional de San Juan

---

Sobre una subclase de las álgebras de Lukasiewicz-Moisil theta-valuadas sin negación

Es un hecho bien conocido que la clase de las álgebras de Łukasiewicz-Moisil $\theta-$valuadas sin negación (Lk$_\theta$-álgebras para abreviar) no constituyen una variedad y que las únicas Lk$_\theta$-álgebras subdirectamente irreducibles son las subálgebras de $B_2^{[I]}$ ([1],[2]). En esta nota investigamos la clase $\mathrm{Lk}_{\theta,\mathrm{Fin}}$ de las Lk$_\theta$-álgebras que son subálgebras de productos subdirectos finitos de $B_2^{[I]}$. En particular probamos que se trata de una variedad y también obtenemos resultados de interés sobre las congruencias de estás álgebras.

Referencias

[1] C. Boicescu, A. Filipoiu, G. Georgescu and S. Rudeanu, *Lukasiewicz–Moisil Algebras*, North–Holland, 1991.

[2] A. V. Figallo, Inés B Pascual, Alicia Ziliani. θ-valued Łukasiewicz–Moisil Algebras without negation. Noticiero de la Unión Matemática Argentina. LIV Reunión Anual de Comunicaciones Científicas.

Autores: P. Landini, A. V. Figallo, A. Ziliani
Lugar: Universidad Nacional de San Juan. Universidad Nacional del Sur

Sobre Álgebras de Ockham - Nelson especiales

En [3], Figallo introdujo los N–reticulados generalizados (o **NLg**) como una extensión de los N–reticulados de Rasiowa (o **NL**) ([7]) o de las álgebras de Nelson en la terminología de A. Monteiro ([2]). En la definición dada en [3] simplemente se elimina la ley de Kleene $(x\wedge \sim x) \vee (y\vee \sim y) = y\vee \sim y$ incluida en la versión ecuacional indicada en [2]. Figallo, también definió a los **NLg** deductivamente semisimples como aquellos que verifican la propiedad adicional siguiente: (**Pf**) $x = (x \to y) \to x$.
En [6], Monteiro probó que en **NL** se verifica la propiedad $(x\to z)\wedge(y\to z) \leq (x\vee y)\to z$.
En esta nota, en primer lugar llamamos álgebras De Morgan Nelson (**DNA**) a los **NLg** motivados por el hecho que Vakarelov en [8] introdujo otro concepto bajo el nombre de álgebras de Nelson generalizadas. Posteriormente, probamos que en **NLg** la identidad (**Pf**) es equivalente a la identidad, en principio maś débil, conocida con el nombre de *Ley de Pierce*: (**Pd**) $((x\to y)\to x)\to x = 1$. La importancia de (**Pd**) fue puesta de manifiesto por Monteiro en [5].
En segundo lugar, demostramos que en **NLg** la identidad $(x\to z)\wedge(y\to z) = (x\vee y)\to z$, es equivalente a la ley de Kleene, de donde resulta que es posible indicar una nueva axiomática para **NL** en la que la ley de Kleene puede ser reemplazada por una identidad, que no contiene la operación $\sim$ de negación. Finalmente, iniciamos el estudio de la variedad de álgebras que hemos denominado *álgebras de Kleene–Nelson*. Las mismas constituyen la subvariedad de las de Ockham–Nelson (ver [4]) que satifacen como identidad adicional la ley de Kleene.

Referencias

[1] R. Cignoli. The class of Kleene algebras satisfying an interpolation property and Nelson algebras. Algebra Universalis, 23, 3(1986), 262–292.
[2] D. Brignole et A. Monteiro. Caracterisation des algèbres de Nelson par des equalites. Proc. of the Japan Acad. 43, 4(1967), 279–285.
[3] A. V. Figallo. Generalized N–Lattices. Revista de la Unión Matemática Argentina, 35(1989), 61–65.
[4] A. V. Figallo, P. Landini, A. Ziliani. Ockham–Nelson algebras with a quantifier (abstract). Algebraic and Topological Methods in Non-Classical Logics II. Barcelona. 2005.
[5] A. Monteiro. Sur les algèbres de Heyting simetriques. Portugaliae Math., 39, 1–4(1980), 1–237.
[6] A. Monteiro. Les éléments régulier d'un N–lattice. Les N–lattices linéaires. Textos e Notas 15, Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais das Universidades de Lisboa. Portugal. 1978.
[7] H. Rasiowa. N–Lattices and constructive logic with strong negation. Fundamenta Mathematicae, 46 (1958), 61–80.
[8] D. Vakarelov. Nelson's negation on the base of weaker versions of intuitionistic negation. Studia Logica, 80, 2-3 (2005), 393–430

Autores: Díaz Varela J. Patricio, Torrens Antoni
Lugar: Bahía Blanca

Decomposability for free Lukasiewicz implication algebras

Łukasiewicz implication algebras are $\{\to, 1\}$-subreducts of Wajsberg algebras (MV-algebras). They are the algebraic counterpart of Super-Łukasiewicz Implicational logics investigated in Kommori. The aim of this paper is to study the direct decomposability of free Łukasiewicz implication algebras. We show that freely generated algebras are directly indecomposable. We also study the direct decomposability in free algebras of all its proper subvarieties and show that infinitely freely generated algebras are indecomposable, while finitely free generated algebras can be only decomposed into a direct product of two factors, one of which is the two-element implication algebra.

Autores: Galli, Adriana-Ertola, Rodolfo-Sagastume, Marta
Lugar: Fac. de Cs. Exactas y FAHCE- UNLP

El anticipador en las álgebras de Heyting generalizadas

Estudiamos las álgebras de Heyting generalizadas donde existe un operador unario llamado anticipador, que permite definir al sucesor, operador ya conocido. Demostramos que el anticipador es una generalización del mínimo denso, tiene definición ecuacional, pero
no es compatible en el sentido Caicedo-Cignoli [1].
En relación con la lógica intuicionista, probamos que la extensión por medio del conectivo correspondiente es correcta y conservadora.
Consideramos además conectivos relacionados.

[1] Caicedo, X.- Cignoli, R.. *The Journal of Symbolic Logic*.
(1620-1636) Vol. 66, Number 4. Dec. 2001.